MODUL PRAKTIKUM

MATA KULIAH MATEMATIKA TEKNIK

HAPPY NUGROHO, S.T., M.T.

LABORATORIUM KOMPUTASI & TEKNOLOGI INFORMASI

UNIVERSITAS MULAWARMAN

FAKULTAS TEKNIK

PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO

SEMESTER GENAP

TAHUN 2022

Peraturan dan Tata Tertib Praktikum

1. Sebelum mengikuti praktikum, Pendaftar wajib mengikuti Kegiatan Belajar Mengajar (KBM) Mata Kuliah Mikrokontroler yang telah ditetapkan.
2. Setiap Praktikan diwajibkan mematuhi "Peraturan dan Tata Tertib Praktikum" ini.
3. Sebelum melaksanakan praktikum, Praktikan diwajibkan menguasai dasar teori dari percobaan yang bersangkutan.
4. Selama proses praktikum:
   a. Praktikan wajib memakai baju/kaos (atasan) berkerah dan bawahan yang rapi.
   b. Setiap Praktikan diwajibkan memiliki buku petunjuk praktikum dan Kartu Tanda Praktikum (KTP) yang harus dilengkapi dengan pas foto.
   c. Praktikan harus hadir di laboratorium lima menit sebelum praktikum dimulai dan menyerahkan KTP kepada asisten yang bertugas.
   d. Toleransi keterlambatan maksimal 30 menit dari waktu percobaan dimulai.
   e. Apabila terlambat lebih dari waktu yang telah ditetapkan maka dianggap telah mengundurkan diri kecuali telah mendapat rekomendasi dari Dosen Pengampu Mata Kuliah Mikrokontroler.
   f. Tidak diijinkan untuk pindah kelompok kecuali telah mendapat rekomendasi tertulis dari Dosen Pengampu Mata Kuliah Mikrokontroler.
   g. Praktikan harus menyediakan sendiri alat-alat tulis yang diperlukan.
   h. Selama di dalam laboratorium, Praktikan dilarang makan, minum, dan merokok serta harus menjaga ketertiban.
   i. Untuk setiap percobaan sudah disediakan alat, tempat dan bahan sendiri yang tidak boleh diubah, diganti, atau ditukar kecuali oleh asisten yang bersangkutan.
   j. Apabila menjumpai kesalahan, kerusakan, atau ketidaksesuaian dengan buku petunjuk praktikum, Praktikan harus segera melapor pada asisten.
   k. Setelah selesai menyusun rangkaian sesuai dengan buku petunjuk praktikum, Praktikan harap segera melapor pada asisten, dan dilarang menghubungkan rangkaian dengan sumber tegangan sebelum mendapat ijin dari asisten yang bersangkutan.

5. Praktikan terkena sanksi ***gugur*** apabila:
    a. Tidak mengikuti praktikum sesuai jadwal yang telah ditetapkan.
    b. Tidak mengikuti satu atau lebih percobaan dalam satu praktikum.
    c. Mendapatkan nilai akhir rerata dibawah 60 untuk semua percobaan dalam Praktikum Mikrokontroler ini.

Dosen Pengampu Mata Kuliah
Mikrokontroler,

Happy Nugroho, S.T., M.T.
NIP. 19851229 201803 1 001

MATRIKS VEKTOR

Konsep dasar matematika khususnya Matriks Vektor ini banyak diterapkan dalam perhitungan jaringan syaraf tiruan, sistem *fuzzy*, maupun sistem kendali di lingkungan keteknikan. Konsep-konsep dasar tersebut akan dipelajari dalam materi berikut.

I. VEKTOR

Vektor didefinisikan dengan n jumlah data bilangan-bilangan *real*, yang memiliki notasi yakni:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

dimana, x_1, x_2,⋯, x_n adalah bilangan-bilangan *real*.

Secara geometris, vektor x menyatakan garis berarah di ruang dimensi n dari titik awal (0, , 0,⋯, 0) ke titik terminal (x_1, x_2,⋯, x_n). *Transpose* x (simbol x^T) adalah suatu vektor x yang dinyatakan dalam sebuah baris $x^T = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$. Dua vektor x dan y dikatakan sama ($x = y$) apabila semua komponen yang bersesuaian adalah sama, dinotasikan dengan:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

kondisi tersebut berlaku bila, $x_1 = y_1$, $x_2 = y_2$, ⋯ $x_n = y_n$

I.1 OPERASI-OPERASI VEKTOR

Beberapa operasi yang berlaku pada vektor, antara lain:

a. Perkalian vektor dengan skalar

Misal k adalah skalar dan $x^T = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$ adalah vektor. Maka,

$$kx = k\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx_1 \\ kx_2 \\ \cdots \\ kx_n \end{bmatrix}$$

Secara geometris, Bila $k > 0$ maka arah vektor kx sama dengan arah vektor x. Sebaliknya, bila $k < 0$ maka arah vektor kx berlawanan dengan arah vektor x. Dan bila $k = 0$ maka semua elemen vektor $kx = 0$, atau disebut dengan vektor 0.

b. Penjumlahan / pengurangan dua vektor

Misal x dan y adalah dua vektor pada ruang dimensi yang sama (misal dimensi n). Penjumlahan atau pengurangan vektor x dan y adalah,

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \\ \cdots \\ x_n + y_n \end{bmatrix}$$

dan

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - y_1 \\ x_2 - y_2 \\ \cdots \\ x_n - y_n \end{bmatrix}$$

c. Hasil kali dua vektor (*dot product*)

Misal x dan y adalah dua vektor pada ruang dimensi yang sama (misal dimensi n). Perkalian titik vektor x dengan vektor y didefinisikan sebagai suatu skalar, yang merupakan penjumlahan dari hasil kali elemen-elemen vektor x dan y yang bersesuaian. Dinotasikan dengan,

$$x \cdot y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{bmatrix} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_n y_n$$

Perkalian *dot product* dari dua vektor menghasilkan nilai skalar, bukan vektor. Dua buah vektor x dan y (keduanya bukan vektor 0) disebut vektor-vektor yang saling tegak lurus (*Ortogonal*) bila $x \cdot y = 0$.

Misal x, y, dan z adalah vektor-vektor dalam ruang yang sama, 0 adalah vektor *Nol*, dan c_1, c_2 adalah skalar. Beberapa sifat operasi vektor adalah sebagai berikut:

d. Operasi penjumlahan vektor dan perkalian dengan skalar

i. Komutatif : $x + y = y + x$

ii. Asosiatif : $x + (y + z) = (x + y) + z$

$c_1(c_2x) = (c_1c_2)x$

iii. Distributif : $c_1(x + y) = c_1x + c_1y$

$(c_1+c_2)x = c_1x + c_2x$

iv. Elemen Identitas : $x + 0 = 0 + x = 0$

e. Operasi perkalian titik

i. Komutatif : $x \cdot y = y \cdot x$

ii. Asosiatif : $(c_1x) \cdot y = c_1(x \cdot y)$

iii. Distributif : $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$

iv. $x \cdot x = 0$, jika $x = 0$.

I.2 SOAL DAN PEMBAHASAN

Diketahui vektor-vektor sebagai berikut,

$x^T = [1 \quad 2 \quad 3]$, $y^T = [2 \quad -3 \quad 1]$, dan $z^T = [3 \quad 2 \quad -1]$. Maka Hitunglah:

a) $x - z$

b) $3(x - 7y)$

c) $2x \cdot y$

Jawab:

a) $x - z = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

b) $3(x - 7y) = 3\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - 7\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -39 \\ 69 \\ -12 \end{bmatrix}$

c) $2x \cdot y = 2(x \cdot y) = 2(1 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 1) = -2$

I.3 NORM VEKTOR

Misal $x^T = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$ adalah suatu vektor, maka Norm atau Panjang vektor x didefinisikan sebagai $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$. Panjang vektor memiliki karakteristik:

a. Jika c adalah semarang bilangan *real*,maka $\|cx\| = |c| \cdot \|x\|$
b. Jarak dua vektor x dan y adalah $\|x - y\|$
c. $\frac{x}{\|x\|}$ adalah vektor searah dengan x yang memiliki panjang $= 1$
d. Pertidaksamaan *Cauchy-Schwartz* : $(xy)^2 \leq \|x\|^2\|y\|^2$

I.4 SOAL DAN PEMBAHASAN

Misal $x^T = [1 \quad -3 \quad 2]$ dan $y^T = [2 \quad 2 \quad -4]$. Hitunglah:

a) $\|2x + y\|$
b) $\|x\| + \|y\|$

Jawab:

a) $\|2x + y\| = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}$, maka:

$\|2x + y\| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 0^2} = 4\sqrt{2}$

b) $\|x\| + \|y\| = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 2^2} + \sqrt{2^2 + 2^2 + (-4)^2} = \sqrt{14} + \sqrt{24}$

II. MATRIKS

Matriks adalah kumpulan bilangan-bilangan yang disusun dalam larik baris dan kolom. Jika matriks A terdiri dari m baris dan n kolom, maka matriks A dapat ditulis:

$$A = a_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Perhatikan bahwa matriks yang terdiri dari 1 kolom sama dengan bentuk suatu vektor.

II.1 JENIS-JENIS MATRIKS

Matriks Nol adalah matriks yang semua elemennya $= 0$. Matriks bujur sangkar adalah matriks yang jumlah baris $=$ jumlah kolom. Adapun matriks *Diagonal D* adalah matris bujur sangkar dimana semua elemen di luar diagonal utama $= 0$, dan tidak semua elemen pada diagonal utama $= 0$.

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

dimana, tidak semua nilai a_{11}, a_{22},$\cdots$, $a_{nn} = 0$. Jika semua elemen diagonal utama pada matriks diagonal $= 1$ maka matriks tersebut adalah matriks *Identitas,* dinotasikan dengan:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

II.2 OPERASI PADA MATRIKS

Beberapa operasi yang dapat dilakukan pada matriks, antara lain:

a. Perkalian matriks dengan skalar

Jika A adalah sembarang matriks dan c adalah skalar, maka cA adalah matriks yang elemennya merupakan perkalian elemen matriks A dengan skalar c.

$$cA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ ca_{m1} & ca_{m2} & \cdots & ca_{mn} \end{bmatrix}$$

b. Penjumlahan / pengurangan matriks

Dua buah matriks dapat dijumlahkan / dikurangkan jika ordonya sama. Hasil penjumlahan / pengurangan dua matriks sama dengan penjumlahan / pengurangan elemen-elemen matriks yang bersesuaian. Misal diketahui matriks A dan matriks B adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

maka, matriks baru $A + B$ adalah:

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

c. Perkalian matriks

Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika jumlah kolom matriks $A =$ jumlah baris matriks B.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jk} = a_{i1} b_{1k} + a_{i2} b_{2k} + \cdots + a_{in} b_{nk}$$

apabila matriks A ber-*ordo* mxn dan matriks B ber-*ordo* nxp, maka matriks $C = A \cdot B$ ber-*ordo* mxp.

d. *Transpose* matriks

Transpose matriks A (simbol A^T) diperoleh dari matriks A dengan cara menukar baris dan kolomnya. Jika A ber-*ordo* mxn, maka A^T ber-*ordo* nxm.

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Bila suatu matriks sama dengan *Transpose*-nya, maka matriks tersebut dinamakan matriks simetris.

II.4 PERBEDAAN TIPE-TIPE DATA PADA ALJABAR LINIER

a. Skalar

Bilangan *real* ber-*ordo* $1x1$. Contoh: [1], [2], [1.5], dst.

b. Vektor

Matriks yang memiliki jumlah kolom hanya satu saja. Contoh: $F = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ber-*ordo* $3x1$.

c. *Array* atau Larik

Hampir mirip dengan vektor, merupakan matriks yang memiliki jumlah baris hanya satu saja. Contoh: $G = [1 \quad 0 \quad 0]$ ber-*ordo* $1x3$.

d. Matriks

Kumpulan bilangan yang terdiri dari baris dan kolom. Contoh: $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

e. *Tensor*

Kumpulan dari beberapa matriks di dalamnya. Contoh:

matriks $O = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$.

II.5 SOAL DAN PEMBAHASAN

Diketahui matriks A, B, dan C adalah sebagai berikut:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

Hitunglah:

a) $2A$ b) $A + B$

Jawab:

a) $2A = 2\begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \\ -8 & 2 & 8 \end{bmatrix}$

b) $A + B$ tidak dapat dilakukan karena *ordo*-nya tidak sama, matriks A ber-*ordo* $3x3$ sedangkan matriks B ber-*ordo* $3x2$

III. TUGAS MAHASISWA

1. Tunjukkan bahwa untuk sembarang vektor x, maka $\left\| \frac{1}{\|x\|} x \right\| = 1$
2. Jelaskan mengapa operasi hasil kali titik pada sembarang vektor-vektor x, y, z dan skalar c berikut ini tidak dapat dilakukan.
   a) $x \cdot (y \cdot z)$
   b) $(x \cdot y) + z$
   c) $\|x \cdot y\|$
   d) $c \cdot (x + y)$

MATRIKS VEKTOR (Part 2)

TUGAS MAHASISWA

3. Diketahui vektor-vektor sebagai berikut (seperti Tugas Soal no. 2), $x^T = [1 \quad 2 \quad 3]$, $y^T = [2 \quad -3 \quad 1]$, dan $z^T = [3 \quad 2 \quad -1]$. Maka, carilah vektor v yang memenuhi persamaan $2x - y + v = 7v + z$.
4. Diketahui vektor $x^T = [1 \quad 2]$ dan $y^T = [-3 \quad 2]$. Carilah skalar c_1 dan c_2 sehingga $c_1 x^T + c_2 y^T = [5 \quad 2]$.
5. Misal $x^T = [1 \quad -3 \quad 2]$ dan $y^T = [2 \quad 2 \quad -4]$. Hitunglah:
   a) $\frac{1}{\|y\|} y$
   b) $\left\| \frac{1}{\|y\|} \right\| y$
6. Diketahui matriks A, B, dan C adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

   Hitunglah:
   a) $A \cdot B$
   b) $B \cdot A$
   c) $(C \cdot B)^T$
   d) $A \cdot I$, dimana matriks I adalah matriks Identitas
7. Tunjukkan bahwa untuk setiap konstanta c_1, c_2, dan matriks A, berlakulah $(c_1 c_2)A = c_1(c_2 \cdot A)$!

MATRIKS DAN MANIPULASINYA DALAM PEMROGRAMAN MATLAB

Bila sebelumnya telah dibahas konsep-konsep dasar matriks, maka Latihan kali ini membahas aplikasi matriks dalam pemrograman matlab. Beberapa jenis matriks yang tersedia dalam matlab dan karakteristiknya, antara lain:

IV. MATRIKS GENERAL

Matriks yang elemen-elemennya berada diantara dua kurung siku, menggunakan spasi sebagai pembatas antar elemen, dan memiliki tanda semicolon (;) sebagai pembatas baris matriks. Misal matriks A yaitu,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & 8 & -8 \end{bmatrix}$$

maka, perintah yang dituliskan dalam matlab adalah sebagai berikut,

```
>> A = [1 -3 2; 4 1 -1; 5 8 -8]
```

sebagai respon atau hasil eksekusi dari perintah di atas, matlab akan menampilkan matriks sebagai berikut,

```
A =

        1     -3     2

        4      1    -1

        5      8    -8
```

V. MATRIKS DIAGONAL

Matriks diagonal adalah matriks bujur sangkar yang semua elemennya di luar diagonnal utamanya bernilai $= 0$. Elemen-elemen matriks diagonal dapat juga dinyatakan dalam bentuk *array*. Misal matriks diagonal A yakni,

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ memiliki elemen diagonal berupa *array* $V = [2 \quad -1 \quad 3]$

Dalam matlab, perintah `diag(V)` digunakan untuk membentuk matrik diagonal yang elemen diagonalnya berupa *array* `V`. Perintah dalam matlab adalah:

```
>> V = [2 -1 3]
>> A = diag(V)
```

VI. MATRIKS IDENTITAS

Matriks identitas adalah matriks diagonal yang semua elemen diagonalnya bernilai $= 1$. Perintah yang digunakan untuk membentuk matriks edenitas ber-*ordo* nxn adalah `eye(n)`. Misal $n = 3$, maka

```
>> eye(3)

ans =

        1       0       0
        0       1       0
        0       0       1
```

VII. MATRIKS RANDOM

Untuk beberapa keperluan, sering sekali dibutuhkan suatu matriks yang elemen-elemennya diambil acak. Dalam matlab, bilangan acak yang digunakan memiliki rentang diantara $0 \leq x \leq 1$ dimana x merupakan anggota himpunan bilangan *real*. Perintah `rand(m,n)` digunakan untuk memberntuk matriks ber-*ordo* mxn yang elemennya bilangan acak bernilai diantara $0 \leq x \leq 1$. Misal matriks A ber-*ordo* $2x3$, maka,

```
>> A = rand(2,3)

A =

        0.7381      0.9358      0.8568
        0.0208      0.9283      0.6588
```

VIII. MATRIKS NOL

Matriks nol adalah matriks yang semua elemennya $= 0$. Perintahnya dalam matlab yakni,

```
>> A = zeros(2,3)
A =
        0    0    0
        0    0    0
```

IX. MATRIKS SATUAN

Matriks satuan mirip dengan matriks nol, tapi sdengan semua elemennya $= 1$.

```
>> A = ones(2,3)
A =
        1    1    1
        1    1    1
```

X. MATRIKS PASCAL

Matriks segitiga pascal adalah matriks yang berisi koefisien segitiga pascal. Matriks pascal ini dinotasikan sebagai:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & jika\ i = 1\ atau\ j = 1 \\ a_{i-1,j} + a_{i,j-1} & jika\ i \neq 1\ dan\ j \neq 1 \end{cases}$$

Elemen-elemen dalam dagonal sekunder (dari kiri bawah ke kanan atas) merupakan koefisien ekspansi $(x + y)^k$

```
>> A = pascal(5)
A =
        1    1    1    1    1
        1    2    3    4    5
        1    3    6    10   15
        1    4    10   20   35
        1    5    15   35   70
```

Tabel 1 berikut ini merupakan ringkasan perintah untuk membuat matriks, selain perintah yang tercantum dalam Tabel 1, masih banyak lagi jenis-jenis matriks yang lain yang dapat dibuat dengan mudah menggunakan fitur `help` pada matlab.

Tabel 1. Perintah membentuk matriks di matlab

Jenis Matriks	Instruksi	Keterangan
Diagonal	`diag(V)`	`V` = vektor yang elemennya merupakan matriks diagonal
Identitas	`eye(n)`	`n` = *ordo* matriks bujur sangkar
Random	`rand(m,n)` `randn(m,n)`	*ordo* matriks = mxn `rand` menghasilkan elemen himpunan bilangan real dengan rentang $(0 \leq x \leq 1)$
Nol	`zeros(m,n)`	*ordo* matriks = mxn
Satuan	`ones(m,n)`	*ordo* matriks = mxn
Pascal	`pascal(n)`	

XI. OPERASI SKALAR

Beberapa skalar dapat dioperasikan untuk menghasilkan skalar yang baru (Tabel 2).

Operator	Keterangan
$+$	penjumlahan skalar
$-$	pengurangan skalar
$*$	perkalian skalar
$/$	pembagian skalar
^	perpangkatan
`mod(m,n)`	sisa hasil bagi `m` dengan `n`
`fix(n)`	pembulatan terdekat `n` ke arah 0
`floor(n)`	pembulatan terdekat `n` ke arah $-\infty$
`ceil(n)`	pembulatan terdekat `n` ke arah $+\infty$
`round(n)`	pembulatan `n` ke bilangan bulat terdekat

XII. MANIPULASI MATRIKS

Matlab menyediakan fungsi-fungsi untuk memanipulasi matriks. Berikut adalah beberapa fungsi untuk memanipulasi matriks, antara lain:

a. *transpose matriks*

Dalam matlab, perintah *transpose* matriks dilakukan menggunakan tanda ($'$). Misal matriks A adalah,

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix}$$

maka, keluaran matlab untuk perintah A' adalah,

```
>> A'

ans =

      1     2     8
```

b. *ordo* matriks

Perintah `size(B)` akan menghasilkan *ordo* atau dimensi dari matriks B. Perintah ini dinotasikan dengan `[m, n] = size(B)`.

Misal, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, maka hasilnya dalam matlab adalah,

```
>> B = [3 1; -1 2; 1 0]
B =
        3     1
       -1     2
        1     0
```

c. *inverse* matriks

Misalkan A adalah matriks bujur sangkar. *Inverse* A (simbol A^{-1}) adalah suatu matriks sedemikian sehingga $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$. Dalam matlab digunakan perintah `inv` untuk mencari *inverse* suatu matriks.

Misal, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

```
>> A = [1 2; 5 3]
        1     2
        5     3
>> inv(A) =
ans =
        -0.4286      0.2857
         0.7143     -0.1429
```

d. menjumlahkan elemen diagonal

Untuk menjumlahkan semua elemen yang berada di diagonal utama, digunakan perintah `trace`. Penjumlahan elemen diagonal ini sering digunakan untuk mencari nilai eigen matriks secara iteratif.

Misal, $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \\ 9 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, maka `trace` dari matriks A adalah $= 4 + 1 + 2 = 7$.

```
>> A = [4 2 1; 3 0 8; 9 3 2]
A =
        4       2       1
        3       1       8
        9       3       2
>> k = trace(A)
k =
        7
```

e. menjumlahkan elemen-elemen matriks

Misal A adalah matriks ber-*ordo* mxn. Perintah `sum(A)` atau `sum(A,1)` akan menjumlahkan semua elemen dalam satu kolom. Hasilnya berupa suatu array $1xn$. Bila diinginkan penjumlahan dilakukan per baris, maka gunakan perintah . `sum(A,2)`. Akan tetapi bila A berupa vektor ataupun *array*, maka `sum(A)` akan menghasilkan suatu skalar berupa jumlah semua elemen dalam A.

```
>> A = [4 2 1; 3 0 8; 9 3 2]
A =
        4       2       1
        3       1       8
        9       3       2
>> sum(A)
ans =
        16      6       11
```

f. mengurutkan elemen matriks

Jika A adalah matriks, perintah `sort(A)` atau `sort(A,1)` akan mengurutkan elemen dalam satu kolom dari kecil ke besar. Bila diperlukan pengurutan dilakukan per baris, gunakan perintah `sort(A,2)`. Format perintah ini mirip dengan perintah `sum`.

```
>> A = [4 2 1; 3 0 8; 9 3 2]
A =
        4    2    1
        3    1    8
        9    3    2
>> sort(A,1)
ans =
        3    1    1
        4    2    2
        9    3    8
>> sort(A,2)
ans =
        1    2    4
        1    3    8
        2    3    9
```

g. menguji kesamaan dua matriks

Untuk menguji apakah dua buah matriks yang sudah dimasukkan (misal matriks A dan B) sama, gunakan perintah `isequal(A,B)`. Keluaran perintah ini berupa bilangan biner. Jika $A = B$ maka keluaran $= 1$. Sebaliknya, jika $A \neq B$ (berarti minimal ada satu elemen seletak yang tidak sama), maka keluaran $= 0$.

```
>> A = [4 2 1; 3 0 8; 9 3 2]
A =
          4        2        1
          3        1        8
          9        3        2
>> B = [0 2 1; 3 0 8; 9 3 2]
A =
          0        2        1
          3        1        8
          9        3        2
>> isequal(A,B)
ans =
          0
```

h. norm atau panjang matriks

Norm vektor adalah suatu ukuran untuk menghitung panjang vektor. Misal suatu vektor maupun *array* $x = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$, maka norm atau panjang vektor adalah:

$$\|x\|_p = \left(\sum_{j=1}^{n} |x_j|^p\right)^{\frac{1}{p}} = \sqrt[p]{|x_1|^p + |x_2|^p + \cdots + |x_n|^p}$$

Bila $p = 1$, maka $\|x\|_p$ sama dengan penjumlahan harga mutlak elemen-elemen vektor maupun *array*. Bila $p = 2$, $\|x\|_p$ menyatakan panjang vektor maupun *array*. Perintah `norm(x,p)` dalam matlab (x berupa vektor baris ataupun kolom) menghasilkan norm vektor $x = \|x\|_p$. Untuk $p = 2$, cukup dituliskan `norm(x)` saja.

```
>> x = [4 -2 3]
x =
       4      -2     3
>> norm(x)
ans =
       5.3852
>> norm(x,1)
ans =
       9
>> norm(x,2)
ans =
       4.6261
```

XIII. MENGAKSES ELEMEN MATRIKS

Elemen matriks dapat diakses satu persatu maupun per baris atau per kolom. Dengan cara tersebut, maka proses perht=itungan yang melibatkan seluruh elemen dalam satu baris atau kolom dapat diproses dengan cepat. Matlab juga menyediakan fasilitas untuk menghapus / menambah baris atau kolom, serta penggabungan dua buah matriks. Cara memprosesnya adalah sebagai berikut.

a. mengakses elemen matriks

Untuk mengakses elemen dalam matriks, cukup menuliskan nama matriks diikuti indeksnya. Perhatikan perbedaan penggunaan tanda kurung biasa $'(\,)'$ dengan kurung siku $'[\,]'$. Kurung biasa, digunakan untuk mengakses elemen matriks atau juga sebagai parameter fungsi. Sedangkan kurung siku untuk membentuk matriks. Misal matriks A adalah matriks *magic*, maka untuk mengakses elemen baris ke-4 kolom ke-2 dilakukan dengan cara:

```
>> A = magic(4)
A =
        16      2       3       13
        5       11      10      8
        9       7       6       12
        4       14      15      1
>> A(4,2)
ans =
        14
```

b. mengakses seluruh elemen dalam satu baris atau kolom

Untuk mengakses seluruh elemen dalam satu baris atau kolom, digunakan indeks (:). Bila ingin mengakses baris ke-4 di semua kolom pada matriks *magic* A di atas, dengan cara:

```
>> A(4,:)
ans =
        4       14      15      1
```

Perintah `A(1:m,n)` menghasilkan vektor maupun *array* yang isinya elemen matriks pada kolom-n, mulai dari baris ke-1 hingga baris ke- n.

```
>> A(2:3,4)
ans =
        8
        12
```

c. menambah baris atau kolom matriks

Jika matriks A ber-*ordo* $2x2$, maka perintah `A(2,3)` menyebabkan *error* karena indeks kolom yang diminta melebihi *ordo* matriks. Akan tetapi, bila menyimpan nilai pada elemen mariks yang melebihi *ordo* -nya, maka matlab akan secara otomatis menambah baris atau kolom matriks A. Misal matriks A adalah sbb.:

```
>> A = ones(2,2)
A =
        1    1
        1    1
```

Dengan menggunakan perintah `A(2,3)=8` akan menyebabkan matriks A ber-*ordo* $2x3$, dimana semua elemen pada kolom ke-3 bernilai $= 0$ kecuali $A(2,3) = 8$

```
>> A(2,3)=8
A =
        1    1    0
        1    1    8
```

d. menghapus baris atau kolom matriks

Untuk menghapus baris atau kolom dilakukan dengan cara yang mirip dengan penambahan baris dan kolom. Bedanya, di sisi kanan perintah adalah sepasang kurung siku kosong. Misal A adalah matriks *magic*, perintah `A(:,3)=[]` akan menghapus kolom ketiga matriks A. Akan tetapi, perintah `A(2,3)=[]` menghasilkan *error* karena jika elemen $A(2,3)$ dihapus, hasilnya bukan lagi suatu matriks.

```
>> A = magic(4)
A =
        16   2    3    13
        5    11   10   8
        9    7    6    12
        4    14   15   1
```

```
>> A(:,3)=[]
A =
        16    2    13
        5     11   8
        9     7    12
        4     14   1
```

e. menggabungkan beberapa matriks

Penggabungan matriks dilakukan dengan menempatkan matriks kedua di sebelah matriks pertama. Misal `A = ones(2)` yang ber-*ordo* $2x2$. Perintah `A = magic(2)` menyebabkan penambahan matriks `magic(2)` di sebelah kanan matriks A sehingga A ber-*ordo* $2x4$.

```
>> A = ones(2)
A =
        1    1
        1    1
>> [A  magic(2)
ans =
        1    1    1    3
        1    1    4    2
```

TUGAS

1. Diketahui matriks A, B, dan C sebagai berikut:

   $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

   Hitunglah menggunakan matlab dan telitilah hasilnya!

   a. AC'
   b. Apakah $AB = BA$?
   c. Apakah $(AB)C = A(BC)$?
   d. $A^{-1}A$

2. Buatlah matriks A ber-*ordo* $3x4$ dan B ber-*ordo* $4x2$. Telitilah bagaimana efek perintah berikut ini pada A dan B yang bukan matriks bujur sangkar :

   a. `Trace`
   b. `Inv`

3. Apakah arti operator ^ pada matriks ? pada *array* dan vektor ?
4. Apakah arti perintah `eye(m,n)` dengan $m \neq n$. Cobalah untuk `eye(4,3)` dan `eye(3,4)`. Apakah hasilnya berupa matriks identitas ?
5. Buatlah matriks A ber-*ordo* $3x3$ dengan elemen acak bilangan bulat memiliki nilai berada diantara rentang $10 \leq x \leq 50$!
6. Buatlah seperti soal no.5 beberapa kali untuk melihat apakah $A^{-1}A$ selalu sama dengan I !
7. Buatlah matriks berukuran $3x3$ yang semua elemennya $= 5$!
8. Diketahui $x = [5 \quad 4 \quad 2 \quad -3]$. Hitunglah $\left\| \frac{x}{\|x\|} \right\|$. Cobalah beberapa kali untuk vektor baris maupun kolom x dengan *ordo* berbeda-beda ? Apakah hasilnya selalu sama ?