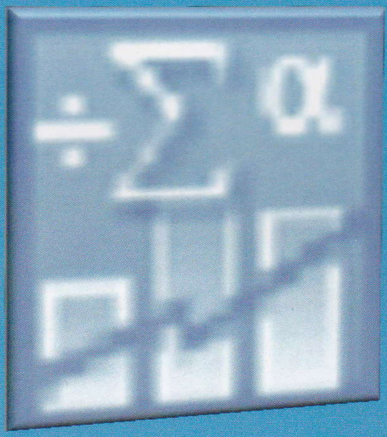
VOLUME 2, NOMOR 2, NOPEMBER 2011 ISSN 2085-7829

JURNAL ILMIAH
EKSPONENSIAL



PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MIPA UNIVERSITAS MULAWARMAN
SAMARINDA

JURNAL ILMIAH
EKSPONENSIAL

Jurnal Ilmiah Eksponensial ini diterbitkan oleh Program Studi Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman.
Terbit dua kali setahun, bulan Mei dan Nopember.
Berisi tulisan dari hasil penelitian atau setara hasil penelitian
dibidang Statistika, Matematika dan Sains.

ALAMAT REDAKSI
Program Studi Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Mulawarman
Jl. Barong Tongkok, Kampus Gunung Kelua Samarinda 75123
Telp./Fax. (0541)749152/(0541)749140. HP. 081253042477
E-mail : eksponensialunmul@yahoo.com

Pengestimasian Parameter Model *Autoregresif Moving Average* (ARMA) dengan Metode *Unconditional Maximum Likelihood Estimation*

The Estimation of Parameter Autoregressive Moving Average - Model With Unconditional Maximum Likelihood Estimation

Suyitno
Program Studi Statistika FMIPA Universitas Mulawarman

Abstract

A time series is an ordered sequence of observations. The ordering is usually through time or particularly in terms some equally time intervals, and it may also be taken through other dimensions, such as space. There are various objectives for studying time series. These include the understanding and description of generating mechanism, the forecasting of future values and optimal control of system. The intrinsic nature of a time series is that its observations are dependent or correlated, and the order of the observation is identically on the same times measure. The procedure to hand time series are model identification, parameter estimation, diagnostic checking & model selection, and forecasting. In this article discussed the second step that is parameters estimation the autoregressive moving average (ARMA) models by using Uncondtiional Maximum Likelihood Estimation. Under the assumption of known order p and q of the ARMA process, it parameters can be estimated by using unconditional maximum likelihood estimation and through the simulation ARMA(1,1) data yield the same value of the estimator parameter.

Keywords : Autoregressive moving average models, the estimation parameter, unconditional maximum likelihood, forecasting, back-forecasting, sum square error

I. PENDAHULUAN

Model umum pada analisis deret waktu dinamakan model *Autoregressive Integrateg Moving Avarage* (ARIMA) yang telah dipelajari secara mendalam oleh George Box dan Gwilym Jenkins (1976), dan nama mereka sering disinonimkan dengan proses ARIMA. Pada model ARIMA terdiri dari dua bagian yaitu bagian *autoregressive* dan *moving average*. Secara umum model ARIMA ini dituliskan dengan notasi ARIMA(p,d,q), dimana p menyatakan orde proses *autoregressive* (AR), q menyatakan orde proses *moving average* (MA) dan d menyatakan orde transpormasi pembedaan (*differencing*). Pada model ARIMA(p,d,q) jika harga d = 0 maka model menjadi ARIMA(p,0,q) atau dinamakan model ARMA(p,q), jelasnya model ARMA(p,q) adalah model ARIMA untuk data deret waktu yang stasioner yang tidak mengalami transpormasi pembedaan. Jika d = 0 dan q = 0, maka model dinamakan ARIMA(p,0,0) atau model ARMA(p,0) atau lebih umum dinamakan model AR(p) yakni model *autoregressive* orde p, dan jika p = 0 dan d = 0 maka model ARIMA menjadi model ARMA(0,q) atau dinamakan model *Moving Average* orde q dan dinotasikan dengan MA(q).

Berdasarkan pendekatan Box-Jenkins, dalam melakukan analisis deret waktu terdapat empat tahapan yaitu: (1) identifikasi model yang terdiri dari merumuskan model umum dan penetapan model sementara; (2) penaksiran (*estimation*) parameter; (3) pemeriksaan diagnostik model (*diagnostic checking*) dan (4) peramalan (*forecasting*).

Pada pembahasan sebelum (Suyitno, 2011) telah membahas pengestimasian parameter model AR dengan metode *moment*, metode kuadrat terkecil dan metode maksimum Likelihood bersyarat, dengan hasil penelitian bahwa jika orde proses AR diketahui maka pengestimasian dapat dilakukan dengan menggunakan tiga metode yaitu metode *moment, ordinary least square* (OLS) dan metode maksimum *likelihood* (ML), dan ketiga metode tersebut memberikan hasil penaksir parameter yang sama, dan jika orde AR tidak diketahui maka prosedur pengestimasian parameter mengikuti tahapan Box-Jenkins yaitu: (1) identifikasi model sementara; (2) pengestimasi parameter untuk beberapa orde pada tahap pertama; (3) memilih orde yang memberikan nilai *information criteria* minimum.

Dan sebagai kelanjutannya pada artikel ini dibahas pengestimasian model ARMA dengan metode Maksimum Likelihood tak bersyarat (*Unconditional Maximum Likelihood*), dimana para peneliti masih masih relatif sedikit yang membahas teori ini. Pada artikel ini berturut-turut akan diuraikan model umum ARMA(p,q), fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial, pengestimasian parameter ARMA dan aplikasinya pada data deret waktu

Pengestimasian Parameter Model *Autoregresif Moving Average* (ARMA) dengan Metode *Unconditional Maximum Likelihood Estimation*

The Estimation of Parameter Autoregressive Moving Average - Model With Unconditional Maximum Likelihood Estimation

Suyitno
Program Studi Statistika FMIPA Universitas Mulawarman

Abstract

A time series is an ordered sequence of observations. The ordering is usually through time or particularly in terms some equally time intervals, and it may also be taken through other dimensions, such as space. There are various objectives for studying time series. These include the understanding and description of generating mechanism, the forecasting of future values and optimal control of system. The intrinsic nature of a time series is that its observations are dependent or correlated, and the order of the observation is identically on the same times measure. The procedure to hand time series are model identification, parameter estimation, diagnostic checking & model selection, and forecasting. In this article discussed the second step that is parameters estimation the autoregressive moving average (ARMA) models by using Uncondtiional Maximum Likelihood Estimation. Under the assumption of known order p and q of the ARMA process, it parameters can be estimated by using unconditional maximum likelihood estimation and through the simulation ARMA(1,1) data yield the same value of the estimator parameter.

Keywords : Autoregressive moving average models, the estimation parameter, unconditional maximum likelihood, forecasting, back-forecasting, sum square error

I. PENDAHULUAN

Model umum pada analisis deret waktu dinamakan model *Autoregressive Integrateg Moving Avarage* (ARIMA) yang telah dipelajari secara mendalam oleh George Box dan Gwilym Jenkins (1976), dan nama mereka sering disinonimkan dengan proses ARIMA. Pada model ARIMA terdiri dari dua bagian yaitu bagian *autoregressive* dan *moving average*. Secara umum model ARIMA ini dituliskan dengan notasi ARIMA(p,d,q), dimana p menyatakan orde proses *autoregressive* (AR), q menyatakan orde proses *moving average* (MA) dan d menyatakan orde transpormasi pembedaan (*differencing*). Pada model ARIMA(p,d,q) jika harga $d = 0$ maka model menjadi ARIMA(p,0,q) atau dinamakan model ARMA(p,q), jelasnya model ARMA(p,q) adalah model ARIMA untuk data deret waktu yang stasioner yang tidak mengalami transpormasi pembedaan. Jika $d = 0$ dan $q = 0$, maka model dinamakan ARIMA(p,0,0) atau model ARMA(p,0) atau lebih umum dinamakan model AR(p) yakni model *autoregressive* orde p, dan jika $p = 0$ dan $d = 0$ maka model ARIMA menjadi model ARMA(0,q) atau dinamakan model *Moving Average* orde q dan dinotasikan dengan MA(q).

Berdasarkan pendekatan Box-Jenkins, dalam melakukan analisis deret waktu terdapat empat tahapan yaitu: (1) identifikasi model yang terdiri dari merumuskan model umum dan penetapan model sementara; (2) penaksiran (*estimation*) parameter; (3) pemeriksaan diagnostik model (*diagnostic checking*) dan (4) peramalan (*forecasting*).

Pada pembahasan sebelum (Suyitno, 2011) telah membahas pengestimasian parameter model AR dengan metode *moment*, metode kuadrat terkecil dan metode maksimum Likelihood bersyarat, dengan hasil penelitian bahwa jika orde proses AR diketahui maka pengestimasian dapat dilakukan dengan menggunakan tiga metode yaitu metode *moment, ordinary least square* (OLS) dan metode maksimum *likelihood* (ML), dan ketiga metode tersebut memberikan hasil penaksir parameter yang sama, dan jika orde AR tidak diketahui maka prosedur pengestimasian parameter mengikuti tahapan Box-Jenkins yaitu: (1) identifikasi model sementara; (2) pengestimasi parameter untuk beberapa orde pada tahap pertama; (3) memilih orde yang memberikan nilai *information criteria* minimum.

Dan sebagai kelanjutannya pada artikel ini dibahas pengestimasian model ARMA dengan metode Maksimum Likelihood tak bersyarat (*Unconditional Maximum Likelihood*), dimana para peneliti masih masih relatif sedikit yang membahas teori ini. Pada artikel ini berturut-turut akan diuraikan model umum ARMA(p,q), fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial, pengestimasian parameter ARMA dan aplikasinya pada data deret waktu

II. TINJAUAN PUSTAKA

Model ARMA

Seperti yang telah diuraikan pada pendahuluan bahwa model *Autoregressive Moving Average* atau ARMA(p,q) adalah model khusus dari model ARIMA. Model ARMA merupakan model campuran yaitu campuran model *Autorgressive* (AR) dan *Moving Average* (MA). Bentuk umum model campuran ARMA(p,q) adalah

$$\phi_p(B)\tilde{Z}_t = \theta_q(B)a_t, \qquad (1)$$

dengan $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$; $\mu = E(Z_t)$ adalah mean proses $\{Z_t\}$; $\{a_t\}$ adalah proses *white noise* dan

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p;$$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q$ serta B adalah operator *backshif* yang didefinisikan oleh $B^j Z_t = Z_{t-j}$. Persamaan (1) dapat ditulis

$$\tilde{Z}_t = \phi_1\tilde{Z}_{t-1} + \phi_2\tilde{Z}_{t-2} + \cdots + \phi_p\tilde{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q}$$

atau

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + \theta_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \qquad (2)$$

Dengan $\theta_0 = (1 - \phi_1 - \cdots - \phi_p)\mu$,(Wei,1999). Proses ARMA(p,q) stasioner jika semua akar-akar persamaan $\phi_p(B) = 0$ terletak di luar lingkaran satuan dan invertibel jika semua akar-akar $\theta_q(B) = 0$ terletak di luar lingkaran satuan.

Jika kedua ruas persamaan (2) dikalikan $\tilde{Z}_{t-k}$ dan kemudian dihitung nilai harapan atau ekspektasinya didapat fungsi autokovariansi proses ARMA(p,q) :

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + \cdots + \phi_p\gamma_{k-p} + E(\tilde{Z}_{t-k}a_t) - \theta_1 E(\tilde{Z}_{t-k}a_{t-1}) - \cdots - \theta_q E(\tilde{Z}_{t-k}a_{t-q}). \qquad (3)$$

Karena $E(\tilde{Z}_{t-k}a_{t-j}) = 0$ untuk $k > j$ maka fungsi autokovariansi proses ARMA(p,q) dapat ditulis

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + \cdots + \phi_p\gamma_{k-p}; k > q, \qquad (4)$$

sehingga fungsi autokorelasi (fak) proses ARMA(p,q) untuk $k > q$ adalah

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \cdots + \phi_p\rho_{k-p} \qquad (5)$$

Untuk harga $p = 1$ dan $q = 1$, maka model pada persamaan (1) dinamakan proses ARMA(1,1) yang model umumnya adalah

$$(1 - \phi_1 B)\tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B)a_t$$

atau $\tilde{Z}_t = \phi_1\tilde{Z}_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$. (6)

Proses ARMA(1,1) pada persamaan (6) stasioner jika $|\phi_1| < 1$ dan invertibel jika $|\theta_1| < 1$. Berdasarkan persamaan (3) maka fungsi autokovariansi proses ARMA(1,1) adalah

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + E(\tilde{Z}_{t-k}a_t) - \theta_1 E(\tilde{Z}_{t-k}a_{t-1}) \qquad (7)$$

Untuk $k = 0$, maka $E(\tilde{Z}_t a_t) = \sigma_a^2$; $E(\tilde{Z}_t a_{t-1}) = (\phi_1 - \theta_1)\sigma_a^2$, dan untuk $k = 1$ didapat $\gamma_1 = \phi_1\gamma_0 - \theta_1\sigma_a^2$, sehingga fungsi kovariansi proses ARMA(1,1) adalah

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)}{(1 - \phi_1^2)}\sigma_a^2;$$

$$\gamma_1 = \frac{(\phi_1 - \theta_1)(1 - \phi_1\theta_1)}{(1 - \phi_1^2)}\sigma_a^2,$$

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} \text{ untuk } k \geq 2, \qquad (8)$$

dan fungsi autokorelasinya (fak) adalah

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & \text{untuk } k = 0 \\ \dfrac{(\phi_1 - \theta_1)(1 - \phi_1\theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1}, & \text{untuk } k = 1 \\ \phi_1\rho_{k-1} & \text{untuk } k \geq 2 \end{cases} \qquad (9)$$

Berdasarkan persamaan (9), fungsi autokorelasi proses ARMA(1,1) turun secara eksponensial (sinusoida) menuju 0 dengan bertambahnya *lag* (k) atau *dies down* turun secara ekponensial (*dies down*). Nilai fak pada lag pertama tergantung pada parameter ϕ_1 dan θ_1 dan fak pada lag kedua dan seterusnya mengikuti pola fak AR(1). Sedangan rumus umum fungsi autokorelasi parsial (fakp) proses ARMA(1,1) adalah kompleks dan tidak dperlukan. Tetapi perlu dicatat bahwa karena ARMA(1) memuat proses MA(1) maka fakpnya juga *dies down* semakin besar k yang bentuknya tergantung tanda parameter ϕ_1 dan θ_1, (Aswi-Sukarna, 2006).

Jika fak sampel adalah

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Z_t - \overline{Z})(Z_{t+k} - \overline{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(Z_t - \overline{Z})^2},$$

k = 0, 1, 2, . . . , maka dengan metode *moment* melalui persamaan (9) dan dengan memperhatikan syarat kestasioneran serta *ivertibel proses ARMA(1,1) maka estimasi* parameter ϕ_1 dapat ditentukan dan kemudian θ_1 dapat ditentukan dengan motode iteratif, (Makridakis 1998). Untuk selanjutnya, pada artikel dibahas bagaimana pengestimasian parameter ARMA(1,1) dengan menggunakan metode *Unconditional Maximum Lilkelihood Estimation* (ML tak bersyarat).

Pengestimasian Parameter Proses ARMA dengan Metode *Unconditional ML*

Seperti yang ditelah diuraikan sebelumnya bahwa $\{a_t\}$ pada persamaan (1) adalah proses *white noise* yang saling bebas dan berdistribusi identik $N(0,\sigma_a^2)$. Kemudian pertanyaannya adalah apakah bisa dilakukan peramalan mundur (*back -forecacst*) nilai-nilai yang tidak diketahui $Z_* = (Z_{1-p},\dots,Z_{-1},Z_0)'$ dan $a_* = (a_{1-q},\dots,a_{-1},a_0)'$. Tentu saja ini dapat dilakukan karena sebarang model ARMA dapat dinyatakan dalam model maju

$$(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)\widetilde{Z}_t = (1-\theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q)a_t, \quad (10)$$

atau model mundur

$$(1-\phi_1 F - \cdots - \phi_p F^p)\widetilde{Z}_t = (1-\theta_1 F - \cdots - \theta_q F^q)e_t, \quad (11)$$

dengan $F^j Z_t = Z_{t+j}$. Karena sifat stasioner maka (10) dan (11) mempunyai struktur kovarian yang sama, sehingga $\{e_t\}$ juga merupakan proses *white noise* dengan mean sama dengan nol dan variansinya σ_e^2. Karena $\{a_t\}$ adalah $iid.\,N(0,\sigma_a^2)$, maka mempunyai fungsi kepadatan peluang (FKP)

$$f(a_t,\sigma_a^2) = \left(\sigma_a\sqrt{2\pi}\right)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_a^2}a_t^2\right], \quad (12)$$

dan fungsi kepadatan peluang bersama dari $a = (a_1, a_2,\cdots,a_n)'$ adalah

$$P(a \mid \phi,\mu,\theta,\sigma_a^2) = L(a \mid \mu,\phi,\sigma_a^2) = f(a_1,\sigma_a^2).f(a_2,\sigma_a^2).\cdots.f(a_n,\sigma_a^2) = \left[2\pi\sigma_a^2\right]^{-n/2}.\exp\left[-\frac{1}{2\sigma_a^2}\sum_{t=1}^{n}a_t^2\right]. \quad (13)$$

Box dan Jenkins (1976) memberi petunjuk untuk *fungsi log-likelihood tak bersyarat yaitu*

$$\ln L(\phi,\mu,\theta,\sigma_a^2) = -\frac{n}{2}\ln 2\pi\sigma_a^2 - \frac{S(\mu,\phi)}{2\sigma_a^2} \quad (14)$$

dengan $S(\phi,\mu,\theta)$ adalah fungsi jumlah kuadrat yang diberikan oleh

$$S(\phi,\mu,\theta) = \sum_{t=-\infty}^{n}\left[E(a_t \mid \phi,\mu,\theta,Z)\right]^2, \quad (15)$$

dengan $E(a_t \mid \phi,\mu,\theta,Z)$ adalah ekspektasi bersyarat dari a_t jika diketahui ϕ,μ,θ dan Z. Harga-harga $\hat{\phi},\hat{\mu}$ dan $\hat{\theta}$ yang meminimalkan $S(\phi,\mu,\theta)$ pada persamaan (15) dinamakan *Uncoditional Maximum Likelihood Estimators* (ML tak bersyarat). Karena nilai $\ln L(\phi,\mu,\theta,\sigma_a^2)$ pada persamaan (14) tergantung pada data pengamatan pada suku $S(\phi,\mu,\theta)$ sehingga penaksir ML tak bersyarat adalah ekuivalen dengan *Uncoditional Least Squares Estimator* dengan meminimalkan fungsi $S(\phi,\mu,\theta)$. Dalam prakteknya penjumlahan (15) diestimasi oleh sebuah penjumlahan berhingga

$$S(\phi,\mu,\theta) = \sum_{t=-M}^{n}\left[E(a_t \mid \phi,\mu,\theta,Z)\right]^2, \quad (16)$$

dengan M adalah bilangan bulat yang cukup besar sedemikian sehingga $|E(Z_t \mid \phi,\mu,\theta) - E(Z_{t-1} \mid \phi,\mu,\theta)| < \varepsilon$; $t \le -(M+1)$ untuk bilangan positip ε yang cukup kecil yang ditentukan. Berdasarkan persamaan (16) maka berimplikasi $E(Z_t \mid \phi,\mu,\theta) \approx \mu$ dan oleh karena itu $E(a_t \mid \phi,\mu,\theta)$ dapat diabaikan untuk $t \le -(M+1)$. Dan setelah penduga $\hat{\phi},\hat{\mu}$ dan $\hat{\theta}$ ditentukan, maka penduga $\hat{\sigma}_a^2$ dapat dihitung yaitu

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{S(\hat{\phi},\hat{\mu},\hat{\theta})}{n}. \quad (17)$$

Perhitungan jumlah kuadrat tak bersyarat (16) dilakukan secara rekursif menggunakan persamaan (10), dengan produr sebagai berikut : (1) melihat kestasioneran data, jika data tidak stasioner pada mean maka dilakukan transpormasi pembedaan, (2) berdasarkan data yang statsioner, dihitung nilai e_t untuk $t \le q$ dengan menggunakan model *backcasting* (11) dengan nilai awal $e_{n+1} = 0$ dan $Z_{n+1} = \overline{Z}$ serta nilai awal parameter dengan memperhatikan syarat kestasioneran dan invertibel, (3) menghitung nilai $Z_t ;-(M+1) \le t \le 0$ dengan menggunakan form *backcasting* dengan nilai $e_t = 0$ dan menentukan harga M yang memenuhi persamaan (16); (4) menghitung nilai a_t untuk $-M \le t \le n$ dan menghitung jumlah kuadrat persamaan (16); dan (5) langkah 2 – 4 diulangi sampai memperoleh nilai jumlah kuadrat minimum.

III. METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian eksperimen, pembuktian aplikasi dari suatu teori melalui studi literatur. Data penelitian adalah data simulasi (eksperimen) yaitu data bangkitan model ARMA(1,1) , pengestimasi parameter model menggunakan metode *unconditional ML* dan perhitungan dilakukan dengan membuat suatu program aplikasi pada program MATLAB.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data deret waktu pada tabel 1, merupakan data deret waktu dengan ukuran n = 100 hasil simulasi model ARMA(1,1) dengan persamaan $(1-0{,}8B)Z_t = (1+0{,}5B)a_t$. Dengan melihat pola data pada gambar 1 nampak bahwa pola data sejajar dengan sumbu mendatar (t) yang menunjukkan data deret waktu stasioner. Hal ini diperkuat oleh FAK dan FAKP pada gambar 2 dan 3 yang masing-masing bersifat *dies down*. Setelah tahap identifikasi dengan kesimpulan bahwa data deret waktu stasioner maka tahap berikutnya adalah pengestimasian parameter dengan metode *unconditional ML*. Dengan mengikuti tahapan dalam pengestimasian parameter ϕ dan θ yang telah diuraikan di atas dan dengan mengambil nilai $|\hat{\phi}| < 1$ dan $|\hat{\theta}| < 1$ didapat nilai minimum

$$S(\phi,\mu,\theta) = \sum_{t=-74}^{100} \left[E(a_t \mid (0{,}9), \overline{Z}, (-0{,}5))\right]^2$$

adalah 7477,67 untuk M = 74 (untuk 175 pengamatan) dengan $|Z_{-74} - Z_{-75}| = 0{,}004313 < 0{,}005$ dan nilai penduga parameter $\hat{\phi} = 0{,}9$, $\hat{\theta} = -0{,}5$ serta $\hat{\mu} = \overline{Z} = 103{,}99$. Sedangkan untuk $\hat{\phi} = 0{,}7886$ dan $\hat{\theta} = -0{,}5$ menghasilkan jumlah kuadrat error S = 24482,14 dengan M = 28. Sebagai perbandingan, perhitungan dengan menggunakan program MINITAB didapat $\hat{\phi} = 0{,}7886$ dan $\hat{\theta} = -0{,}5122$, dengan jumlah kuadrat galat S = 1809,10 pada 100 pengamatan (*backforecast dikeluarkan*) .

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pengestimasian parameter dengan metode *Uncoditional ML* menghasilkan model yang sama seperti model pada data bangkitan. Agar pengestimasian parameter lebih akurat dengan jumlah digit yang lebih besar untuk penduga parameter yang menghasilakan jumlah error yang lebih kecil lagi diperlukan pengembangan pembuatan bahasa pemprograman yang bisa menjawab persoalan ini, sehingga diperlukan penelitian lanjutan.

DAFTAR PUSTAKA

Aswi & Sukarna, 2006. *Analisis Deret Waktu*, Makasar: Andira Publisher.

Box, G.E.P & Jenkins, GM., 1976. *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 2nd Edition, San Francisco : Holden-Day.

Hamilton, J.D., 1994. *TimeSeries Analysis*, New Jersey : Princeton University Press.

Judge, G.G., Griffiths, W.E., Lütkepol, H., Hill, R.C., Lee, T.C., 1985. *The Theory and Practice of Econometrics*, 2nd Edition, USA: John Wiley & Sons, Inc.

Kirchgässner, G., & Wolters, J., 2007. *Introduction to Modern Time Series Analysis*, Berlin: Springer-Verlag.

Koutsoyiannis, A., 1977. *Theory Of Econometrics: An Introductory Exposition of Econometric Methods*, 2nd Edition, USA: Harper & Row Publishers, Inc.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & MicGee, V.E., 1998. *Forecasting and Aplications*, 2nd , John Wiley & Sons, Inc. (alih bahasa: Hari .

Soejoeti, Z., 1987. *Analisis Runtun Waktu*, Jakarta: Kurnia Universitas Terbuka.

Tsay, R.S., 2002. *Analysis of Financial Time Series: Financial Econometrics*, New York:John Wiley & Sons. Inc.

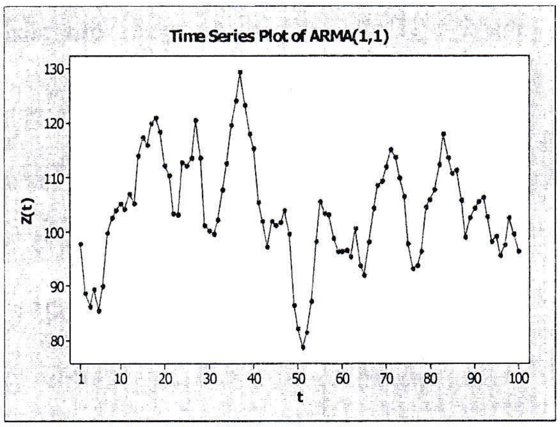
Wei, W.W.S., 1994. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, California: Addison-Wesley Publishing Company.

LAMPIRAN

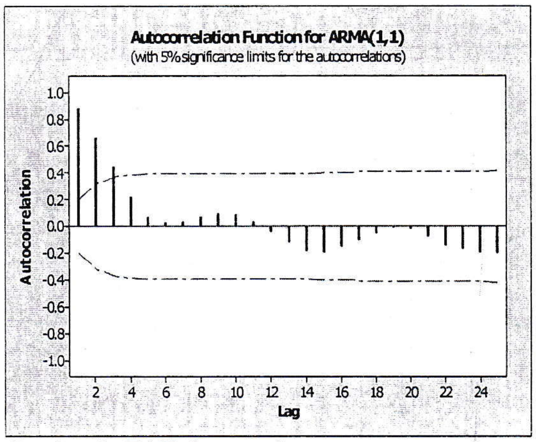
Tabel 1: Data simulasi deret waktu $(1-0{,}9B)Z_t = (1+0{,}5B)a_t$

97.84	113.54	78.68	93.17
88.64	120.60	81.35	93.86
86.24	113.71	87.29	96.34
89.37	101.15	98.30	104.71
85.42	100.29	105.65	106.10
89.97	99.69	103.35	107.72
99.89	102.17	103.31	112.51
102.69	107.75	98.88	117.96
103.96	112.58	96.37	113.55
105.26	119.55	96.45	110.78
104.23	124.16	96.68	111.42
106.97	129.37	95.42	105.83
105.15	123.40	100.56	99.02
114.08	117.96	93.87	102.67
117.45	115.33	91.94	104.46
115.93	105.38	98.30	105.63
119.96	102.12	104.36	106.48
120.92	97.27	108.64	102.88
118.50	101.98	109.42	98.20
112.25	101.29	111.97	99.20
110.42	101.79	115.31	95.64
103.43	104.03	113.92	97.61
103.32	99.57	110.00	102.64
112.89	86.45	106.58	99.69
112.20	82.09	97.81	96.34

Sumber : Simulasi 2012

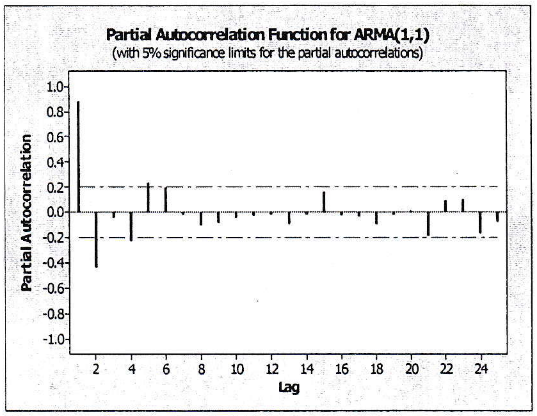


Gambar 1 : Grafik deret waktu simulasi ARMA(1,1): $(1-0{,}9B)Z_t = (1+0{,}5B)a_t$



Gambar 2: FAK deret waktu

$$(1-0{,}9B)Z_t = (1+0{,}5B)a_t$$



Gambar 3 : Grafik FAKP deret waktu

$$(1-0{,}9B)Z_t = (1+0{,}5B)a_t$$

Tabel 2 : Tabel nilai backcasting e_t dan nilai forecasting a_t untuk $\hat{\phi} = 0{,}8$ dan $\hat{\theta} = -0{,}5$

t	Z_t	e_t	a_t
-74	0,03882	0	0.0388239
-73	0.04314	0	-0.0112158
-72	0.047930	0	0.01471475
⋮	⋮	⋮	⋮
-1	84.99558	0	11.1373525
0	94.43953	0	12.374836
1	97.83700	12.772478	6.6539967
⋮	⋮	⋮	⋮
98	102,6450	7.1156893	9.5115899
99	99,69400	11.609421	2.5577050
100	96,34300	2.751757	5.3395474

Tabel 3. Nilai $S(\hat{\phi}, \hat{\mu}, \hat{\theta})$ untuk beberapa pasangan $\hat{\phi}$ dan $\hat{\theta}$

$\hat{\phi}$	$\hat{\theta}$	M	$S(\hat{\phi}, \hat{\mu}, \hat{\theta})$
0.7886	-0,5122	28	24482,14
0,90	-0,50	74	7477,67