

**MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION
DENGAN FUNGSI PEMBOBOT ADAPTIVE TRICUBE**

(Studi Kasus: Indikator Pencemaran Air *Dissolve Oxygen*
di Daerah Aliran Sungai Mahakam Kalimantan Timur Tahun 2018)

SKRIPSI



**Vivi Dwi Lestari
NIM. 1607015013**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS MULAWARMAN
SAMARINDA
2020**

**MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION
DENGAN FUNGSI PEMBOBOT ADAPTIVE TRICUBE
(Studi Kasus: Indikator Pencemaran Air *Dissolve Oxygen*
di Daerah Aliran Sungai Mahakam Kalimantan Timur Tahun 2018)**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Program Studi Statistika
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Mulawarman untuk memenuhi sebagian persyaratan untuk
memperoleh gelar Sarjana Statistika**

Oleh :

**Vivi Dwi Lestari
NIM. 1607015013**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS MULAWARMAN
SAMARINDA
2020**

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi Sarjana berjudul **MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION DENGAN FUNGSI PEMBOBOT ADAPTIVE TRICUBE** (Studi Kasus: Indikator Pencemaran Air *Dissolve Oxygen* di Daerah Aliran Sungai Mahakam Kalimantan Timur Tahun 2018) oleh Vivi Dwi Lestari telah dipertahankan di depan Dewan Pengaji pada tanggal 12 Maret 2020.

SUSUNAN TIM PEMBIMBING

Menyetujui,

Pembimbing I,



Dr. Suyitno, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19641115 199010 1 001

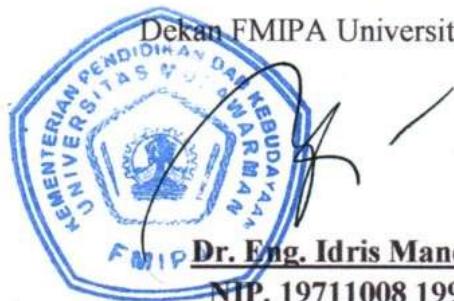
Pembimbing II,



Meiliyani Siringoringo, M.Si.
NIP. 19900518 201903 2 018

Mengetahui,

Dekan FMIPA Universitas Mulawarman



Dr. Eng. Idris Mandang, M.Si.
NIP. 19711008 199802 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi yang berjudul “Model *Geographically Weighted Logistic Regression* dengan Fungsi Pembobot *Adaptive Tricube* (Studi Kasus: Indikator Pencemaran Air *Dissolve Oxygen* di Daerah Aliran Sungai Mahakam Kalimantan Timur Tahun 2018)” tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu perguruan tinggi manapun. Sepanjang pengetahuan saya, tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan sebenar-benarnya. Saya sanggup menerima konsekuensi akademik dikemudian hari apabila pernyataan yang dibuat ini tidak benar.

Samarinda, 5 Maret 2020

Vivi Dwi Lestari

ABSTRAK

Model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) merupakan model lokal dari model regresi logistik yang diaplikasikan pada data spasial. Penaksiran parameter model GWLR dilakukan di setiap lokasi pengamatan menggunakan pembobot spasial. Pembobot spasial dihitung menggunakan fungsi pembobot *Adaptive Tricube* dan *bandwidth optimum* diperoleh berdasarkan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV). Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan model GWLR pada data *Dissolve Oxygen* (DO) di Daerah Aliran Sungai Mahakam dan mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap peluang air Sungai Mahakam tidak tercemar berdasarkan indikator DO. Data penelitian adalah data sekunder yang diperoleh dari Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur. Metode penaksiran parameter model GWLR adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa penaksir parameter eksak (*closed-form*) untuk mendapatkan model GWLR tidak dapat diperoleh secara analitik dan hampiran penaksir ML diperoleh menggunakan metode iterasi Newton-Raphson. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap peluang air Sungai Mahakam tidak tercemar berdasarkan indikator DO berdasarkan pengujian parsial model GWLR berbeda-beda di setiap lokasi pengamatan. Faktor-faktor yang berpengaruh berbeda-beda di setiap lokasi pengamatan tersebut adalah konsentrasi fosfat dan konsentrasi nitrit. Faktor-faktor yang berpengaruh secara global adalah *Total Dissolved Solid*.

Kata Kunci: *Adaptive Tricube*, DO, GWLR, MLE, Newton-Raphson

ABSTRACT

Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR) model is a local model of the Logistic Regression model applied to spatial data. Parameter estimation is performed at each observation location using spatial weighting. The spatial weighting is calculated by using an adaptive tricube function and bandwidth optimum is obtained based on Generalized Cross Validation (GCV) criteria. The purpose of this study is to obtain a GWLR model on the water pollution indicator Dissolve Oxygen (DO) in Mahakam River in East Kalimantan Province and to find factors affecting the probability of the Mahakam River water is not polluted based on DO indicator. The research data is secondary obtained from Environmental Department of East Kalimantan. The parameter estimation method is Maximum Likelihood Estimation (MLE). The research result show that the closed form of ML estimator can not be found analytically and it can be approximated by using Newton-Raphson iterative methods. Based on the result of partial hypothesis test the factors influencing the probability of the Mahakam River water is not polluted is different for every observation location. They are phosphate concentration and nitrite concentration. The factors influencing globally are Total Dissolved Solid.

Keywords: Adaptive Tricube, DO, GWLR, MLE, Newton-Raphson

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, Penulis bersyukur atas kehadirat Allah Subhanahu wa Ta'ala yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian dan penulisan skripsi yang berjudul "**Model Geographically Weighted Logistic Regression dengan Fungsi Pembobot Adaptive Tricube (Studi Kasus: Indikator Pencemaran Air Dissolve Oxygen di Daerah Aliran Sungai Mahakam Kalimantan Timur Tahun 2018)**". Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika pada program Studi Statistika FMIPA UNMUL.

Penulisan dan penyelesaian skripsi ini banyak pihak-pihak yang membantu memberikan motivasi, saran, kritik dan semangat serta do'a, oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Eng Idris Mandang, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman.
2. Ibu Dr. Sri Wahyuningsih, M.Si. selaku Wakil Dekan Bidang Akademik, Kemahasiswaan dan Alumni Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman.
3. Bapak Dr. Suyitno, S.Pd., M.Sc. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman dan selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, saran, arahan mulai dari tahap persiapan hingga penyusunan dan motivasi penulisan skripsi.
4. Ibu Dr. Sifriyani, S.Pd., M.Si. selaku Koordinator Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman dan selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan arahan, kritikan dan masukan demi kesempurnaan skripsi ini.
5. Ibu Meiliyani Siringoringo, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan saran, arahan dan motivasi pada penyempurnaan skripsi ini.
6. Ibu Memi Nor Hayati, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji I yang telah memberikan arahan, kritikan dan masukan demi kesempurnaan skripsi ini.

7. Kedua orang tua penulis yaitu Bapak Tukino dan Ibu Tuti Masyitah yang selalu memberikan do'a, motivasi, semangat dan dukungan moril maupun materil serta kasih sayang yang begitu luar biasa kepada penulis.
8. Teman-teman *Squad COCACELA* (Sudirman, Ullimaz Sam Primadigna, Siti Mahmudatur Rahmah dan M. Wildan Rizqi Miftahussanadi) dan Imasdiani yang senantiasa menghibur, memberikan do'a, kasih sayang, semangat, motivasi serta membantu kelancaran penyelesaian skripsi ini.
9. Teman-teman seperbimbingan penulis, Ulfah Resti Inayah, Nabila Al-Karima, Fatma Wati, Afwan Azizy, Ullimaz Sam Primadigna, Siti Mahmudatur Rahmah dan Nida' Adila Khairunnisa yang senantiasa memberikan do'a, semangat serta motivasi dalam penyelesaian skripsi ini.
10. Alumni program studi statistika, Nadya Pratiwi, S.Stat, Ranita Nur Safitri, S.Stat, Wianita Noviani, S.Stat, Nanda Anggun Wahyuni, S.Stat dan Riska Putri Utami, S.Stat yang telah memberikan semangat, motivasi dan saran dalam penulisan skripsi ini.
11. Sahabat penulis, Sarah Iqlima, Henni Puspita Sari dan Harly Prakasa Putra yang telah memberikan do'a dan semangat dalam penyusunan skripsi ini.
12. Teman-teman statistika angkatan 2016 yang telah memberikan do'a, dukungan dan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.
13. Teman-teman KKN angkatan 45 Desa Genting Tanah dan teman-teman PKL Dinas Pengendalian Penduduk dan Keluarga Berencana Kota Samarinda
Penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan sehingga kritik dan saran yang membangun dari berbagai pihak sangat diharapkan. Penulis berharap skripsi ini dapat menambah pengetahuan serta bermanfaat bagi pembaca.

Wassalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Samarinda, Maret 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI.....	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
DAFTAR SIMBOL	xv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Batasan Masalah	4
1.3 Rumusan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA.....	6
2.1 <i>Generalized Linear Model (GLM)</i>	6
2.2 Distribusi Bernoulli.....	7
2.3 Model Regresi Logistik Biner.....	8
2.3.1 Penaksiran Parameter Model Regresi Logistik Biner	9
2.3.2 Pengujian Parameter Regresi Logistik Biner Secara Serentak	12
2.3.3 Pengujian Parameter Regresi Logistik Biner Secara Parsial.....	13
2.4 Pendekripsi Multikolinieritas.....	14
2.5 Pengujian Heterogenitas Spasial.....	15

2.6	Pembobot Spasial Pada Model <i>Geographically Weighted Regression</i>	17
2.7	Pemilihan <i>Bandwidth</i>	18
2.8	Model <i>Geographically Weighted Logistic Regression</i>	19
2.8.1	Penaksiran Parameter Pada Model GWLR.....	20
2.8.2	Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik Biner dan Model GWLR.....	23
2.8.3	Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak....	24
2.8.4	Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial.....	25
2.9	Ukuran Kebaikan Model Regresi Logistik dan GWLR.....	26
2.10	Interpretasi Model Regresi Logistik dan GWLR	27
2.11	Deskripsi Sungai Mahakam	28
2.12	<i>Dissolve Oxygen</i> (DO)	29
2.13	Konsentrasi Amonia (NH ₃)	30
2.14	Konsentrasi Fosfat (PO ₄)	30
2.15	Daya Hantar Listrik.....	31
2.16	<i>Total Dissolved Solid</i> (TDS)	31
2.17	Konsentrasi Nitrit.....	32
2.18	Konsentrasi Sulfat	32
BAB 3.	METODOLOGI PENELITIAN	33
3.1	Waktu dan Tempat Penelitian	33
3.2	Rancangan Penelitian dan Teknik Pengumpulan Data	33
3.3	Populasi, Sampel dan Teknik <i>Sampling</i>	33
3.4	Variabel Penelitian	34
3.5	Teknik Analisis Data.....	35
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN	40
4.1	Data Penelitian.....	40
4.2	Deskripsi Data Penelitian	40
4.3	Pendeteksian Multikolinearitas	41
4.4	Model Regresi Logistik Biner	42
4.4.1	Penaksiran Parameter Model Regresi Logistik Biner	42

4.4.2 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Biner	
Secara Serentak	43
4.4.3 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Biner	
Secara Parsial.....	44
4.5 Pengujian Heterogenitas Spasial	45
4.6 Model <i>Geographically Weighted Logistic Regression</i>	46
4.6.1 Penaksiran Parameter Model GWLR	52
4.6.2 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik Biner	
dan Model GWLR	54
4.6.3 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak	55
4.6.4 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial	55
4.6.5 Interpretasi Parameter Model GWLR	69
BAB 5. PENUTUP	74
5.1 Kesimpulan.....	74
5.2 Saran	75
DAFTAR PUSTAKA	76
LAMPIRAN	79
RIWAYAT HIDUP	

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Indikator Pencemaran Perairan Berdasarkan Nilai DO	30
Tabel 3.1 Variabel Penelitian.....	35
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Data Variabel Prediktor.....	40
Tabel 4.2 Nilai VIF Setiap Variabel Prediktor	41
Tabel 4.3 Nilai Taksiran Model Regresi Logistik Biner.....	42
Tabel 4.4 Pengujian Hipotesis Parameter Regresi Logistik Biner Secara Serentak	43
Tabel 4.5 Pengujian Hipotesis Parameter Model Regresi Logistik Biner Secara Parsial	44
Tabel 4.6 Nilai Statistik Uji Heterogenitas Spasial.....	46
Tabel 4.7 Jarak <i>Euclidean</i>	46
Tabel 4.8 Pembobot Spasial.....	47
Tabel 4.9 <i>Bandwidth Optimum</i>	51
Tabel 4.10 Nilai Taksiran Parameter Model GWLR	52
Tabel 4.11 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik Biner dan Model GWLR.....	54
Tabel 4.12 Pengujian Hipotesis Parameter Model GWLR Secara Serentak	55
Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial	56
Tabel 4.14 Kelompok Model GWLR Berdasarkan Variabel-Variabel Prediktor yang Berpengaruh	62
Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan <i>Odds Ratio</i> Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar	63
Tabel 4.16 Nilai Probabilitas Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar dan Ketepatan Klasifikasinya.....	72

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Lokasi Pemantauan Air Sungai Mahakam Tahun 2018.....	34
Gambar 3.2 Diagram Alir Analisis Data.....	37
Gambar 4.1 Grafik Penentuan <i>Bandwidth</i> Lokasi Pulau Kumala.....	49
Gambar 4.2 Grafik Penentuan <i>Bandwidth</i> Lokasi Samarinda	51

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Data Penelitian	80
Lampiran 2. Statistika Deskriptif	81
Lampiran 3. <i>Syntax Octave Regresi Logistik Biner</i>	83
Lampiran 4. <i>Syntax R Pengujian Multikolinieritas</i>	86
Lampiran 5. <i>Syntax R Pengujian Heterogenitas Spasial</i>	87
Lampiran 6. <i>Syntax Octave Pemilihan Bandwidth Optimum</i>	88
Lampiran 7. <i>Syntax Octave Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum</i> dan Pembobot Spasial	91
Lampiran 8. <i>Syntax Octave Penaksiran Parameter Model GWLR</i>	93
Lampiran 9. <i>Syntax Octave Pengujian Kesesuaian Model GWLR</i> dengan Regresi Logistik Biner	97
Lampiran 10. <i>Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter</i> Model GWLR Secara Serentak	101
Lampiran 11. <i>Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter</i> Model GWLR Secara Parsial	105
Lampiran 12. <i>Outout</i> Regresi Logistik Biner	109
Lampiran 13. <i>Output</i> Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial	111
Lampiran 14. <i>Output</i> Penaksiran Parameter Model GWLR	117
Lampiran 15. <i>Output</i> Pengujian Kesesuaian Model GWLR dengan Regresi Logistik Biner	119
Lampiran 16. <i>Output</i> Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Serentak	120
Lampiran 17. <i>Output</i> Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Parsial	121
Lampiran 18. Model GWLR Setiap Lokasi Pengamatan	123
Lampiran 19. Nilai Probabilitas Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar...	128
Lampiran 20. Surat Permohonan Izin Penelitian dan	

Pengambilan Data.....	129
Lampiran 21. Surat Persetujuan Penelitian dan Pengambilan Data.....	130

DAFTAR SIMBOL

<u>Simbol</u>	<u>Arti</u>
Y	Variabel respon
$E(Y)$	Ekspektasi dari variabel acak Y
μ	<i>Mean</i> dari variabel respon kuantitatif
σ^2	Variansi dari distribusi normal
η	Komponen sistematis <i>Generalized Linier Model</i> (GLM)
β	Vektor parameter regresi logistik biner berdimensi $(p+1)$
\mathbf{x}_i	Vektor data pengamatan ke- i dari variabel prediktor berdimensi $(p+1)$
y_i	Data variabel respon pada pengamatan ke- i
$g(\cdot)$	Fungsi yang menghubungkan komponen acak dengan komponen sistematis GLM
$f(y; \theta, \phi)$	Fungsi densitas keluarga eksponensial
θ	Parameter kanonik
ϕ	Parameter dispersi
$f(y; \pi)$	Fungsi densitas distribusi Bernoulli
π	<i>Mean</i> dari variabel respon berdistribusi Bernoulli
$Var(Y)$	Variansi dari variabel respon berdistribusi Bernoulli
$B(1, \pi)$	Distribusi Bernoulli dengan parameter π
$L(\pi)$	Fungsi <i>likelihood</i> pada penaksiran parameter distribusi Bernoulli
$\ell(\pi)$	Fungsi <i>log-likelihood</i> pada penaksiran parameter distribusi Bernoulli
$\hat{\pi}$	Penaksir parameter distribusi Bernoulli
n	Banyaknya data pengamatan atau lokasi pengamatan
$L(\beta)$	Fungsi <i>likelihood</i> pada penaksiran parameter model regresi logistik biner

<u>Simbol</u>	<u>Arti</u>
$\ell(\beta)$	Fungsi <i>log-likelihood</i> pada penaksiran parameter model regresi logistik biner
$\hat{\beta}$	Vektor penaksir parameter regresi logistik biner berdimensi $(p+1)$
$\mathbf{0}$	Vektor nol berdimensi $(p+1)$
$\mathbf{g}(\beta)$	Vektor gradien pada penaksiran parameter model regresi logistik biner berdimensi $(p+1)$
\mathbf{y}	Vektor data pengamatan dari variabel respon berdimensi n
$\hat{\beta}^{(q+1)}$	Vektor penaksir parameter model regresi logistik biner pada iterasi Newton-Raphson pada saat iterasi terakhir (ke- $(q+1)$)
$\hat{\beta}^{(q)}$	Vektor penaksir parameter model regresi logistik biner pada iterasi Newton-Raphson ke- q
$\mathbf{H}(\beta)$	Matriks Hessian pada penaksiran parameter model regresi logistik biner berdimensi $(p+1) \times (p+1)$ berisi hasil turunan parsial orde kedua dari fungsi <i>log-likelihood</i> terhadap semua kombinasi elemen-elemen vektor parameter β
\mathbf{V}	Matriks diagonal berdimensi $(n \times n)$ dengan elemen diagonal ke- i adalah $\hat{\pi}_i [1 - \hat{\pi}_i]$
$\mathbf{I}(\hat{\beta})$	Matriks Informasi Fisher berdimensi $(p+1) \times (p+1)$
ε	Bilangan non-negatif yang cukup kecil misalkan 10^{-12} untuk menentukan kondisi konvergen pada iterasi Newton-Raphson
H_0	Hipotesis nol
H_1	Hipotesis alternatif
G	Statistik uji pada pengujian parameter model regresi logistik biner secara serentak
Ω	Himpunan parameter di bawah populasi pada model regresi logistik biner

<u>Simbol</u>	<u>Arti</u>
$\hat{\Omega}$	Himpunan parameter di bawah populasi yang memaksimumkan fungsi <i>log-likelihood</i> pada model regresi logistik biner
ω	Himpunan parameter di bawah H_0 pada model regresi logistik biner
$\hat{\omega}$	Himpunan parameter di bawah H_0 yang memaksimumkan fungsi <i>log-likelihood</i> pada model regresi logistik biner
p	Derajat bebas statistik uji G
α	Taraf Signifikansi
χ_p^2	Distribusi <i>chi-square</i> dengan derajat bebas p
G_v	Variabel acak berdistribusi χ_p^2
W	Statistik uji <i>Wald</i>
$Var(\hat{\beta}_k)$	Variansi dari penaksir parameter β_k
Z	Variabel acak berdistribusi normal baku
W_v	Variabel acak berdistribusi χ_1^2
VIF_k	Nilai <i>Varians Inflation Factor</i> (VIF) pada variabel prediktor ke- k
R_k^2	Koefisien determinasi model regresi X_k yang diregresikan terhadap variabel prediktor lainnya
$\hat{\gamma}$	Vektor penaksir parameter dari model regresi antara X_k terhadap variabel prediktor lainnya
\mathbf{C}	Matriks yang diperoleh dari matriks \mathbf{X} dengan menghapus kolom ke- k
\bar{x}_k	Nilai rata-rata data variabel prediktor ke- k
\mathbf{e}	Vektor berisi nilai mutlak residual model regresi logistik biner berdimensi n dengan elemen-elemen $ \hat{e}_1 $, $ \hat{e}_2 $, ..., $ \hat{e}_n $
$\hat{\alpha}$	Vektor penaksir parameter dalam pemodelan regresi antara $ \hat{e}_i $ terhadap variabel prediktor pada metode <i>Glejser</i>

<u>Simbol</u>	<u>Arti</u>
\mathbf{r}	Vektor residual dari pemodelan regresi antara $ \hat{e}_i $ terhadap variabel prediktor pada metode <i>Glejser</i>
F	Statistik uji F
F_v	Variabel acak berdistribusi F_{v_1, v_2}
u_i	Letak garis lintang (<i>latitude</i>)
v_i	Letak garis bujur (<i>longitude</i>)
d_{ij}	Jarak <i>Euclidean</i> antara lokasi lokasi (u_i, v_i) dengan lokasi (u_j, v_j)
w_{ij}	Bobot spasial yang diberikan oleh pengamatan pada lokasi ke- j untuk model GWR pada lokasi ke- i
b	<i>Bandwidth</i> yang bernilai konstan untuk setiap lokasi
b_i	<i>Bandwidth</i> untuk penaksiran model GWR pada lokasi ke- i
GCV	Kriteria pemilihan <i>bandwidth</i> optimum
$\pi(u_i, v_i)$	Model GWLR pada lokasi (u_i, v_i)
$\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$	Vektor parameter model GWLR pada lokasi ke- i
$L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$	Fungsi <i>likelihood</i> pada penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke- i
$\ell(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$	Fungsi <i>log-likelihood</i> pada penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke- i
$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$	Vektor gradien pada penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke- i berdimensi $(p+1)$
$\mathbf{W}(u_i, v_i)$	Matriks pembobot spasial pd penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke- i
$\boldsymbol{\pi}(u_i, v_i)$	Vektor model GWLR pada lokasi (u_i, v_i) berdimensi $(p+1)$
$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q+1)}(u_i, v_i)$	Vektor penaksir parameter model GWLR pada lokasi ke- i pada iterasi Newton-Raphson pada saat iterasi terakhir
$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q)}(u_i, v_i)$	Vektor penaksir parameter model GWLR pada lokasi ke- i pada iterasi Newton-Raphson ke- q

Simbol	Arti
$\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$	Matriks Hessian pada penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke- i berdimensi $(p+1) \times (p+1)$ berisi hasil turunan parsial orde kedua dari fungsi <i>log-likelihood</i> terhadap semua kombinasi elemen-elemen vektor parameter $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$
$\mathbf{V}(u_i, v_i)$	Matriks diagonal berdimensi $(n \times n)$ dengan elemen diagonal ke- i adalah $\hat{\pi}(u_i, v_i)[1 - \hat{\pi}(u_i, v_i)]$
F_2	Statistik uji pada pengujian kesesuaian model regresi logistik biner dengan model GWLR
$D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$	<i>Devians</i> model regresi logistik biner
$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$	<i>Devians</i> model GWLR
$\hat{\Omega}_{GWLR}$	Himpunan parameter di bawah populasi pada model GWLR
F_v	Variabel acak berdistribusi F_{v_1, v_2}
$\hat{\omega}_{GWLR}$	Himpunan parameter di bawah H_0 pada model GWLR
G_2	Statistik uji pada pengujian parameter model GWLR secara serentak
\mathbf{S}	Matriks yang nilai <i>trace</i> -nya digunakan sebagai derajat bebas pada pengujian parameter secara serentak model GWLR
$\mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i))$	Penaksir matriks Informasi Fisher pada model GWLR berdimensi $(p+1) \times (p+1)$
W_h	Statistik uji Wald pada pengujian parameter model GWLR secara parsial
$Var(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))$	Variansi penaksir parameter $\beta_k(u_i, v_i)$
R^2_{MF}	Koefisien determinasi model GWLR
OR	Rasio <i>odds</i>

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi adalah analisis yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Bidang-bidang yang dapat mengaplikasikan pemodelan regresi seperti bidang ekonomi, sosial, kesehatan dan lingkungan. Data pada bidang tersebut sering ditemukan berupa data spasial. Data spasial adalah data yang mengandung informasi atribut dan lokasi (Fotheringham dkk, 2002). Data spasial memiliki karakteristik yang berbeda di setiap lokasi pengamatannya tetapi memiliki hubungan yang cukup erat dengan data di lokasi pengamatan yang berdekatan (Anselin, 2010).

Hubungan antar data di dua lokasi pengamatan yang saling berdekatan disebut efek spasial. Efek spasial berhubungan dengan perbedaan karakteristik lingkungan dan geografis antar lokasi pengamatan, sehingga masing-masing pengamatan di lingkungan geografi yang berbeda akan memiliki variasi yang berbeda (Anselin, 1992). Efek spasial ini kemudian disebut sebagai keragaman spasial atau heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial menyebabkan adanya perbedaan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon untuk setiap lokasi pengamatan. Pemodelan regresi klasik pada data yang memuat heterogenitas spasial kurang tepat digunakan karena akan menghasilkan penaksiran parameter bersifat bias. Interpendensi antara lokasi pengamatan dan variabel respon menyebabkan perbedaan nilai estimator parameter regresi pada setiap lokasi pengamatan sehingga pemodelan yang sesuai adalah pemodelan secara lokal, yaitu penaksiran parameter dilakukan pada setiap lokasi pengamatan. Model regresi yang melakukan penaksiran parameter secara lokal pada setiap lokasi pengamatan adalah model *Geographically Weighted Regression* (GWR) (Fotheringham dkk, 2002).

Dasar model GWR adalah dengan mempertimbangkan unsur geografi atau lokasi sebagai pembobot dalam menaksir parameter modelnya. Penaksiran parameter dilakukan pada setiap lokasi pengamatan sehingga memiliki nilai parameter regresi yang berbeda-beda. Lokasi geografis pengamatan dinyatakan dalam koordinat garis lintang (*latitude*) dan garis bujur (*longitude*). Nilai pembobot

model GWR bergantung pada jarak antar titik lokasi pengamatan, semakin dekat suatu lokasi maka akan semakin besar pengaruhnya sehingga diberikan nilai pembobot yang lebih besar (Fotheringham dkk, 2002).

Data respon di lapangan sering ditemukan berupa data spasial dan bersifat kualitatif atau kuantitatif yang dapat dikategorikan. Data respon bersifat dikotomus artinya data berskala nominal dengan dua kategori yaitu bernilai 1 atau 0, dimana nilai 1 menyatakan hasil percobaan sukses dan nilai 0 menyatakan hasil percobaan gagal. Variabel respon dikotomus mengikuti distribusi Bernoulli. Pemodelan data respon dikotomus yang sesuai yaitu *Generalized Linear Model* (GLM). Salah satu dari GLM untuk memodelkan data respon dikotomus adalah model regresi logistik biner (Hosmer dkk, 2013).

Pemodelan GWR pada data respon dikotomus yang memuat heterogenitas spasial adalah *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR). Penaksiran parameter model GWLR dilakukan pada setiap lokasi pengamatan dan menggunakan pembobot spasial. Pembobot spasial dihitung menggunakan fungsi pembobot. Fungsi pembobot adalah fungsi jarak antar lokasi pengamatan dan bergantung pada *bandwidth* atau parameter penghalus. *Bandwidth* pada penaksiran parameter tiap lokasi memiliki nilai berbeda-beda atau disebut *bandwidth* adaptif. Salah satu fungsi pembobot dengan *bandwidth* adaptif adalah fungsi *adaptive tricube*. Fungsi *adaptive tricube* merupakan fungsi jarak antar lokasi pengamatan yang bersifat kontinu. Pemilihan *bandwidth* sangat penting karena besar nilai pembobot spasial bergantung pada *bandwidth*. Salah satu metode untuk pemilihan *bandwidth* optimum yaitu *Generalized Cross Validation* (GCV) (Suyitno dkk, 2016).

Penelitian-penelitian sebelumnya tentang pemodelan GWLR yaitu penelitian oleh Pravitasary, dkk (2015) yaitu Pemodelan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Angka Buta Huruf di Provinsi Jawa Barat dengan *Geographically Weighted Logistic Regression* menunjukkan bahwa model GWLR lebih baik daripada model regresi logistik global berdasarkan nilai AIC yang diperoleh. Penelitian oleh Fathurahman, dkk (2016) yaitu Pemodelan *Geographically Weighted Logistic Regression* pada Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat di Provinsi Papua menunjukkan bahwa model GWLR lebih baik daripada model

regresi logistik global berdasarkan nilai *Devians* dan AIC yang diperoleh. Penelitian oleh Anggarini, dkk (2012) yaitu Pemodelan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Prevalensi Balita Kurang Gizi di Provinsi Jawa Timur dengan Pendekatan Model *Geographically Weighted Logistic Regression* menunjukkan bahwa model GWLR lebih baik daripada model regresi logistik global berdasarkan nilai *Devians* dan AIC yang diperoleh. Model GWLR pada penelitian ini akan diaplikasikan pada data indikator pencemaran air di Daerah Aliran Sungai (DAS) Mahakam tahun 2018.

Sungai Mahakam merupakan sungai yang penting untuk menunjang kebutuhan manusia sekitarnya. Aktivitas-aktivitas di sepanjang DAS Mahakam antara lain aktivitas rumah tangga, rumah makan, peternakan, perikanan, perkebunan, industri, transportasi dan pelabuhan bongkar muatan. Aktivitas tersebut berpotensi menghasilkan limbah pada aliran air sungai, baik limbah organik maupun anorganik. Limbah tersebut merupakan ancaman air Sungai Mahakam menjadi tercemar, oleh karenanya perlu tindakan pencegahan. Salah satu pencegahan pencemaran air Sungai Mahakam adalah memberikan informasi kepada masyarakat mengenai faktor-faktor yang berpengaruh terhadap meningkatnya peluang air Sungai Mahakam tercemar dengan pemodelan statistika.

Salah satu indikator untuk mendeteksi air sungai tercemar adalah *Dissolve Oxygen* (DO). DO adalah kadar oksigen terlarut dalam air yang diperlukan untuk metabolisme semua organisme perairan. Adanya bahan pencemar dalam air akan membuat jumlah DO berkurang. Penelitian sebelumnya tentang DO oleh Salmin (2005) tentang Oksigen Terlarut (DO) dan Kebutuhan Oksoigen Biologi (BOD) Sebagai Salah Satu Indikator untuk Menentukan Kualitas Perairan menunjukkan bahwa oksigen terlarut dibutuhkan oleh organisme perairan berdasarkan hasil penentuan yang dilakukan dengan titrasi iodometri atau menggunakan alat DO meter.

Menurut Peraturan Pemerintah No. 82 Tahun 2001 menyatakan bahwa ambang batas DO minimum pada air golongan ke-1 (air baku air minum) adalah 6 mg/l. Berdasarkan peraturan tersebut, maka nilai DO dapat dikategorikan menjadi dua kategori, yaitu kandungan DO dalam air kurang dari 6 mg/l mengindikasikan air tercemar dan kandungan DO lebih dari 6 mg/l mengindikasikan air tidak tercemar.

Data DO air Sungai Mahakam merupakan data dikotomus, bernilai 1 jika lebih dari sama dengan 6 mg/l dan 0 jika DO kurang dari 6 mg/l. DO pada setiap lokasi diduga berbeda-beda karena lingkungan DAS di setiap lokasi pengamatan berbeda-beda, sehingga data DO diduga adalah data spasial. Melalui pemodelan GWLR dapat diketahui faktor-faktor yang mempengaruhi peluang pencemaran air Sungai Mahakam dan informasi ini sangat berguna untuk pencegahan pencemaran air sungai bagi masyarakat dan dapat digunakan sebagai rujukan pemerintah daerah dalam pengambilan keputusan terkait pencegahan pencemaran air Sungai Mahakam.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Model *Geographically Weighted Logistic Regression* dengan Pembobot *Adaptive Tricube*, Studi Kasus Indikator Pencemaran Air *Dissolve Oxygen* di Sungai Mahakam Tahun 2018”.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah penelitian ini yaitu,

1. Kriteria penentuan *bandwidth* optimum dibatasi pada kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV)
2. Data yang digunakan adalah data *Dissolve Oxygen* yang dikategorikan menjadi 2 kategori

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, rumusan masalah penelitian ini adalah sebagai berikut,

1. Bagaimana model GWLR data indikator pencemaran DO pada air Sungai Mahakam di beberapa lokasi pengamatan?
2. Faktor-faktor apa yang berpengaruh signifikan terhadap pencemaran air di daerah aliran Sungai Mahakam?
3. Bagaimana interpretasi model GWLR berdasarkan faktor-faktor yang berpengaruh di beberapa lokasi di Daerah Aliran Sungai Mahakam tahun 2018?

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan uraian rumusan masalah, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut,

1. Memperoleh model GWLR data indikator pencemaran DO pada air Sungai Mahakam.
2. Memperoleh faktor-faktor apa yang berpengaruh signifikan terhadap pencemaran air di daerah aliran Sungai Mahakam.
3. Mengetahui interpretasi model GWLR berdasarkan faktor-faktor yang berpengaruh dibeberapa lokasi di Daerah Aliran Sungai Mahakam tahun 2018.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut,

1. Mengaplikasikan metode statistika khususnya model GWLR pada data indikator pencemaran air.
2. Memberikan informasi kepada masyarakat mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi pencemaran air Sungai Mahakam sehingga aktivitas masyarakat tidak menghasilkan limbah yang berpotensi menyebabkan air Sungai Mahakam tercemar.
3. Memberikan informasi kepada pemerintah daerah mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi pencemaran air Sungai Mahakam sehingga dapat membantu dalam pengambilan keputusan terkait pencegahan pencemaran air Sungai Mahakam.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Generalized Liner Model (GLM)

Analisis regresi adalah metode untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Asumsi model regresi linier (klasik) adalah variabel respon berdistribusi normal. Model regresi linier yang asumsi kenormalan data variabel respon tidak terpenuhi dapat dimodelkan dengan *Generalized Linear Model* (GLM). GLM merupakan perluasan dari model regresi linier dengan variabel respon diasumsikan memiliki sebaran dalam keluarga eksponensial.

Komponen-komponen GLM yaitu komponen acak (*random component*), komponen sistematis (*systematic component*) dan fungsi penghubung (*link function*). Komponen acak (*random component*) adalah variabel acak Y berdistribusi normal independen dengan $E(Y) = \mu$ dan variansi σ^2 konstan. Komponen sistematis merupakan fungsi dari variabel prediktor atau kovariat X_1, X_2, \dots, X_p dan menghasilkan kombinasi linier prediktor η yang diberikan oleh

$$\eta_i = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n , \quad (2.1)$$

dengan $\boldsymbol{\beta}^T = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]$, $\mathbf{x}_i = [x_{i0} \ x_{i1} \ \dots \ x_{ip}]^T$ dan $x_{i0} = 1$. Fungsi penghubung menghubungkan komponen acak μ dengan komponen sistematis η diberikan oleh

$$\mu_i = \eta_i = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n , \quad (2.2)$$

Komponen ketiga menyatakan bahwa μ dan η adalah sama. Misalkan $\eta_i = g(\mu_i)$ maka $g(\cdot)$ disebut fungsi penghubung. Fungsi penghubung menghubungkan μ_i dengan komponen sistematis η_i diperoleh model GLM yaitu

$$g(\mu_i) = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n . \quad (2.3)$$

Variabel acak Y dengan fungsi densitas $f(y; \theta, \phi)$ merupakan keluarga eksponensial jika fungsi densitas dapat dinyatakan sebagai berikut

$$f(y; \theta, \phi) = \exp\left(\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi)\right) , \quad (2.4)$$

Dengan a , b , dan c merupakan fungsi berdasarkan fungsi densitas pada persamaan (2.4) dan θ merupakan parameter kanonik jika a diketahui (McCullagh & Nelder, 1983).

2.2 Distribusi Bernoulli

Distribusi Bernoulli yang dikenalkan oleh James Bernoulli (1654-1705) menggambarkan percobaan probabilistik, dimana percobaan hanya memiliki dua hasil yang mungkin yaitu sukses dan gagal. Probabilitas sukses dalam distribusi Bernoulli adalah π , sedangkan probabilitas gagal adalah $1-\pi$ (Nelson dkk, 2003).

Misalkan Y adalah variabel acak dikotomus berskala nominal dengan parameter π dan mengikuti distribusi Bernoulli dengan fungsi densitas

$$P(Y = y) = f(y; \pi) = \pi^y (1-\pi)^{1-y}; y = 0, 1, \quad (2.5)$$

dengan $y=1$ menyatakan hasil percobaan sukses dan $y=0$ menyatakan hasil percobaan gagal. Berdasarkan persamaan (2.5), $P(Y = 1) = \pi$ dan $P(Y = 0) = (1-\pi)$

. Ekspektasi dari variabel acak Y berdistribusi Bernoulli adalah

$$E(Y) = \pi, \quad (2.6)$$

dan variansi dari variabel acak Y adalah

$$Var(Y) = \pi(1-\pi). \quad (2.7)$$

Salah satu metode penaksiran parameter distribusi Bernoulli adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE merupakan metode penaksiran parameter dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Misalkan $y_i, i = 1, 2, \dots, n$ adalah data pengamatan berukuran n yang saling bebas dan berdistribusi Bernoulli dengan parameter π yaitu $y_i \sim B(1, \pi)$. Berdasarkan persamaan (2.5), maka fungsi *likelihood* didefinisikan oleh

$$L(\pi) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \pi) = \pi^{\sum_{i=1}^n y_i} (1-\pi)^{n-\sum_{i=1}^n y_i}. \quad (2.8)$$

Penaksir *Maximum Likelihood* adalah $\hat{\pi}$ yang memaksimumkan fungsi *likelihood* pada persamaan (2.8) dan juga memaksimumkan fungsi *log-likelihood*. Fungsi *log-likelihood* diperoleh dengan menerapkan logaritma natural pada kedua ruas persamaan (2.8) dan diperoleh

$$\ell(\pi) = \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) \ln(\pi) + \left(n - \sum_{i=1}^n y_i \right) \ln(1-\pi) . \quad (2.9)$$

Penaksir $\hat{\pi}$ yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* $\ell(\pi)$ diperoleh dari turunan pertama fungsi $\ell(\pi)$ terhadap parameter π dan disamakan dengan nol, yaitu

$$\frac{\partial \ell(\pi)}{\partial (\pi)} = \sum_{i=1}^n y_i - n\pi = 0 , \quad (2.10)$$

Penaksir $\hat{\pi}$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (2.10) dan didapat

$$\hat{\pi} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \bar{Y} . \quad (2.11)$$

(Fathurahman dkk, 2016).

2.3 Model Regresi Logistik Biner

Model regresi logistik merupakan salah satu model regresi yang digunakan untuk mengetahui hubungan variabel respon yang bersifat dikotomus atau polikotomus (berskala nominal atau ordinal) dengan satu atau lebih variabel prediktor yang bersifat kontinu atau kategorik, atau gabungan dari kontinu dan kategorik (Agresti, 2007).

Misalkan variabel respon bersifat dikotomus berskala nominal, yaitu bernilai 1 atau 0 dan mengikuti distribusi Bernoulli $B(1, \pi)$. Distribusi Bernoulli merupakan keluarga eksponensial dimana fungsi densitas yang diberikan oleh persamaan (2.5) dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan (2.4) yaitu

$$f(y_i; \pi_i) = \exp \left[y_i \ln \left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i} \right) + \ln(1-\pi_i) + \ln(1) \right]. \quad (2.12)$$

Berdasarkan persamaan (2.12) dan dengan memperhatikan persamaan (2.4) diperoleh $\theta_i = \pi_i$, $b(\theta_i) = b(\pi_i) = -\ln(1-\pi_i)$, $a(\phi) = 1$, $c(y, \phi) = \ln(1) = 0$, dan

$$g(\theta_i) = g(\pi_i) = \ln \left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i} \right). \quad (2.13)$$

Berdasarkan persamaan (2.3) dengan memperhatikan persamaan (2.13), hubungan komponen acak (μ) dengan komponen sistematis GLM (η) dinyatakan dalam persamaan berikut

$$g(\pi_i) = \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.14)$$

dengan $g(\pi_i) = \ln(\pi_i / (1 - \pi_i))$ disebut sebagai *log odds* atau fungsi logit yang selanjutnya disebut sebagai model logit (Agresti, 2007).

Model logit pada persamaan (2.13) dapat dinyatakan dalam bentuk yang lebih umum yaitu

$$\pi_i = \frac{\exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i)}{1 + \exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i)}, \quad (2.15)$$

dengan $\pi_i = P(y_i = 1)$, $\boldsymbol{\beta}^T = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]$, $\mathbf{x}_i = [x_{i0} \ x_{i1} \dots x_{ip}]^T$ dan $x_{i0} = 1$

Model pada persamaan (2.15) lebih sering disebut dengan model regresi logistik biner.

2.3.1 Penaksiran Parameter Model Regresi Logistik Biner

Salah satu penaksir parameter model logistik biner adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE adalah metode untuk mencari nilai penaksir parameter dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* (Hosmer & Lameshow, 2000). Misal diberikan data pengamatan variabel prediktor, yaitu $x_{ik}; k = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, n$ dan n adalah data pengamatan variabel respon dengan $y_i \sim B(1, \pi_i)$ di mana π_i diberikan oleh persamaan (2.15) serta mempunyai fungsi peluang diberikan oleh persamaan (2.5). Berdasarkan persamaan (2.5) dan (2.15), fungsi *likelihood* didefinisikan oleh

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}) &= \prod_{i=1}^n f(\boldsymbol{\beta}; y_i, \mathbf{x}_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \pi_i^{y_i} (1 - \pi_i)^{1-y_i} \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right)^{y_i} (1 - \pi_i) \\ &= \left(\prod_{i=1}^n (1 - \pi_i) \right) \left(\prod_{i=1}^n \exp \left(\ln \left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right)^{y_i} \right) \right) \\ &= \left(\prod_{i=1}^n (1 - \pi_i) \right) \exp \left(\sum_{i=1}^n y_i \ln \left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Berdasarkan persamaan (2.14) dan (2.15), persamaan (2.16) dapat ditulis sebagai berikut

$$L(\beta) = \left(\prod_{i=1}^n (1 + \exp(\beta^T \mathbf{x}_i))^{-1} \right) \exp\left(\sum_{i=1}^n y_i \beta^T \mathbf{x}_i \right) \quad (2.17)$$

Penaksir *Maximum Likelihood* model regresi logistik biner adalah nilai vektor $\hat{\beta} = [\hat{\beta}_0 \ \hat{\beta}_1 \ \hat{\beta}_2 \dots \ \hat{\beta}_p]^T$ yang memaksimumkan fungsi *likelihood* $L(\beta)$ yang diberikan oleh persamaan (2.17) dan juga memaksimumkan fungsi *log-likelihood*. Fungsi *log-likelihood* diperoleh dengan menerapkan logaritma natural pada kedua ruas persamaan (2.17) dan diperoleh

$$\ell(\beta) = \sum_{i=1}^n y_i \beta^T \mathbf{x}_i - \ln(1 + \exp(\beta^T \mathbf{x}_i)) , \quad (2.18)$$

Penaksir β yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* $\ell(\beta)$ diperoleh dengan melakukan diferensiasi fungsi $\ell(\beta)$ terhadap parameter β dan disamakan dengan nol, yaitu

$$\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta} = \mathbf{0} , \quad (2.19)$$

dimana $\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta}$ merupakan vektor gradien berukuran $(p+1)$ dan $\mathbf{0}$ merupakan

vektor nol berukuran $(p+1)$. Bentuk umum vektor gradien pada persamaan (2.19) yaitu

$$\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta} = \mathbf{g}(\beta) = \left[\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta_0} \ \frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta_1} \ \dots \ \frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta_p} \right]^T . \quad (2.20)$$

dengan elemen-elemen vektor gradien pada persamaan (2.20) dinyatakan dalam bentuk umum, yaitu

$$\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^n x_{ik} (y_i - \pi_i), k = 0, 1, 2, \dots, p . \quad (2.21)$$

Berdasarkan persamaan (2.21), vektor gradien yang diberikan oleh persamaan (2.20) dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks yaitu

$$\mathbf{g}(\beta) = \mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \boldsymbol{\pi}) , \quad (2.22)$$

dimana $\boldsymbol{\pi} = [\pi_1 \ \pi_2 \ \dots \ \pi_n]^T$ dengan π_i diberikan oleh persamaan (2.15), vektor

$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_n]^T$ dan \mathbf{X} adalah matriks data pengamatan berukuran $n \times (p+1)$ yaitu

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Berdasarkan persamaan (2.21), bahwa persamaan (2.19) terdiri dari persamaan-persamaan *nonlinier*, sehingga solusi eksak (*closed form*) untuk mendapatkan penaksir ML eksak tidak dapat diperoleh secara analitik. Metode alternatif untuk menentukan solusi persamaan (2.19) adalah metode iteratif Newton-Raphson. Metode iteratif Newton-Raphson adalah metode untuk mencari turunan kedua fungsi *log likelihood* $\ell(\boldsymbol{\beta})$ terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$. Algoritma Newton-Raphson untuk memperoleh penaksir parameter $\boldsymbol{\beta}$ adalah

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q+1)} = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q)}), \quad (2.24)$$

dimana $\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta})$ merupakan vektor gradien yang diberikan oleh persamaan (2.20), dan $\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta})$ adalah matriks Hessian. Matriks Hessian merupakan matriks hasil turunan parsial orde kedua dari fungsi *log-likelihood* $\ell(\boldsymbol{\beta})$ terhadap semua kombinasi elemen-elemen vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$. Matriks Hessian merupakan matriks simetris berukuran $(p+1) \times (p+1)$ dan mempunyai bentuk umum sebagai berikut

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_p \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_p \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_p^2} \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

dengan elemen-elemen matriks Hessian dinyatakan dalam bentuk umum, yaitu

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_k^2} = - \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 \pi_i (1 - \pi_i) \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_k \partial \beta_{k^*}} = - \sum_{i=1}^n x_{ik} x_{i k^*} \pi_i (1 - \pi_i); k, k^* = 0, 1, 2, \dots, p \quad (2.27)$$

Berdasarkan persamaan (2.26) dan (2.27), matriks Hessian yang diberikan oleh persamaan (2.25) dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks yaitu

$$\mathbf{H}(\hat{\beta}) = -\mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X}, \quad (2.28)$$

dimana \mathbf{X} diberikan oleh persamaan (2.23) dan

$\mathbf{V} = \text{diag}[\hat{\pi}_1[1-\hat{\pi}_1] \ \hat{\pi}_2[1-\hat{\pi}_2] \ \cdots \ \hat{\pi}_n[1-\hat{\pi}_n]]$, yaitu

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_1[1-\hat{\pi}_1] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\pi}_2[1-\hat{\pi}_2] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\pi}_n[1-\hat{\pi}_n] \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

Negatif nilai ekspektasi dari matriks Hessian merupakan matriks Informasi Fisher, yaitu

$$\mathbf{I}(\hat{\beta}) = -E(\mathbf{H}(\hat{\beta})) = -\mathbf{H}(\hat{\beta}), \quad (2.30)$$

dan berdasarkan persamaan (2.28), matriks Informasi Fisher dapat dinyatakan dengan

$$\mathbf{I}(\hat{\beta}) = \mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X}. \quad (2.31)$$

(Hosmer dan Lameshow, 2000).

Proses iterasi dimulai dari penentuan nilai awal $\hat{\beta}^{(0)} = [\hat{\beta}_0^{(0)} \ \hat{\beta}_1^{(0)} \ \dots \ \hat{\beta}_p^{(0)}]^T$ dan iterasi akan berhenti apabila terpenuhi kondisi konvergen, yaitu $\|\hat{\beta}^{(q+1)} - \hat{\beta}^{(q)}\| \leq \varepsilon$ dengan ε merupakan bilangan yang sangat kecil. Penaksir ML parameter regresi logistik biner adalah $\hat{\beta}^{(q+1)}$ pada saat iterasi terakhir (Fathurahman dkk, 2016).

2.3.2 Pengujian Parameter Regresi Logistik Biner Secara Serentak

Pengujian signifikansi parameter terdiri dari dua, yaitu pengujian signifikansi parameter secara serentak dan secara parsial. Pengujian secara serentak dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter β secara serentak. Hipotesis pengujian serentak adalah sebagai berikut

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

(Variabel prediktor tidak berpengaruh terhadap variabel respon secara bersama-sama)

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, p$$

(Variabel prediktor berpengaruh terhadap variabel respon secara bersama-sama) (2.32)

Statistik uji diberikan oleh

$$G = 2 \left(\ell(\hat{\Omega}) - \ell(\hat{\omega}) \right), \quad (2.33)$$

dimana

$$\ell(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^n \left(y_i \ln(\hat{\pi}_i) + (1-y_i) \ln(1-\hat{\pi}_i) \right), \quad (2.34)$$

dan

$$\ell(\hat{\omega}) = n_1 \ln(n_1) + n_0 \ln(n_0) - n \ln(n). \quad (2.35)$$

Pada persamaan (2.33), $\Omega = \{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi dan $\hat{\Omega} = \{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood*, $\omega = \{\beta_0\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0 dan $\hat{\omega} = \{\hat{\beta}_0\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0 yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood*, $n_0 = \sum_{i=1}^n (1-y_i)$, $n_1 = \sum_{i=1}^n y_i$, dan $n = n_0 + n_1$ atau jumlah seluruh observasi.

Statistik uji G yang diberikan oleh persamaan (2.33) mengikuti distribusi *chi-square* dengan derajat bebas p (Agresti, 2002). Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α apabila nilai $G > \chi_{(\alpha,p)}^2$ atau $P_{value} < \alpha$, dengan

$$P_{value} = P(G_v > G_{hitung}). \quad (2.36)$$

dimana G_v adalah varibel acak berdistribusi χ_p^2 dan G_{hitung} adalah nilai statistik uji G .

2.3.3 Pengujian Parameter Regresi Logistik Biner Secara Parsial

Pengujian signifikansi parameter secara parsial menggunakan uji Wald. Uji Wald merupakan uji signifikansi parameter untuk masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon. Hipotesis pengujian parameter secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai k tertentu ($k = 0, 1, 2, \dots, p$) adalah

$$H_0 : \beta_k = 0$$

(Variabel prediktor ke- k tidak berpengaruh terhadap variabel respon)

$$H_1 : \beta_k \neq 0$$

(Variabel prediktor ke- k berpengaruh terhadap variabel respon)
Statistik uji diberikan oleh

$$W = \frac{\hat{\beta}_k}{\sqrt{Var(\hat{\beta}_k)}} , \quad (2.37)$$

dimana $Var(\hat{\beta}_k)$ adalah elemen diagonal ke- k dari invers matriks Informasi Fisher

$[\mathbf{I}(\hat{\beta})]^{-1} = -[\mathbf{H}(\hat{\beta})]^{-1}$ dan $\mathbf{I}(\hat{\beta})$ diberikan oleh persamaan (2.31). Statistik uji Wald yang diberikan oleh persamaan (2.37) mengikuti distribusi normal baku $N(0,1)$. Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α apabila nilai $|W| > Z_{\alpha/2}$ atau $P_{value} < \alpha$ dengan

$$P_{value} = 2(1 - P(Z < |W_{hitung}|)) . \quad (2.38)$$

dimana Z adalah variabel acak berdistribusi normal baku dan W_{hitung} adalah nilai statistik uji Wald.

Statistik uji alternatif pengujian hipotesis parsial adalah kuadrat dari statistik uji Wald yang diberikan oleh persamaan berikut

$$W^2 = \frac{\hat{\beta}_k^2}{Var(\hat{\beta}_k)} , \quad (2.39)$$

dengan $W^2 \sim \chi^2_1$. Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α apabila nilai $W^2 > \chi^2_{(\alpha,1)}$ atau $P_{value} < \alpha$, dengan

$$P_{value} = P(W_v > W_{hitung}^2) . \quad (2.40)$$

dimana W_v adalah variabel acak berdistribusi χ^2_1 dan W_{hitung}^2 adalah kuadrat dari statistik uji Wald (Agresti, 2007).

2.4 Pendekatan Multikolinieritas

Menurut Gujarati (2003), terjadinya hubungan linier antar variabel prediktor dalam suatu model regresi linier disebut multikolinieritas. Cara mendekati multikolinieritas salah satunya dengan melihat nilai VIF (*Varians Inflation Factor*). Nilai VIF lebih besar dari 10 menunjukkan adanya multikolinieritas. Persamaan VIF dinyatakan sebagai berikut (DeMaris, 2004)

$$VIF_k = \frac{1}{1 - R_k^2} , \quad (2.41)$$

dengan R_k^2 adalah koefisien determinasi antara variabel prediktor X_k dengan variabel prediktor lainnya. Koefisien determinasi untuk variabel X_k diperoleh dari persamaan

$$R_k^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\hat{\gamma}^T \mathbf{C}^T \mathbf{x}_k - n\bar{\mathbf{x}}_k^2}{\mathbf{x}_k^T \mathbf{x}_k - n\bar{\mathbf{x}}_k^2} . \quad (2.42)$$

dimana $\hat{\gamma}$ merupakan vektor penaksir parameter dari model regresi antara X_k dengan variabel prediktor lainnya, dan \mathbf{C} diberikan oleh matriks \mathbf{X} pada persamaan (2.23) dengan menghapus kolom ke- k (Rencher & Schaalje, 2008).

2.5 Pengujian Heterogenitas Spasial

Data spasial adalah data yang mengandung informasi atribut dan lokasi. Data spasial memiliki karakteristik yang berbeda di setiap lokasi pengamatannya tetapi memiliki hubungan yang cukup erat dengan data di lokasi pengamatan yang berdekatan, hubungan ini disebut efek spasial. Efek spasial yang terjadi antar wilayah pengamatan dapat dikategorikan menjadi efek spasial tipe wilayah (autokorelasi spasial) dan efek spasial titik (heterogenitas spasial) (Anselin, 1992).

Autokorelasi spasial terjadi karena adanya hubungan fungsional antara kejadian pada suatu wilayah pengamatan dengan kejadian pada wilayah pengamatan lainnya. Heterogenitas spasial terjadi akibat adanya perbedaan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon antara satu wilayah dengan wilayah lainnya. Menurut Gujarati (2003), heterogenitas spasial terjadi karena variansi dari residual suatu pengamatan dengan pengamatan lainnya adalah berbeda. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk pengujian heterogenitas spasial adalah uji *Glejser*. Prosedur uji *Glejser* adalah sebagai berikut:

- Penaksiran parameter model regresi logistik biner menggunakan metode MLE yang diselesaikan dengan iterasi Newton-Raphson.
- Perhitungan nilai mutlak dari residual model regresi pada tahap (a) menggunakan persamaan

$$| \hat{e}_i | = | \hat{\pi}_i - \pi | = | \hat{\pi}_i - \hat{E}(Y) | , \quad (2.43)$$

dan berdasarkan persamaan (2.11) diperoleh

$$|\hat{e}_i| = |\hat{\pi}_i - \bar{Y}| , \quad (2.44)$$

dimana $\hat{\pi}_i$ dihitung berdasarkan persamaan (2.15) dengan mengganti β dengan $\hat{\beta}$ hasil penaksiran parameter pada tahap (a).

- c. Pemodelan regresi $|\hat{e}_i|$ terhadap variabel-variabel prediktor mengikuti model persamaan

$$|\hat{e}_i| = a_0 + a_1 X_{i1} + \dots + a_p X_{ip} + r_i , \quad (2.45)$$

atau

$$\mathbf{e} = \mathbf{a}^T \mathbf{X} + \mathbf{r} , \quad (2.46)$$

dengan $\mathbf{e} = [|\hat{e}_1| \ | \hat{e}_2| \ \dots \ |\hat{e}_p|]^T$, $\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n]^T$, $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_n]^T$ dan \mathbf{X} diberikan oleh persamaan (2.23). Penaksiran parameter model persamaan (2.45) menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS) yaitu

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{e} . \quad (2.47)$$

- d. Pengujian parameter model regresi pada tahap (c) secara serentak dengan rumusan hipotesis sebagai berikut

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$$

(Tidak terdapat heterogenitas spasial)

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \sigma_i^2 \neq \sigma^2; i = 1, 2, \dots, n$$

(Terdapat heterogenitas spasial) (2.48)

Statistik uji diberikan oleh

$$F_2 = \frac{(\hat{\alpha} \mathbf{X}^T \mathbf{e} - n\bar{e}^2) / p}{(\mathbf{e}^T \mathbf{e} - \hat{\alpha} \mathbf{X}^T \mathbf{e}) / n - p - 1} , \quad (2.49)$$

Statistik uji F_2 berdistribusi F dengan derajat bebas $v_1 = p$ dan $v_2 = n - p - 1$, dimana n adalah banyaknya pengamatan dan p adalah banyaknya variabel prediktor. Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α apabila nilai $F_{hitung} > F_{\alpha; p, (n-p-1)}$ atau $P_{value} < \alpha$ dengan

$$P_{value} = P(F_v > F_{hitung}) \quad (2.50)$$

dimana F_v adalah variabel acak berdistribusi F_{v_1, v_2} dan F_{hitung} adalah nilai statistik

uji F . Hasil pengujian jika H_0 ditolak maka variansi dari residual tidak konstan sehingga akan menyebabkan hasil penaksiran parameter yang bersifat bias, oleh karena itu akan digunakan model yang terboboti berdasarkan lokasi pengamatan.

2.6 Pembobot Spasial Pada Model *Geographically Weighted Regression*

Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) merupakan pengembangan dari model regresi klasik. Penaksiran parameter model GWR dilakukan untuk setiap lokasi pengamatan, sehingga setiap lokasi pengamatan memiliki nilai parameter yang berbeda-beda. Penaksiran parameter model GWR menggunakan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan (Leung dkk, 2000).

Menurut Fotheringham dkk (2002), pembobot berguna untuk mewakili letak data observasi satu dengan yang lainnya dan bergantung pada jarak antar titik lokasi pengamatan. Pembobot spasial dihitung menggunakan fungsi pembobot yang bergantung pada jarak lokasi-lokasi pengamatan. Koordinat berguna untuk mendapatkan jarak antar lokasi pengamatan. Jarak antar lokasi pengamatan dihitung berdasarkan titik koordinat lokasi. Jarak lokasi (u_i, v_i) dengan lokasi (u_j, v_j) disimbolkan dengan d_{ij} dan dihitung menggunakan jarak *Euclidean* (Chasco dkk, 2007)

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.51)$$

dengan u_i menyatakan letak garis lintang (*latitude*) dan v_i menyatakan letak garis bujur (*longitude*).

Pembobot spasial dihitung menggunakan fungsi pembobot. Misal w_{ij} menyatakan bobot spasial yang diberikan oleh pengamatan lokasi ke- j untuk model GWR pada lokasi ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$), salah satu fungsi pembobot adalah fungsi pembobot *Tricube*. Fungsi pembobot *Tricube* ditunjukkan pada persamaan berikut (Fotheringham dkk, 2002):

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^3\right)^3, & \text{jika } d_{ij} \leq b \\ 0, & \text{jika } d_{ij} > b \end{cases} \quad (2.52)$$

dengan w_{ij} adalah bobot spasial yang diberikan kepada pengamatan ke- j untuk

penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke- i , d_{ij} adalah jarak *Euclidean* dan b adalah *bandwidth* yang bernilai konstan untuk setiap lokasi pada penaksiran model GWR.

Adapun fungsi pembobot *Adaptive Tricube* adalah

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{b_i}\right)^3\right)^3, & \text{jika } d_{ij} \leq b_i \\ 0, & \text{jika } d_{ij} > b_i \end{cases} \quad (2.53)$$

dengan b_i adalah *bandwidth* untuk penaksiran model GWR pada lokasi ke- i (Fotheringham dkk, 2002).

2.7 Pemilihan Bandwidth

Besarnya nilai pembobot bergantung pada pemilihan *bandwidth* karena *bandwidth* nilai *bandwidth* yang kecil mengakibatkan penaksiran parameter di lokasi pengamatan ke- i semakin bergantung pada titik lokasi pengamatan lain yang memiliki jarak terdekat dengan lokasi pengamatan ke- i , sehingga variansi penaksir menjadi besar. Sebaliknya, nilai *bandwidth* yang besar akan diperoleh model yang terlalu halus (*oversmoothing*) atau penaksiran pada setiap lokasi akan menghasilkan model global (Fotheringham dkk, 2002).

Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan *bandwidth* optimum adalah metode *Generalized Cross Validation* (GCV). *Bandwidth* optimum akan diperoleh saat nilai GCV minimum. Nilai GCV diperoleh dengan rumus sebagai berikut

$$GCV = \frac{n \sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2}{(n - v)^2}, \quad (2.54)$$

dengan \hat{e}_i dihitung menggunakan

$$\hat{e}_i = \hat{\pi}(u_i, v_i) - \bar{Y} \quad (2.55)$$

dan $v = \text{tr}(\mathbf{S})$, dimana \mathbf{S} adalah matriks yang didefinisikan oleh

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{V}(u_1, v_1) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{V}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_2^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{V}(u_2, v_2) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{V}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{V}(u_n, v_n) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{V}(u_n, v_n) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

dengan \mathbf{X} adalah matriks data pengamatan berukuran $n \times (p + 1)$ yang diberikan oleh persamaan (2.23), \mathbf{V} adalah matriks berukuran $n \times n$ yang diberikan oleh persamaan (2.29) dan $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ adalah matriks diagonal bobot spasial untuk lokasi ke- i yang diberikan oleh persamaan berikut

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} w_{i1}(u_i, v_i) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{i2}(u_i, v_i) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_{in}(u_i, v_i) \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

GCV untuk model regresi logistik biner global juga dihitung menggunakan persamaan (2.54), dengan

$$\hat{e}_i = \hat{\pi}_i - \bar{Y}. \quad (2.58)$$

GCV merupakan salah satu ukuran kebaikan model regresi logistik biner, baik model regresi logistik biner global maupun lokal (*Geographically Weighted logistic Regression*) (Suyitno dkk, 2016).

2.8 Model *Geographically Weighted Logistic Regression*

Model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) merupakan pengembangan dari model GWR dengan data variabel respon bersifat kategorik. Pemodelan GWLR merupakan model lokal dari regresi logistik pada persamaan (2.15) dengan memperhatikan faktor lokasi. Variabel respon model GWLR diasumsikan berdistribusi Bernoulli dan diprediksi dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati dan ditaksir pada setiap lokasi pengamatan (Fotheringham dkk, 2002).

Model regresi logistik biner pada persamaan (2.15) dapat dikembangkan menjadi model lokal, yaitu GWLR. Misalkan koordinat lokasi untuk setiap pengamatan diketahui, maka bentuk dari model GWLR pada lokasi (u_i, v_i) adalah

$$\pi(u_i, v_i) = \frac{\exp(\beta^T(u_i, v_i)x_i)}{1 + \exp(\beta^T(u_i, v_i)x_i)}. \quad (2.59)$$

Berdasarkan model GWLR pada persamaan (2.59), maka tahapan analisis berikutnya adalah penaksiran parameter model GWLR.

2.8.1 Penaksiran Parameter Model GWLR

Salah satu penaksiran parameter model GWLR menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Misal diberikan data pengamatan variabel prediktor, yaitu $x_{ik}; k = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, n$ dan n adalah data pengamatan variabel respon dengan $y_i \sim B(1, \pi_i(u_i, v_i))$ di mana $\pi_i(u_i, v_i)$ diberikan oleh persamaan (2.59) serta mempunyai fungsi peluang bersama diberikan oleh persamaan (2.5). Berdasarkan persamaan (2.5) dan (2.59), fungsi *likelihood* dengan pembobot spasial untuk penaksiran parameter GWLR pada lokasi ke- i adalah

$$\begin{aligned} L(\beta(u_i, v_i)) &= \prod_{j=1}^n \left(f(\beta(u_i, v_i), y_j, x_j) \right)^{w_{ij}} \\ L(\beta(u_i, v_i)) &= \prod_{j=1}^n \left(\pi_j^{y_j} (1 - \pi_j)^{1-y_j} \right)^{w_{ij}} \\ &= \left(\exp \left(\sum_{j=1}^n y_j \beta^T(u_i, v_i) x_j \right) \left(\prod_{j=1}^n \left(1 + \exp(\beta^T(u_i, v_i)x_j) \right)^{-1} \right) \right)^{w_{ij}} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Penaksir *Maximum Likelihood* model GWLR pada lokasi (u_i, v_i) adalah nilai vektor $\beta(u_i, v_i)$ yang memaksimumkan fungsi *likelihood* $L(\beta(u_i, v_i))$ pada persamaan (2.60) dan juga memaksimumkan fungsi *log-likelihood*. Fungsi *log-likelihood* diperoleh dengan menerapkan logaritma natural pada kedua ruas persamaan (2.60) dan diperoleh

$$\ell(\beta(u_i, v_i)) = \sum_{j=1}^n w_{ij} \left(y_j \beta^T(u_i, v_i) x_j - \ln \left(1 + \exp(\beta^T(u_i, v_i)x_j) \right) \right) \quad (2.61)$$

Penaksir $\beta(u_i, v_i)$ yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* $\ell(\beta(u_i, v_i))$ diperoleh dengan melakukan diferensiasi fungsi $\ell(\beta(u_i, v_i))$ terhadap parameter $\beta_k(u_i, v_i)$ dan disamakan dengan nol dan diperoleh

$$\frac{\partial \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial (\beta(u_i, v_i))} = \mathbf{0} , \quad (2.62)$$

dimana $\frac{\partial \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial (\beta(u_i, v_i))}$ merupakan vektor gradien berukuran $p+1$ dan $\mathbf{0}$ merupakan

vektor nol berukuran $p+1$. Bentuk umum vektor gradien pada persamaan (2.62) yaitu

$$\frac{\partial \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial (\beta(u_i, v_i))} = \mathbf{g}(\beta(u_i, v_i)) = \left[\frac{\partial \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \quad \dots \quad \frac{\partial \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_p(u_i, v_i)} \right]^T \quad (2.63)$$

dengan elemen-elemen vektor gradien pada persamaan (2.63) dinyatakan dalam bentuk umum, yaitu

$$\frac{\partial \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_k(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{jk} (y_j - \pi_j) = 0, k = 0, 1, 2, \dots, p . \quad (2.64)$$

Berdasarkan persamaan (2.64), vektor gradien yang diberikan oleh persamaan (2.63) dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks, yaitu

$$\mathbf{g}(\beta(u_i, v_i)) = \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) (\mathbf{y} - \boldsymbol{\pi}(u_i, v_i)) , \quad (2.65)$$

dimana $\boldsymbol{\pi}(u_i, v_i) = [\pi_1(u_i, v_i) \quad \pi_2(u_i, v_i) \quad \dots \quad \pi_n(u_i, v_i)]^T$ dengan π_i diberikan oleh persamaan (2.59), $\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n]^T$ dan \mathbf{X} diberikan oleh persamaan (2.23) dan $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ diberikan oleh persamaan (2.57).

Diketahui hasil persamaan (2.61) terdiri dari persamaan-persamaan *nonlinier*, sehingga solusi eksak (*closed form*) untuk mendapatkan penaksir ML eksak tidak dapat diperoleh secara analitik. Metode alternatif untuk menentukan solusi persamaan (2.61) adalah metode iteratif Newton-Raphson. Metode iteratif Newton-Raphson adalah metode untuk mencari turunan kedua fungsi *log-likelihood* $\ell(\beta(u_i, v_i))$ terhadap parameter $\beta_k(u_i, v_i)$. Persamaan yang digunakan dalam proses iterasi Newton-Raphson untuk memperoleh penaksir parameter $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ adalah

$$\hat{\beta}^{(q+1)}(u_i, v_i) = \hat{\beta}^{(q)}(u_i, v_i) - \left[\mathbf{H}(\hat{\beta}^{(q)}(u_i, v_i)) \right]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\beta}^{(q)}(u_i, v_i)) , \quad (2.66)$$

dimana $\mathbf{g}(\beta(u_i, v_i))$ merupakan vektor gradien yang diberikan oleh persamaan (2.62) dan $\mathbf{H}(\beta(u_i, v_i))$ adalah matriks Hessian. Matriks Hessian merupakan

matriks hasil turunan parsial orde kedua dari fungsi *log-likelihood* $\ell(\beta(u_i, v_i))$ terhadap semua kombinasi elemen-elemen vektor parameter $\beta(u_i, v_i)$. Bentuk umum matriks Hessian model GWLR yaitu

$$\mathbf{H}(\beta(u_i, v_i)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_0^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial \beta_1(u_i, v_i)} & \dots & \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_0(u_i, v_i) \partial \beta_p(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_0(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_1^2(u_i, v_i)} & \dots & \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_p(u_i, v_i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_p(u_i, v_i) \partial \beta_0(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_p(u_i, v_i) \partial \beta_1(u_i, v_i)} & \dots & \frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_p^2(u_i, v_i)} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

dengan elemen-elemen matriks Hessian dinyatakan dalam bentuk umum, yaitu

$$\frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_0^2(u_i, v_i)} = -\sum_{i=1}^n x_{ik}^2 w_{ij} \pi_i (1-\pi_i), \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta_k(u_i, v_i) \partial \beta_{k^*}(u_i, v_i)} = -\sum_{i=1}^n x_{ik} x_{ik^*} w_{ij} \pi_i (1-\pi_i); k, k^* = 0, 1, 2, \dots, p. \quad (2.69)$$

Berdasarkan persamaan (2.68) dan (2.69), matriks Hessian yang diberikan oleh persamaan (2.67) dapat dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks yaitu

$$\mathbf{H}(\beta(u_i, v_i)) = -\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{V}(u_i, v_i) \mathbf{X}, \quad (2.70)$$

dimana \mathbf{X} diberikan oleh persamaan (2.23) dan $\mathbf{V}(u_i, v_i)$ merupakan matriks diagonal berukuran $n \times n$ dengan elemen diagonal ke- i adalah $\hat{\pi}(u_i, v_i)[1 - \hat{\pi}(u_i, v_i)]$, yaitu

$$\mathbf{V}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{i1}(u_i, v_i)[1 - \hat{\pi}_{i1}(u_i, v_i)] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\pi}_{i2}(u_i, v_i)[1 - \hat{\pi}_{i2}(u_i, v_i)] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\pi}_{in}(u_i, v_i)[1 - \hat{\pi}_{in}(u_i, v_i)] \end{bmatrix}, \quad (2.71)$$

dan $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ diberikan oleh persamaan (2.64).

Matriks Informasi Fisher lokasi (u_i, v_i) dapat dinyatakan dengan

$$\mathbf{I}(\hat{\beta}(u_i, v_i)) = \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{V}(u_i, v_i) \mathbf{X}. \quad (2.72)$$

(Hosmer dan Lameshow, 2000).

Proses iterasi dimulai dari penentuan nilai awal $\beta^{(0)}(u_i, v_i) = [\beta_0^{(0)}(u_i, v_i) \ \beta_1^{(0)}(u_i, v_i) \ \dots \ \beta_p^{(0)}(u_i, v_i)]^T$ dan akan berhenti apabila

terpenuhi kondisi konvergen, yaitu $\|\boldsymbol{\beta}^{(q+1)}(u_i, v_i) - \boldsymbol{\beta}^{(q)}(u_i, v_i)\leq \varepsilon\|$ dengan ε merupakan bilangan yang sangat kecil. Hasil taksiran yang diperoleh adalah $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(q+1)}(u_i, v_i)$ pada saat iterasi terakhir. Prosedur iterasi ini diulang untuk setiap lokasi ke- i , sehingga dapat diperoleh penaksir parameter lokal model GWLR (Fathurahman dkk, 2016).

2.8.2 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik Biner dan Model GWLR

Pengujian parameter yang pertama adalah pengujian kesamaan model regresi logistik biner global dengan model GWLR. Hipotesis pengujian ini adalah

$$H_0 : \beta_k(u_1, v_1) = \beta_k(u_2, v_2) = \dots = \beta_k(u_n, v_n) = \beta_k; k = 1, 2, \dots, p$$

(Model regresi logistik biner dan model GWLR identik)

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k; k = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, n$$

(Model regresi logistik biner dan model GWLR tidak identik) (2.73)

Statistik uji pada pengujian kesamaan model regresi logistik biner global dan model GWLR adalah

$$F_2 = \frac{D(\hat{\boldsymbol{\beta}})/v_1}{D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)/v_2} \quad (2.74)$$

dengan $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ didefinisikan oleh (Atkinson dkk, 2003)

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = 2(\ell(\hat{\Omega}) - \ell(\hat{\omega})) \quad (2.75)$$

dimana $\ell(\hat{\Omega})$ diberikan oleh persamaan (2.34), $\ell(\hat{\omega})$ diberikan oleh persamaan (2.35), $\hat{\Omega} = \{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0 pada uji hipotesis (2.73) yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan (2.18) dan $\hat{\omega} = \{\hat{\beta}_0\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0 pada uji hipotesis (2.32) yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan (2.18). $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ yang diberikan oleh persamaan (2.75) berdistribusi *chi-square* dengan derajat bebas p (Agresti, 2002). $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$ didefinisikan oleh (Atkinson dkk, 2003)

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*) = 2(\ell(\hat{\Omega}_{GWLR}) - \ell(\hat{\omega})), \quad (2.76)$$

dengan

$$\ell(\hat{\Omega}_{GWLR}) = \sum_{i=1}^n (y_i \ln \hat{\pi}_i(u_i, v_i) + (1 - y_i) \ln(1 - \hat{\pi}_i(u_i, v_i))), \quad (2.77)$$

dimana $\ell(\hat{\omega})$ diberikan oleh persamaan (2.35),

$\hat{\Omega}_{GWLR} = \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i), \hat{\beta}_1(u_i, v_i), \dots, \hat{\beta}_p(u_i, v_i)\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi pada uji hipotesis (2.73) yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan (2.60) dan $D(\hat{\beta}^*)$ yang diberikan oleh persamaan (2.76) berdistribusi *chi-square* dengan derajat bebas np (Agresti, 2002).

Berdasarkan distribusi dari $D(\hat{\beta})$ dan $D(\hat{\beta}^*)$, F_2 berdistribusi F dengan derajat bebas $v_1 = p$ dan $v_2 = np$, dimana n adalah banyaknya pengamatan dan p adalah banyaknya variabel prediktor. Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α apabila nilai $F_2 > F_{\alpha; p, np}$ atau $P_{value} < \alpha$ dengan

$$P_{value} = P(F_v > F_{hitung}) , \quad (2.78)$$

dimana F_v adalah variabel acak berdistribusi F_{v_1, v_2} dan F_{hitung} adalah nilai statistik uji F_2 (Fathurahman dkk, 2016).

2.8.3 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak

Pengujian secara serentak dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter $\beta(u_i, v_i)$ terhadap variabel respon secara bersama-sama. Hipotesis yang digunakan untuk pengujian serentak adalah sebagai berikut

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_p(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k ; k = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.79)$$

Statistik uji diberikan oleh

$$G_2 = 2 \left(\ell(\hat{\Omega}_{GWLR}) - \ell(\hat{\omega}_{GWLR}) \right) , \quad (2.80)$$

dimana $\ell(\hat{\Omega}_{GWLR})$ diberikan oleh persamaan (2.77) dan

$$\ell(\hat{\omega}_{GWLR}) = \sum_{i=1}^n n_{1i} \ln(n_{1i}) + n_{0i} \ln(n_{0i}) - n \ln(n) . \quad (2.81)$$

dimana $\hat{\Omega}_{GWLR} = \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i), \hat{\beta}_1(u_i, v_i), \dots, \hat{\beta}_p(u_i, v_i)\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi pada uji hipotesis (2.79) yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan (2.60) dan $\hat{\omega}_{GWLR} = \{\hat{\beta}_0(u_i, v_i), i = 1, 2, \dots, n\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0 pada uji hipotesis (2.79) yang memaksimumkan

fungsi *log-likelihood* pada persamaan (2.60), $n_0 = \sum_{i=1}^n (1 - y_i)$, $n_1 = \sum_{i=1}^n y_i$ dan

$n = n_0 + n_1$ atau jumlah seluruh observasi.

Statistik uji G_2 yang diberikan oleh persamaan (2.80) mengikuti distribusi *chi-square* dengan derajat bebas $v = \text{tr}(\mathbf{S})$, dimana \mathbf{S} adalah matriks yang didefinisikan oleh

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{V}(u_1, v_1) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{V}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_2^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{V}(u_2, v_2) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{V}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{V}(u_n, v_n) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{V}(u_n, v_n) \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

dengan $\mathbf{x}_i^T = [1 \ x_{i1} \ x_{i2} \ \cdots \ x_{in}]$, \mathbf{X} adalah matriks data pengamatan berukuran $n \times (p+1)$ yang diberikan oleh persamaan (2.23), $\mathbf{V}(u_i, v_i)$ adalah matriks berukuran $n \times n$ yang diberikan oleh persamaan (2.71), dan $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ adalah matriks diagonal bobot spasial untuk lokasi ke- i yang diberikan oleh persamaan (2.65). Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α apabila $G_2 > \chi_{(\alpha, v)}^2$ atau $P_{\text{value}} < \alpha$ dengan

$$P_{\text{value}} = P(G_v > G_{\text{hitung}}) . \quad (2.83)$$

dimana G_v adalah variabel acak berdistribusi χ_v^2 dan G_{hitung} adalah nilai statistik uji G_2 (Atkinson, 2003).

2.8.4 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial

Pengujian signifikansi parameter secara parsial untuk mengetahui parameter yang berpengaruh secara signifikan terhadap model. Hipotesis pengujian parameter secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai k tertentu ($k = 0, 1, 2, \dots, p$) dan i tertentu ($i = 1, 2, \dots, p$) adalah

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_k(u_i, v_i) &= 0 \\ H_1 : \beta_k(u_i, v_i) &\neq 0 \end{aligned} \quad (2.84)$$

Statistik uji diberikan oleh

$$W_h = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{\sqrt{Var(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))}} , \quad (2.85)$$

dimana $Var(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))$ adalah elemen diagonal ke- k dari invers matriks Informasi Fisher pada lokasi (u_i, v_i) yang diberikan oleh persamaan (2.72). Statistik uji yang diberikan oleh persamaan (2.85) mengikuti distribusi normal baku untuk ukuran sampel n yang cukup besar. Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α apabila nilai $|W_h| > Z_{\alpha/2}$ atau $P_{value} < \alpha$ dengan

$$P_{value} = 2(1 - P(Z < |W_h|)) . \quad (2.86)$$

dimana Z adalah variabel acak berdistribusi normal baku dan W_h adalah nilai statistik uji Wald (Fathurahman dkk, 2016).

2.9 Ukuran Kebaikan Model Regresi Logistik dan GWLR

Ukuran kebaikan model regresi logistik global dan GWLR selain GCV yang diberikan oleh persamaan (2.54) adalah koefisien determinasi (R^2). Menurut Gujarati (2003), koefisien determinasi (R^2) nilainya berkisar antara 0 sampai 1. R^2 menjelaskan seberapa besar variabel prediktor dalam menjelaskan variabel respon.

Koefisien determinasi model regresi logistik dihitung menggunakan Pseudo R^2 atau R^2 McFadden's (R_{MF}^2) yaitu

$$R_{MF}^2 = 1 - \frac{\ell(\hat{\Omega})}{\ell(\hat{\omega})} \quad (2.87)$$

dengan $\ell(\hat{\Omega})$ diberikan oleh persamaan (2.34) dan $\ell(\hat{\omega})$ diberikan oleh persamaan (2.35) pada pengujian signifikansi parameter model regresi logistik secara serentak (Harlan, 2018).

Koefisien determinasi untuk model regresi logistik global juga dihitung menggunakan Pseudo R^2 atau R^2 McFadden's ($R_{MF(GWLR)}^2$) yaitu

$$R_{MF(GWLR)}^2 = 1 - \frac{\ell(\hat{\Omega}_{GWLR})}{\ell(\hat{\omega}_{GWLR})} \quad (2.88)$$

dengan $\ell(\hat{\Omega}_{GWLR})$ diberikan oleh persamaan (2.77) dan $\ell(\hat{\omega}_{GWLR})$ diberikan oleh persamaan (2.81) pada pengujian signifikansi parameter model GWLR secara

serentak. Semakin besar nilai R^2_{MF} maka model akan semakin baik berarti variabel prediktor yang digunakan semakin dapat menjelaskan variabel respon.

2.10 Interpretasi Model Regresi Logistik dan *Geographically Weighted Logistic Regression*

Interpretasi terhadap koefisien parameter dilakukan untuk menentukan kecenderungan atau hubungan fungsional antar variabel prediktor dengan variabel respon dan definisi unit perubahan untuk variabel prediktor. Interpretasi dari koefisien model regresi logistik tergantung pada perbedaan antara dua logit dan skala pengukuran variabel prediktor yang bersifat kontinu atau kategorik (dikotomus atau polikotomus).

Menurut Hosmer dan Lameshow (2000), menginterpretasikan parameter regresi logistik dari variabel kategorik berskala nominal adalah dengan *odds ratio*. *Odds* adalah perbandingan probabilitas kejadian sukses dengan kejadian gagal dalam suatu kategori. Model regresi logistik dengan variabel prediktor berskala nominal dikotomus dengan nilai x dikategorikan 0 atau 1 sehingga perbedaan logit untuk $x = 1$ dan $x = 0$ adalah $\beta_1 = g(x=1) - g(x=0) = [\beta_0 + \beta_1] - \beta_0$. Nilai *odds* untuk $x = 1$ adalah $\frac{\pi(1)}{1-\pi(1)}$ dan $x = 0$ adalah $\frac{\pi(0)}{1-\pi(0)}$.

Odds ratio merupakan perbandingan nilai *odds* untuk kategori $x = 1$ terhadap *odds* untuk kategori $x = 0$ yang dinyatakan dengan persamaan (Hosmer & Lameshow, 2000)

$$OR = \frac{\frac{\pi(1)}{1-\pi(1)}}{\frac{\pi(0)}{1-\pi(0)}} = \exp(\beta_1), \quad (2.89)$$

berdasarkan persamaan (2.88), hubungan antara *odds ratio* dan koefisien regresi pada model regresi logistik dengan variabel prediktor berskala nominal adalah $OR = \exp(\beta_1)$.

Interpretasi parameter regresi logistik dari variabel kontinu adalah dengan mengasumsikan fungsi logit linier terhadap variabel prediktor. *Odds ratio* untuk

perubahan 1 unit dalam x diperoleh dari perbedaan logit $g(x+1) - g(x) = [\beta_0 + \beta_1 + \beta_1 x] - \beta_0 - \beta_1 x = \beta_1$ yang dieksponensialkan, yaitu

$$OR(c) = OR(x+c, x) = \exp(c\beta_1) \quad (2.90)$$

dimana nilai $c = 1$ diasumsikan konstan sehingga diperoleh persamaan (2.89) dan interpretasi koefisien dari variabel kontinu sama dengan variabel kategorik skala nominal yaitu dengan menggunakan *odds ratio*. Berdasarkan hasil penaksiran parameter, rasio *odds* dihitung dengan mengganti β_1 dengan hasil taksiran ($\hat{\beta}_1$).

Berdasarkan persamaan (2.88), hubungan antara *odds ratio* dan koefisien regresi pada model GWLR adalah

$$OR(u_i, v_i) = \frac{\frac{\pi(u_i, v_i)(1)}{1 - \pi(u_i, v_i)(1)}}{\frac{\pi(u_i, v_i)(0)}{1 - \pi(u_i, v_i)(0)}} = \exp(\beta_1(u_i, v_i)) \quad (2.91)$$

Interpretasi parameter pada model GWLR sama dengan model regresi logistik global yaitu menggunakan *odds ratio*. Penaksiran parameter model GWLR yang dilakukan pada setiap lokasi pengamatan menyebabkan interpretasi parameter juga dilakukan pada setiap lokasi pengamatan.

2.11 Deskripsi Sungai Mahakam

Provinsi Kalimantan Timur memiliki luas wilayah daratan sekitar 198.441 km² dan luas pengelolaan laut sekitar 10.216,57 km², meliputi 10 kabupaten dan empat kota. Dataran Provinsi Kalimantan Timur umumnya terdiri dari pegunungan dan bukit yang terdapat hampir di seluruh kabupaten. Provinsi ini mempunyai ratusan sungai yang tersebar hampir di semua kabupaten/kota dan merupakan sarana angkutan utama selain angkutan darat.

Sungai Mahakam terletak di Kalimantan Timur, pada garis lintang 0°35'0"S 117°17'0"E. Panjang sungai mencapai 920 km dengan luas 149.227 km² serta memiliki lebar 300-500 meter. Sungai ini melewati wilayah kabupaten Kutai Barat di bagian hulu hingga kabupaten Kutai Kertanegara dan Samarinda di bagian hilirnya. Daerah Aliran Sungai (DAS) Mahakam merupakan salah satu kawasan di Kalimantan Timur yang memiliki luas 8,2 juta hektar atau sekitar 41% dari luas

wilayah Provinsi Kalimantan Timur, meliputi wilayah kabupaten Kutai Barat, Kutai Timur, Malinau, Kutai Kertanegara dan kota Samarinda.

Sungai Mahakam sejak dulu hingga kini memiliki peranan penting dalam kehidupan masyarakat sebagai sumber air, potensi perikanan maupun prasarana transportasi serta fungsi ekosistem sebagai habitat flora dan fauna perairan. DAS Mahakam merupakan pusat kegiatan banyak pihak, mulai dari sektor industri, pertanian, kehutanan, pertambangan, hingga pusat kegiatan ekonomi masyarakat.

Di wilayah DAS Mahakam terdapat berbagai aktivitas ekonomi yang tidak memperhatikan kelestarian lingkungan. Aktivitas tersebut berpotensi menghasilkan limbah pada aliran air sungai, baik limbah organik maupun anorganik, seperti kegiatan tambang emas dan batubara banyak dijumpai di bagian hulu Sungai Mahakam. Kegiatan tersebut membuat kerusakan pada DAS Mahakam. Sejumlah perusahaan tambang batubara diketahui tidak melakukan pengolahan limbah dan membuang langsung ke Sungai Mahakam sehingga terjadi pencemaran. Limbah tersebut merupakan ancaman air Sungai Mahakam menjadi tercemar. Efek samping yang dirasakan manusia ketika menggunakan air yang telah tercemar yaitu penyakit diare, gatal-gatal dan penyakit lainnya (Susilowati dkk, 2012).

2.12 Dissolve Oxygen (DO)

Oksigen terlarut atau *Dissolve Oxygen* (DO) adalah jumlah oksigen terlarut dalam air yang dinyatakan dalam mg/l (miligram per liter) atau ppm (*part per million*) yang diperlukan untuk metabolisme semua organisme perairan. DO merupakan indikator kualitas perairan. DO berasal dari proses fotosintesis tumbuhan air dan difusi melalui udara dengan kecepatan yang lambat. Kecepatan difusi oksigen dari udara tergantung pada beberapa faktor, seperti kekeruhan air, suhu, salinitas, pergerakkan massa air dan udara seperti arus, gelombang dan pasang surut (Salmin, 2005).

DO dimanfaatkan untuk proses respirasi oleh organisme perairan dan dekomposisi bahan organik. Semakin banyak organisme perairan maka laju respirasi juga akan semakin meningkat. Adanya peningkatan laju respirasi tersebut akan menyebabkan berkurangnya oksigen terlarut di dalam air. Semakin sedikit DO dalam air, tingkat pencemaran air semakin tinggi (Izzati, 2008).

Bahan organik dalam air yang berlebihan akibat masuknya limbah aktivitas manusia (seperti limbah rumah tangga, peternakan, perikanan dan industri) yang berupa *Total Dissolved Solid* (TDS), *Total Suspended Solid* (TSS) dan fosfat (PO_4) menyebabkan kecepatan pertumbuhan mikroorganisme akan berlipat ganda, yang berarti juga meningkatnya kebutuhan oksigen, sementara suplai oksigen dari udara jumlahnya tetap. TDS, TSS dan PO_4 merupakan variabel yang diduga berpengaruh terhadap DO. Variabel lain yang diduga yaitu konsentrasi amonia, Daya Hantar Listrik (DHL), konsentrasi nitrit dan konsentrasi asam sulfat.

Kandungan DO berdasarkan standar baku mutu air kelas ke-1 dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Indikator Pencemaran Perairan Berdasarkan Nilai DO

Konsentrasi DO	Indikasi
≥ 6	Tidak Tercemar
< 6	Tercemar

Sumber: PP No. 82 Tahun 2001 Kelas 1

Kandungan DO yang terlalu rendah akan menyebabkan ikan-ikan dan binatang air lainnya akan mati, sedangkan konsentrasi DO yang terlalu tinggi juga akan mengakibatkan proses pengkaratan semakin cepat karena oksigen akan mengikat ion hidrogen yang melapisi permukaan logam.

2.13 Konsentrasi Amonia (NH_3)

Amonia (NH_3) berasal dari limbah domestik yaitu sampah, kotoran manusia dan binatang, dapat pula berasal dari oksidasi zat organik secara mikrobiologis yang berasal dari alam atau buangan industri dan penduduk. Konsentrasi amonia dapat menurun karena aktivitas mikroorganisme dalam air. Mikroorganisme atau bakteri akan mengoksidasi amonia menjadi nitrit. Proses oksidasi tersebut menggunakan banyak oksigen terlarut sehingga kandungan oksigen terlarut dalam perairan semakin berkurang (Patricia dkk, 2018).

2.14 Konsentrasi Fosfat (PO_4)

Fosfat pada perairan berbentuk ortofosfat (PO_4). Kandungan fosfat dalam perairan pada umumnya berasal dari limpasan pupuk pada pertanian, kotoran manusia maupun hewan, kadar sabun, pengolahan sayuran, serta industri kertas.

Penggunaan detergen dalam rumah tangga juga meningkatkan senyawa fosfat pada air sungai. Biota air membutuhkan senyawa fosfat untuk kehidupannya, namun jika dalam konsentrasi yang berlebihan akan menimbulkan dampak yang berbahaya. Jumlah fosfat yang tinggi akan merangsang pertumbuhan alga yang tidak terkendali dan berakibat kurangnya sinar matahari yang masuk ke perairan sehingga menghambat proses fotosintesis. Hal tersebut menyebabkan suplai oksigen tidak bertambah tetapi semakin banyak dibutuhkan, sehingga oksigen terlarut dalam air akan semakin berkurang. Tumbuhan air yang tidak dapat melakukan fotosintesis akan mati, sehingga terjadi proses penguraian yang menghabiskan persedian oksigen (Patricia dkk, 2018).

2.15 Daya Hantar Listrik

Daya Hantar Listrik (DHL) merupakan kemampuan air untuk menghantarkan arus listrik dengan satuan $\mu\text{S}/\text{cm}$ atau mikrosiemen per sentimeter. DHL merupakan interaksi antara jenis konsentrasi ion dan jumlah ion yang terkandung dalam air. Semakin banyak jumlah ion yang terkandung dalam air, maka DHL juga akan semakin tinggi. Jumlah ion yang banyak dalam air akan mempengaruhi kandungan oksigen terlarut karena semakin banyak ion akan semakin mengikat oksigen terlarut untuk proses reaksi kimia, sehingga apabila DHL tinggi maka oksigen terlarut akan semakin sedikit (Mulyana, 2007).

2.16 Total Dissolved Solid (TDS)

Kelarutan zat padat dalam air atau disebut dengan *Total Dissolved Solid* (TDS) adalah terlarutnya zat padat, baik berupa ion, senyawa dan koloid di dalam air yang dinyatakan dalam mg/l (miligram per liter) atau ppm (*part per million*) (Sastrawijaya, 2009). Ion yang paling umum adalah kalsium, fosfat, nitrat, natrium, kalium, magnesium, bikarbonat, karbonat dan klorida. Bahan kimia dapat berupa kation, anion, molekul atau aglomerasi dari ribuan molekul.

Sumber TDS dalam perairan adalah limpasan dari pertanian, limbah rumah tangga dan industri. Limbah-limbah tersebut menyebabkan permukaan air tertutup sehingga menghambat proses difusi oksigen dari udara ke dalam air. Selain itu, bakteri membutuhkan oksigen untuk mengurai limbah-limbah tersebut. Semakin

banyak limbah maka oksigen yang dibutuhkan semakin banyak, sedangkan suplai oksigen tidak bertambah (Rinawati dkk, 2016).

2.17 Konsentrasi Nitrit

Salah satu nutrient yang dapat mempengaruhi kelimpahan fitoplankton dalam air adalah nitrit. Nitrit adalah senyawa yang dihasilkan dari proses oksidasi amonia yang dinyatakan dalam mg/l (miligram per liter) atau ppm (*part per million*). Sebaran fitoplankton tinggi di perairan disebabkan oleh suplai nutrien (nitrit) yang berasal dari limpasan daratan. Fitoplankton adalah organisme yang dapat melakukan fotosintesis dan menghasilkan oksigen terlarut. Semakin tinggi kandungan nitrit maka sebaran fitoplankton juga akan semakin tinggi dan apabila fitoplankton yang tersebar semakin banyak maka akan meningkatkan kandungan oksigen terlarut di dalam air (Aryawati dan Thoha, 2011).

2.18 Konsentrasi Sulfat

Sulfat adalah garam anorganik dari asam sulfat yang larut di dalam air. Sulfat berasal dari kandungan belerang yang dioksidasi oleh bakteri. Proses oksidasi tersebut akan mengikat oksigen terlarut. Kandungan sulfat yang tinggi disebabkan tingginya kandungan belerang di dalam air sehingga semakin tinggi sulfat maka oksigen terlarut yang diikat akan semakin banyak dan oksigen terlarut yang ada di dalam air akan semakin berkurang (Mulyana, 2007).

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan dari bulan September 2019 sampai Februari 2020. Tempat pengolahan data di Laboratorium Statistika Terapan, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mulawarman. Pengambilan data di Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur.

3.2 Rancangan Penelitian dan Teknik Pengumpulan Data

Penelitian ini merupakan penelitian non-eksperimen, karena dalam pengambilan data peneliti tidak memberikan perlakuan terhadap objek penelitian, melainkan menggunakan data sekunder. Rancangan penelitian ini bersifat *ex post facto*, karena penelitian ini bertujuan untuk menyelidiki hubungan sebab akibat dan data dikumpulkan setelah semua kejadian yang dipersoalkan berlangsung (Suryabrata, 2003). Rancangan penelitian ini adalah studi literatur dan studi empiris. Teknik pengumpulan data adalah pengumpulan data sekunder, dengan sumber data adalah Bidang Pengendalian Pencemaran dan Kerusakan Lingkungan Hidup, Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur.

3.3 Populasi, Sampel dan Teknik *Sampling*

Populasi adalah semua objek, semua gejala dan semua kejadian atau peristiwa yang akan dipilih sesuai dengan masalah yang akan diteliti (Gunawan, 2013). Populasi penelitian ini adalah seluruh daerah aliran Sungai Mahakam Provinsi Kalimantan Timur pada tahun 2018.

Sampel adalah sebagian dari populasi yang karakteristiknya hendak diselidiki dan dianggap bisa mewakili keseluruhan populasi (Gunawan, 2013). Sampel penelitian ini adalah titik-titik di lokasi DAS Mahakam yang dilakukan pengukuran oleh Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur tahun 2018. DAS Mahakam adalah Sungai Mahakam termasuk anak cabang sungai yang aliran airnya mengalir ke Sungai Mahakam. Teknik *sampling* pada penelitian ini adalah *purposive sampling*. Teknik *sampling* ini digunakan karena berdasarkan ketersediaan data. Jumlah lokasi pengamatan yang telah dilakukan pengukuran oleh

Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur ada sebanyak 26 lokasi pengamatan. Setiap lokasi pengamatan mempunyai informasi lokasi geografis yang dinyatakan dalam titik koordinat, yaitu garis lintang (*latitude*) dan garis bujur (*longitude*). Adapun lokasi pemantauan air Sungai Mahakam tahun 2018 disajikan pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Lokasi pemantauan air Sungai Mahakam tahun 2018

3.4 Variabel Penelitian

Variabel penelitian terdiri dari variabel respon (Y) dan variabel prediktor (X). variabel respon penelitian ini adalah status perairan Sungai Mahakam. Variabel respon berskala nominal dengan nilai 1 atau 0, dimana bernilai 1 jika kandungan DO $\geq 6 \text{ mg/l}$ atau air Sungai Mahakam tidak tercemar dan bernilai 0 jika kandungan DO $< 6 \text{ mg/l}$ atau air Sungai Mahakam tercemar.

Variabel prediktor penelitian ini adalah konsentrasi amonia (X_1), konsentrasi fosfat (X_2), Daya Hantar Litrik (X_3), *Total Dissolved Solid* (X_4), konsentrasi

nitrit (X_5) dan konsentrasi sulfat (X_6). Notasi variabel, definisi operasional dan skala pengukurannya dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Nama Variabel	Notasi	Tipe Data	Definisi Operasional	Satuan
DO	Y	Nominal	Jumlah oksigen yang terlarut dalam air setiap liter air.	-
Konsentrasi Amonia	X_1	Rasio	Kandungan amonia yang terlarut dalam setiap liter air	mg/l
Konsentrasi Fosfat	X_2	Rasio	Kandungan fosfat yang terlarut dalam setiap liter air	mg/l
DHL	X_3	Rasio	Kemampuan air dalam mengantarkan arus listrik setiap sentimeter	$\mu\text{S}/\text{cm}$
TDS	X_4	Rasio	Kandungan zat padat yang terlarut dalam setiap liter air.	mg/l
Konsentrasi Nitrit	X_5	Rasio	Kandungan nitrit yang terlarut dalam setiap liter air	mg/l
Konsentrasi Sulfat	X_6	Rasio	Kandungan sulfat yang terlarut dalam setiap liter air	mg/l

3.5 Teknik Analisis Data

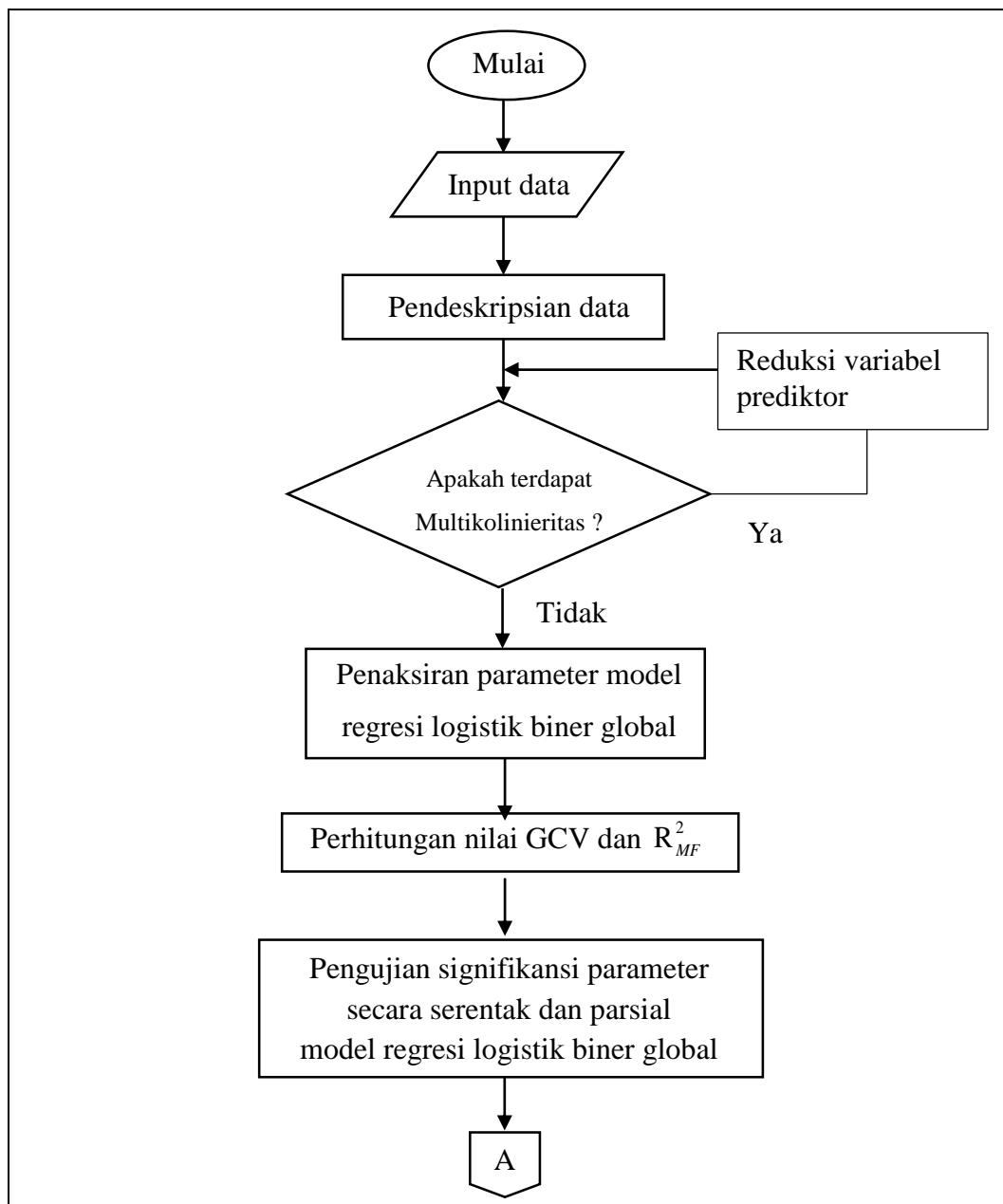
Teknik analisis data yang digunakan adalah pemodelan GWLR pada data pencemaran Sungai Mahakam berdasarkan indikator DO tahun 2018. Tahapan analisis data adalah sebagai berikut.

1. Pendeskripsi data dengan statistika deskriptif.
2. Pendeteksian multikolinearitas variabel prediktor dengan kriteria VIF mengacu pada persamaan (2.41).
3. Pemodelan regresi logistik biner dengan prosedur sebagai berikut.
 - a. Penaksiran parameter model regresi logistik biner global dengan metode iteratif Newton-Raphson.
 - b. Perhitungan nilai GCV mengacu pada persamaan (2.54) dan R_{MF}^2 mengacu pada persamaan (2.86).

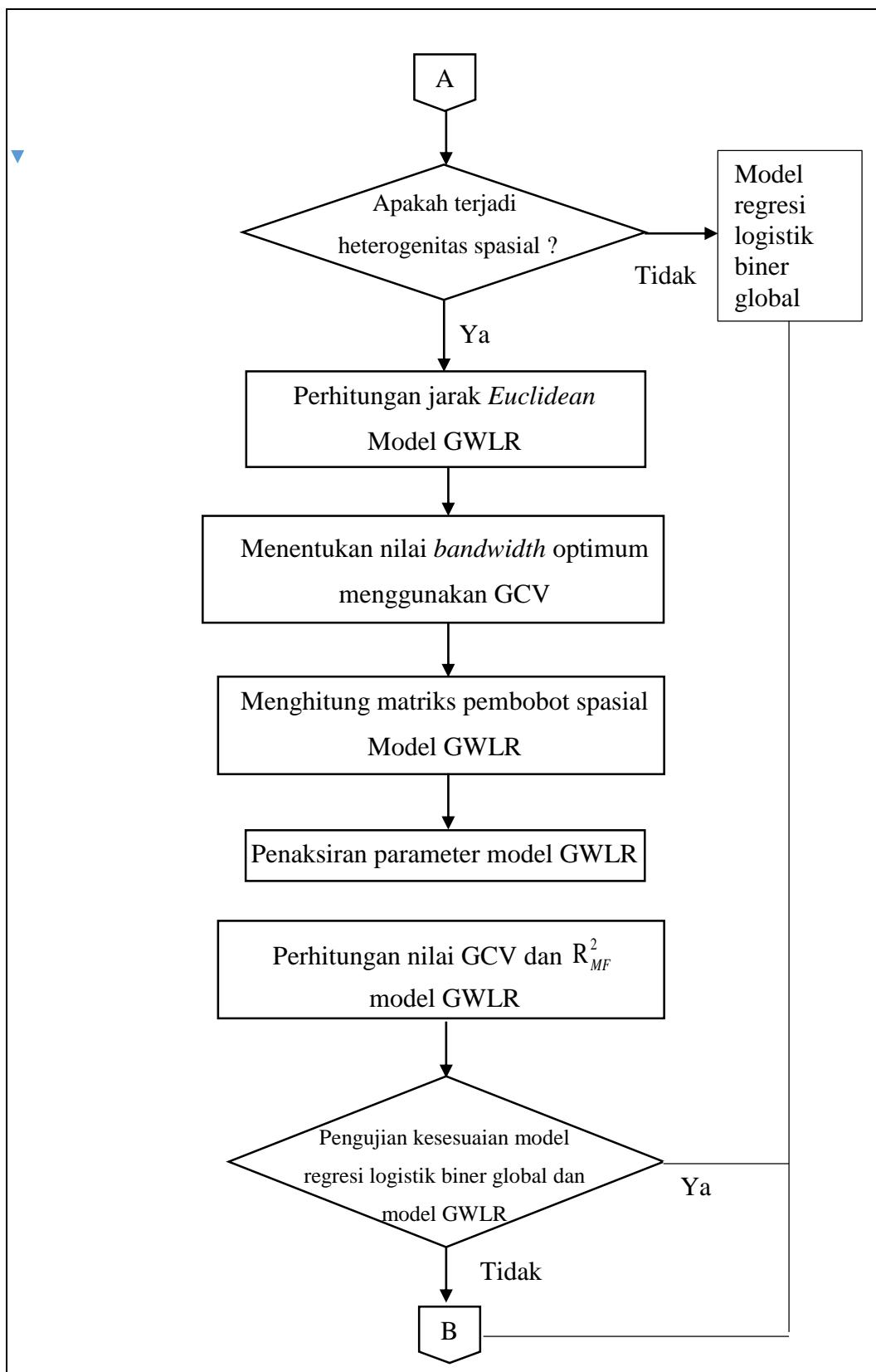
- c. Pengujian signifikansi parameter secara serentak dengan statistik uji G mengacu pada persamaan (2.33)
- d. Pengujian signifikansi parameter secara parsial dengan uji Wald mengacu pada persamaan (2.37).
- 4. Pengujian heterogenitas spasial menggunakan uji *Glejser* mengacu pada persamaan (2.49).
- 5. Pemodelan GWLR dengan prosedur sebagai berikut.
 - a. Perhitungan jarak *Euclidean* antar titik lokasi pengamatan berdasarkan posisi geografi (*latitude* dan *longitude*). Perhitungan dilakukan mengacu pada persamaan (2.51).
 - b. Penentuan interval nilai *bandwidth* untuk penaksiran pada lokasi ke-*i*.
 - c. Perhitungan pembobot spasial pada penaksiran model GWLR pada lokasi ke-*i* menggunakan fungsi pembobot *adaptive tricube* mengacu pada persamaan (2.53).
 - d. Penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke-*i* berdasarkan *bandwidth* yang dipilih dengan metode iteratif Newton-Raphson.
 - e. Perhitungan nilai GCV model GWLR pada lokasi ke-*i* mengacu pada persamaan (2.54)
 - f. Prosedur (c) sampai dengan (e) diulang pada nilai *bandwidth* yang lain.
 - g. Penentuan *bandwidth* optimum pada penaksiran model GWLR pada lokasi ke-*i* berdasarkan nilai GCV di lokasi ke-*i* yang minimum mengacu pada persamaan (2.54).
 - h. Prosedur (b) sampai dengan (g) diulang untuk penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke-*i* yang lain.
 - i. Perhitungan nilai GCV mengacu pada persamaan (2.54) dan R_{MF}^2 mengacu pada persamaan (2.87) pada model GWLR.
 - j. Pengujian kesesuaian model regresi logistik biner dan model GWLR mengacu pada persamaan (2.74).
 - k. Pengujian parameter model GWLR secara serentak mengacu pada persamaan (2.80).
 - l. Pengujian parameter model GWLR secara parsial untuk masing-masing lokasi mengacu pada persamaan (2.83).

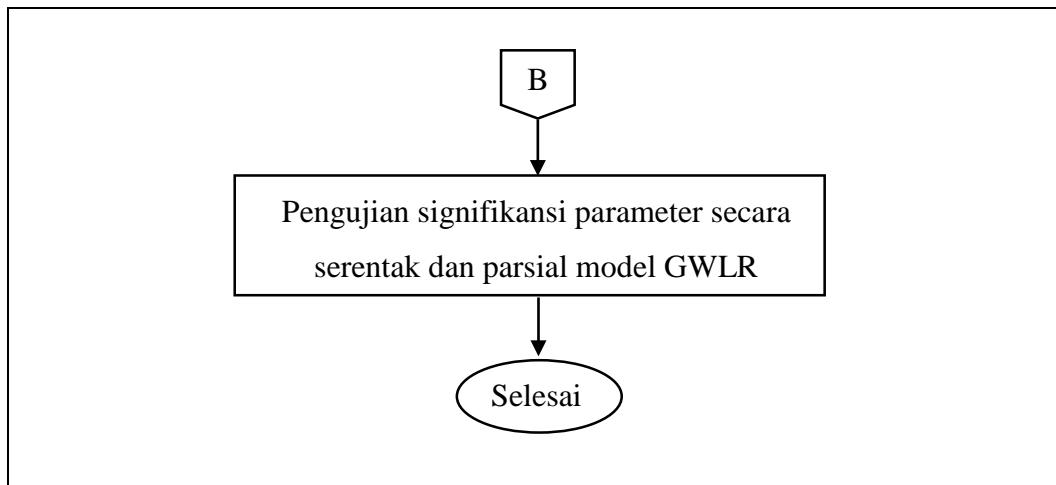
- m. Interpretasi model GWLR pada lokasi tertentu.
6. Penarikan kesimpulan

Perhitungan pada setiap tahapan analisis data menggunakan bantuan *software octave* dan *R*. Tahapan analisis data dapat digambarkan melalui diagram alir pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Diagram alir analisis data

**Gambar 3.2** Diagram alir analisis data (Lanjutan)



Gambar 3.2 Diagram alir analisis data (Lanjutan)

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Data Penelitian

Data penelitian terdiri dari data variabel respon, variabel prediktor dan data koordinat lokasi pengamatan. Data variabel respon adalah data DO di DAS Mahakam Data variabel respon dikategorikan menjadi 2 kategori (dikotomus) yaitu $y = 0$ jika $DO < 6 \text{ mg/l}$ atau diindikasikan air Sungai Mahakam tercemar dan $y = 1$ jika $DO \geq 6 \text{ mg/l}$ atau diindikasikan tidak tercemar.

Data variabel prediktor terdiri dari data konsentrasi amonia (NH_3), konsentrasi fosfat (PO_4), Daya Hantar Listrik (DHL), *Total Dissolved Solid* (TDS), konsentrasi nitrit (NO_3) dan konsentrasi sulfat (SO_4). Data koordinat 26 lokasi pengamatan adalah letak garis lintang dan bujur yang telah ditetapkan oleh Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur tahun 2018. Data variabel respon, prediktor dan koordinat lokasi pengamatan dapat dilihat pada Lampiran 1.

4.2 Deskripsi Data Penelitian

Deskripsi data dinyatakan dalam statistik deskriptif yang meliputi rata-rata, nilai maksimum, nilai minimum, standar deviasi dan koefisien variasi. Statistik deskriptif data variabel prediktor disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Data Variabel Prediktor

Variabel	Rata-rata	Maks	Min	Std. Deviasi	KV (%)
Konsentrasi Amonia (X_1)	0,0472	0,150	0,020	0,0263	56,1489
Konsentrasi Fosfat (X_2)	0,0404	0,143	0,001	0,0360	89,1574
DHL (X_3)	88,215	258	47,6	58,7765	66,6272
TDS (X_4)	20,1538	97	6	19,3983	96,2513
Konsentrasi Nitrit (X_5)	0,0165	0,115	0,002	0,0264	160,0023
Konsentrasi Sulfat (X_6)	8,9704	66,1	2,090	14,2694	159,0727

Sumber : Lampiran 2

Berdasarkan Tabel 4.1 bahwa rata-rata konsentrasi amonia adalah sebesar 0,0472 mg/l. Konsentrasi amonia tertinggi yaitu 0,15 mg/l di Sungai Mahakam Nyan dan konsentrasi amonia terendah yaitu 0,02 mg/l di Jembayan, Kedang Kepala Hilir dan Karang Mumus. Rata-rata konsentrasi fosfat adalah sebesar 0,0404 mg/l. Konsentrasi fosfat tertinggi yaitu 0,143 mg/l di Karang Mumus Hilir dan konsentrasi fosfat terendah yaitu 0,001 mg/l di Batuq. Rata-rata DHL adalah sebesar 88,215 μ S/cm . DHL tertinggi yaitu 258 μ S/cm di Karang Mumus Hilir dan DHL terendah yaitu 47,6 μ S/cm di Long Bagun. Rata-rata kandungan padatan terlarut adalah sebesar 20,1538 mg/l. Kandungan padatan terlarut tertinggi yaitu 97 mg/l di Kedang Kepala Hilir dan kandungan padatan terlarut terendah yaitu 6 mg/l di Sungai Boh. Rata-rata konsentrasi nitrit adalah sebesar 0,0165 mg/l. Konsentrasi nitrit tertinggi yaitu 0,115 mg/l di Karang Mumus sebesar dan konsentrasi nitrit terendah yaitu 0,002 mg/l di Sungai Mahakam Boh dan Long Bagun sebesar. Rata-rata konsentrasi sulfat adalah sebesar 8,9704 mg/l. Konsentrasi sulfat tertinggi yaitu 66,1 mg/l di Kota Bangun dan konsentrasi sulfat terendah yaitu 2,09 mg/l di Sungai Boh.

Berdasarkan nilai koefisien variasi dari setiap variabel prediktor, dapat diketahui bahwa data yang penyebarannya paling besar adalah data konsentrasi nitrit (X_5) karena memiliki nilai koefisien variasi terbesar yaitu 160,0023%, sedangkan data yang penyebarannya paling kecil adalah data konsentrasi amonia (X_6) karena memiliki nilai koefisien variasi terkecil yaitu 56,1489%.

4.3 Pendekstrian Multikolinearitas

Pendekstrian multikolinearitas bertujuan untuk mengetahui apakah terdapat variabel prediktor merupakan kombinasi linier dari variabel-variabel prediktor yang lainnya. Pendekstrian multikolinearitas menggunakan kriteria VIF. Nilai VIF dihitung berdasarkan persamaan (2.41) menggunakan *software* R dan hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 4.3.

Tabel 4.2 Nilai VIF Setiap Variabel Prediktor

Variabel	VIF	Indikasi Multikolinearitas
Konsentrasi Amonia (X_1)	1,0819	Tidak terdapat multikolinearitas

Tabel 4.2 Nilai VIF Setiap Variabel Prediktor (Lanjutan)

Variabel	VIF	Indikasi Multikolinearitas
Konsentrasi Fosfat (X_2)	1,4399	Tidak terdapat multikolinearitas
Daya Hantar Listrik (X_3)	1,1169	Tidak terdapat multikolinearitas
TDS (X_4)	2,3636	Tidak terdapat multikolinearitas
Konsentrasi Nitrit (X_5)	2,0378	Tidak terdapat multikolinearitas
Konsentrasi Sulfat (X_6)	1,1295	Tidak terdapat multikolinearitas

Sumber : Lampiran 3

Berdasarkan Tabel 4.2, nilai VIF setiap variabel prediktor kurang dari 10 sehingga disimpulkan bahwa tidak terdapat multikolinearitas antar variabel prediktor. Tahap analisis berikutnya adalah melakukan penaksiran parameter regresi logistik biner. Berdasarkan hal tersebut, keenam variabel variabel prediktor dapat digunakan dalam pemodelan regresi logistik biner dan GWLR.

4.4 Model Regresi Logistik Biner

Sub bab ini membahas model regresi logistik biner yang meliputi penaksiran parameter, pengujian parameter secara serentak dan pengujian parameter secara parsial.

4.4.1 Penaksiran Parameter Model Regresi Logistik Biner

Penaksiran parameter model regresi logistik biner global yang diberikan oleh persamaan (2.15) menggunakan metode MLE yang diselesaikan dengan metode iteratif Newton-Raphson. Algoritma iteratif Newton-Raphson diberikan oleh persamaan (2.24). Perhitungan algoritma iteratif Newton-Raphson menggunakan *software* Octave. Hasil penaksiran parameter ditunjukkan pada Tabel 4.4 dan *output software* Octave dapat dilihat pada Lampiran 12.

Tabel 4.3 Nilai Taksiran Model Regresi Logistik Biner

Parameter	Taksiran
β_0	2,0405
β_1	-20,1538
β_2	-29,9452
β_3	0,0222
β_4	-0,1262
β_5	252,9913
β_6	-0,3858

Sumber : Lampiran 3

Berdasarkan hasil penaksir parameter pada Tabel 4.3 dan mengacu pada persamaan (2.15), maka diperoleh model regresi logistik biner global data DO dikotomus DAS Mahakam adalah

$$\hat{\pi} = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538X_1 - 29,9452X_2 + 0,0222X_3 \\ -0,1262X_4 + 252,9913X_5 - 0,3858X_6 \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538X_1 - 29,9452X_2 + 0,0222X_3 \\ -0,1262X_4 + 252,9913X_5 - 0,3858X_6 \end{array}\right)} \quad (4.1)$$

dengan $\hat{\pi}$ menyatakan taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar berdasarkan indikator DO. X_1 menyatakan konsentrasi amonia, X_2 menyatakan konsentrasi fosfat, X_3 menyatakan DHL, X_4 menyatakan *Total Dissolved Solid* (TDS), X_5 menyatakan konsentrasi nitrit dan X_6 menyatakan konsentrasi sulfat.

Nilai GCV dan koefisien determinasi (R_{MF}^2) model regresi logistik biner pada persamaan (4.1) masing-masing sebesar 0,2214 dan 0,4412. *Output* hasil perhitungan nilai GCV dan R_{MF}^2 menggunakan *software* Octave dapat dilihat pada Lampiran 12.

4.4.2 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Biner Secara Serentak

Pengujian parameter secara serentak bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel prediktor secara serentak (simultan) berpengaruh terhadap variabel respon. Hipotesis pengujian parameter secara serentak adalah

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0$$

(Variabel-variabel prediktor secara serentak tidak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar)

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \beta_k \neq 0 ; k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

(Variabel-variabel prediktor secara serentak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar)

Statistik uji pengujian parameter secara serentak adalah statistik G yang diberikan oleh persamaan (2.33), dengan statistik $G \sim \chi^2_{(0,1;6)}$. Hasil perhitungan statistik uji G , nilai kritis, $p\text{-value}$ dan keputusan uji disajikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Pengujian Hipotesis Parameter Regresi Logistik Biner Secara Serentak

G	$\chi^2_{0,1(6)}$	p-value	Keputusan Uji
15,1523	10,6446	0,0191	H_0 ditolak

Sumber : Lampiran 12

Berdasarkan hasil perhitungan statistik uji yang ditunjukkan pada Tabel 4.4, keputusan uji adalah menolak H_0 pada taraf signifikansi 0,1, hal ini ditunjukkan oleh nilai statistik uji $G = 15,1523 > \chi^2_{(0,1;6)} = 10,6446$ atau $p-value = 0,0191 < \alpha = 0,1$. Kesimpulan uji hipotesis ini adalah konsentrasi amonia, konsentrasi fosfat, DHL, *Total Dissolved Solid* (TDS), konsentrasi nitrit dan konsentrasi sulfat secara bersama-sama berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar.

4.4.3 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Biner Secara Parsial

Pengujian parameter secara parsial bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel prediktor secara parsial berpengaruh terhadap variabel respon. Hipotesis pengujian parameter secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai k tertentu ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) adalah

$$H_0 : \beta_k = 0$$

(Variabel prediktor X_k tidak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar)

$$H_1 : \beta_k \neq 0$$

(Variabel prediktor X_k berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar)

Statistik uji adalah statistik Wald (W) yang diberikan oleh persamaan (2.37) dengan $W \sim N(0,1)$. Hasil perhitungan statistik uji Wald, nilai kritis, $p-value$ dan keputusan uji ditunjukkan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Pengujian Hipotesis Parameter Regresi Logistik Biner Secara Parsial

Variabel	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	$p-value$	Keputusan Uji
Konstanta	β_0	2,0405	3,1197	0,6541	0,5131	H_0 gagal ditolak
Konsentrasi Amonia (X_1)	β_1	-20,1538	22,444	-0,8980	0,3692	H_0 gagal ditolak
Konsentrasi Fosfat (X_2)	β_2	-29,9452	17,481	-1,7130	0,0867	H_0 ditolak
DHL (X_3)	β_3	0,0222	0,0281	0,7908	0,4290	H_0 gagal ditolak
TDS (X_4)	β_4	-0,1262	0,0569	-2,2143	0,0268	H_0 ditolak

Tabel 4.5 Pengujian Hipotesis Parameter Regresi Logistik Biner Secara Parsial (Lanjutan)

Variabel	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	p-value	Keputusan Uji
Konsentrasi Nitrit (X_5)	β_5	252,9913	128,71	1,9655	0,0494	H_0 ditolak
Konsentrasi Asam Sulfat (X_6)	β_6	-0,3858	0,3931	-0,9816	0,3263	H_0 gagal ditolak

Sumber: Lampiran 12

Berdasarkan statistik uji Wald yang ditunjukkan Tabel 4.5 diperoleh variabel konsentrasi fosfat (X_2), *Total Dissolved Solid* (TDS) (X_4) dan konsentrasi nitrit (X_5) berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar. Statistik uji W variabel tersebut lebih dari 1,64 dan *p-value* lebih kecil dari 0,1. Variabel-variabel konsentrasi amonia (X_1), DHL (X_3) dan konsentrasi sulfat (X_6) masing-masing secara individual tidak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar.

4.5 Pengujian Heterogenitas Spasial

Pengujian heterogenitas spasial bertujuan untuk mengetahui apakah data respon dikotomus merupakan data spasial. Pengujian heterogenitas spasial dilakukan dengan metode *Glejser*. Hipotesis pengujian heterogenitas spasial adalah

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_{26}^2 = \sigma^2$$

(Tidak terdapat heterogenitas spasial)

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \sigma_i^2 \neq \sigma^2; i = 1, 2, \dots, 26$$

(Terdapat heterogenitas spasial)

Tahapan untuk melakukan pengujian heterogenitas spasial dengan metode *Glejser* diawali dengan mengestimasi model regresi logistik biner untuk mendapatkan residualnya (\hat{e}_i) yang dihitung menggunakan persamaan (2.44). Tahap selanjutnya meregresikan $|\hat{e}_i|$ terhadap seluruh variabel prediktor berdasarkan model pada persamaan (2.45) dan melakukan penaksiran parameter model regresi dengan menggunakan OLS mengacu pada persamaan (2.47). Tahap berikutnya yaitu melakukan pengujian parameter regresi secara serentak dengan statistik uji diberikan oleh persamaan (2.49). Kriteria penolakan adalah H_0 ditolak pada taraf

signifikansi $\alpha = 0,1$ jika $F_{hitung} > F_{(0,1;6;19)} = 2,1093$. Hasil perhitungan statistik uji F_{hitung} , F kritis, p -value dan keputusan uji ditunjukkan pada Tabel 4.6

Tabel 4.6 Nilai Statistik Uji Heterogenitas Spasial

F_{hitung}	$F_{(0,1;6;19)}$	p -value	Keputusan Uji
3,3830	2,1093	0,0193	H_0 ditolak

Sumber: Lampiran 5

Berdasarkan Tabel 4.6 diperoleh $F_{hitung} = 3,3830 > F_{(0,1;6;19)} = 2,1093$ atau p -value = 0,0193 < $\alpha = 0,1$ maka diputuskan menolak H_0 berarti terdapat heterogenitas spasial pada data respon dikotomus. Berdasarkan hasil pengujian heterogenitas spasial, diduga pemodelan yang sesuai adalah pemodelan yang bersifat lokal, yaitu model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR).

4.6 Model *Geographically Weighted Logistic Regression*

Langkah pertama dalam pemodelan GWLR adalah mencari jarak *Euclidean* antar lokasi pengamatan menggunakan persamaan (2.51) menggunakan titik koordinat (*Longitude* dan *Latitude*). *Longitude* dan *Latitude* seluruh lokasi pengamatan dapat dilihat pada Lampiran 1. Jarak *Euclidean* untuk lokasi ke-1, lokasi ke-2, lokasi ke-3, lokasi ke-16 serta lokasi ke-26 dapat dilihat pada Tabel 4.7 dan selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 13.

Tabel 4.7 Jarak *Euclidean*

j	d_{1j}	d_{2j}	d_{3j}	...	d_{16j}	...	d_{26j}
1	0,0000	1,1150	1,2698		0,1816		1,0574
2	1,1150	0,0000	0,1733		0,9344		2,0585
3	1,2698	0,1733	0,0000		1,0908		2,1808
4	1,4041	0,3153	0,1423		1,2263		2,2932
5	1,3119	0,2304	0,0603		1,1341		2,2067
6	2,2094	1,0954	0,9414		2,0293		3,1030
7	1,0743	2,0735	2,1953		1,2317		0,0172
8	1,0559	2,0576	2,1800		1,2137		0,0022
9	0,7188	1,7977	1,9376		0,8931		0,3994
10	0,6273	1,4344	1,5442		0,7173		0,6539
11	1,1569	0,1428	0,1309		0,9801		2,0520
12	1,1064	0,0092	0,1792		0,9258		2,0492
13	1,3426	0,2303	0,1430		1,1615		2,2865

Tabel 4.7 Jarak *Euclidean* (Lanjutan)

j	d_{1j}	d_{2j}	d_{3j}	...	d_{16j}	...	d_{26j}
14	1,2741	0,1665	0,0308		1,0943		2,1944
15	0,1098	1,1883	1,3478		0,2601		1,0582
16	0,1816	0,9344	1,0908		0,0000		1,2151
17	0,4431	0,6720	0,8283		0,2627		1,4356
18	0,5120	0,6031	0,7593		0,3317		1,4959
19	0,7009	0,4372	0,6068		0,5199		1,7074
20	0,7775	0,4577	0,6304		0,6028		1,8123
21	0,8148	0,4161	0,5884		0,6385		1,8445
22	0,6705	0,4770	0,6472		0,4904		1,6865
23	1,2843	0,1861	0,0145		1,1052		2,1947
24	0,6367	0,5465	0,7186		0,4614		1,6717
25	0,7174	0,4458	0,6179		0,5381		1,7363
26	1,0574	2,0585	2,1808		1,2151		0,0000

Sumber: Lampiran 13

Berdasarkan Tabel 4.7, jarak antara lokasi ke-1 (Bloro) ke lokasi ke-2 (Pulau Kumala) lebih dekat dari pada jarak ke lokasi ke-3 (Samarinda), hal ini ditunjukkan oleh jarak *euclidean* Bloro ke Pulau Kumala yang sebesar 1,1150 lebih kecil dari pada jarak *Euclidean* Bloro ke Samarinda yang sebesar 1,2698. Tahap selanjutnya menentukan *bandwidth* optimum menggunakan kriteria GCV yang diberikan oleh persamaan (2.54) dan menghitung pembobot spasial dengan menggunakan fungsi *adaptive tricube* berdasarkan persamaan (2.53). Pembobot spasial untuk lokasi ke-1, lokasi ke-2, lokasi ke-3 lokasi ke-16 serta lokasi ke-26 dapat dilihat pada Tabel 4.8 dan selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 13.

Tabel 4.8 Pembobot Spasial

j	w_{1j}	w_{2j}	w_{3j}	...	w_{16j}	...	w_{26j}
1	1,0000	0,6636	1,0000		1,0000		0,9647
2	0,9039	1,0000	1,0000		1,0000		0,7589
3	0,8603	0,9985	1,0000		1,0000		0,7182
4	0,8144	0,9913	1,0000		1,0000		0,6781
5	0,8467	0,9966	1,0000		1,0000		0,7092
6	0,4091	0,6788	1,0000		1,0000		0,3417
7	0,9137	0,0056	1,0000		1,0000		0,9997
8	0,9180	0,0076	1,0000		1,0000		0,9999
9	0,9736	0,1002	1,0000		1,0000		0,9981
10	0,9824	0,3871	1,0000		1,0000		0,9916

Tabel 4.8 Pembobot Spasial (Lanjutan)

j	w_{1j}	w_{2j}	w_{3j}	...	w_{16j}	...	w_{26j}
11	0,8930	0,9991	1,0000		1,0000		0,7609
12	0,9060	0,9999	1,0000		1,0000		0,7618
13	0,8363	0,9966	1,0000		1,0000		0,6805
14	0,8589	0,9987	1,0000		1,0000		0,7134
15	0,9999	0,6041	1,0000		1,0000		0,9646
16	0,9996	0,7909	1,0000		1,0000		0,9468
17	0,9938	0,9184	1,0000		1,0000		0,9132
18	0,9904	0,9405	1,0000		1,0000		0,9022
19	0,9755	0,9770	1,0000		1,0000		0,8570
20	0,9667	0,9737	1,0000		1,0000		0,8307
21	0,9617	0,9802	1,0000		1,0000		0,8221
22	0,9785	0,9702	1,0000		1,0000		0,8619
23	0,8557	0,9982	1,0000		1,0000		0,7134
24	0,9816	0,9554	1,0000		1,0000		0,8654
25	0,9738	0,9757	1,0000		1,0000		0,8500
26	0,9177	0,0075	1,0000		1,0000		1,0000

Sumber: Lampiran 13

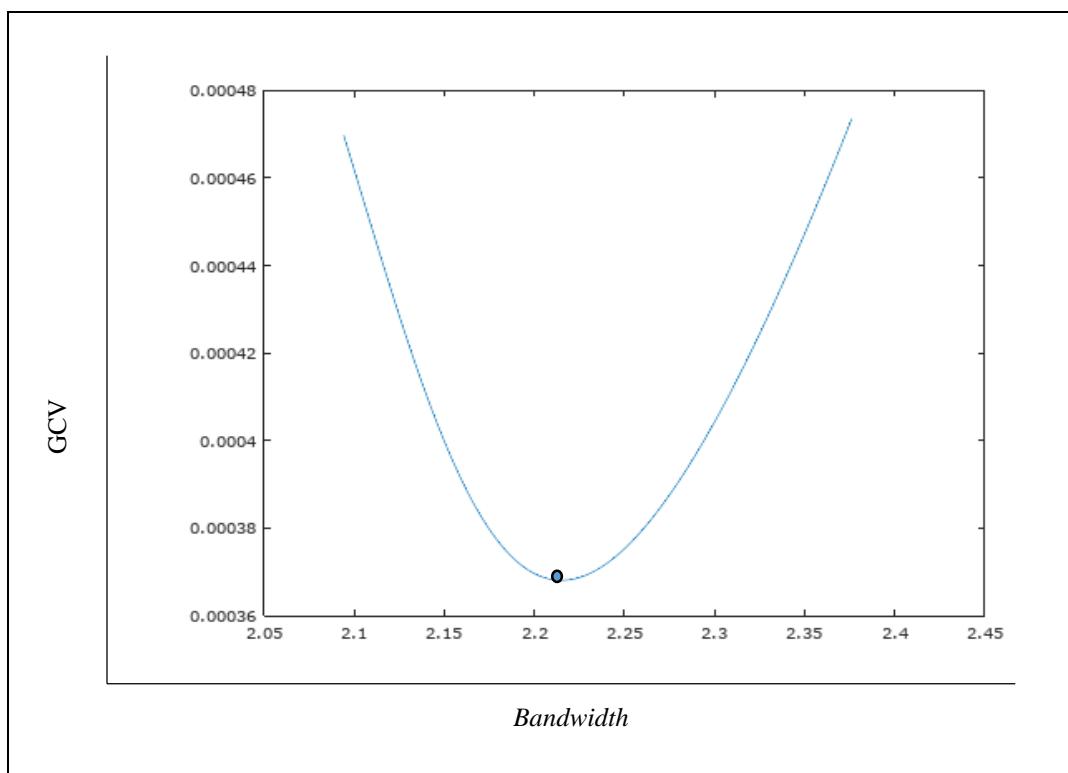
Berdasarkan Tabel 4.8, pembobot spasial pengamatan Pulau Kumala untuk model GWLR pada lokasi Bloro lebih besar dari pembobot spasial pengamatan Samarinda untuk model GWLR pada lokasi Bloro, hal ini dikarenakan jarak *euclidean* Bloro ke Pulau Kumala lebih kecil dari pada jarak *Euclidean* Bloro ke Samarinda.

Penentuan *bandwidth* optimum menggunakan kriteria GCV berdasarkan persamaan (2.54). Langkah-langkah penentuan *bandwidth* optimum untuk penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke- i adalah mencoba (*trial* dan *error*) pada suatu interval *bandwidth* [bwb;bwa], dimana bwb adalah interval *bandwidth* bawah dan bwa adalah interval *bandwidth* atas dengan bwb memenuhi persamaan (2.53). Tahap selanjutnya yaitu menghitung pembobot spasial menggunakan persamaan (2.53) kemudian melakukan penaksiran parameter model GWLR berdasarkan banyaknya *bandwidth* yang dicoba dalam interval.

Sebagai contoh penentuan interval untuk mendapatkan *bandwidth* optimum pada penaksiran parameter model GWLR di lokasi pengamatan ke-2 (Pulau Kumala) menggunakan bwb = maksimum jarak *Euclidean* lokasi ke-2 dengan lokasi ke lainnya, yaitu sebesar 2,0735 dan bwa = 1,56 kali maksimum jarak *Euclidean* yaitu sebesar 3,2346. Berdasarkan interval tersebut, dicoba 100

bandwidth dalam interval [2,0735;3,2346]. Selanjutnya menghitung pembobot spasial menggunakan fungsi pembobot *adaptive tricube*. Berdasarkan 100 *bandwidth* yang dicoba dalam interval [2,0735;3,2346] tersebut diperoleh 100 matriks pembobot spasial yang berbeda. Langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter model GWLR lokasi ke-*i* berdasarkan 100 *bandwidth* yang dicoba dan diperoleh 100 penaksir parameter model GWLR yang berbeda.

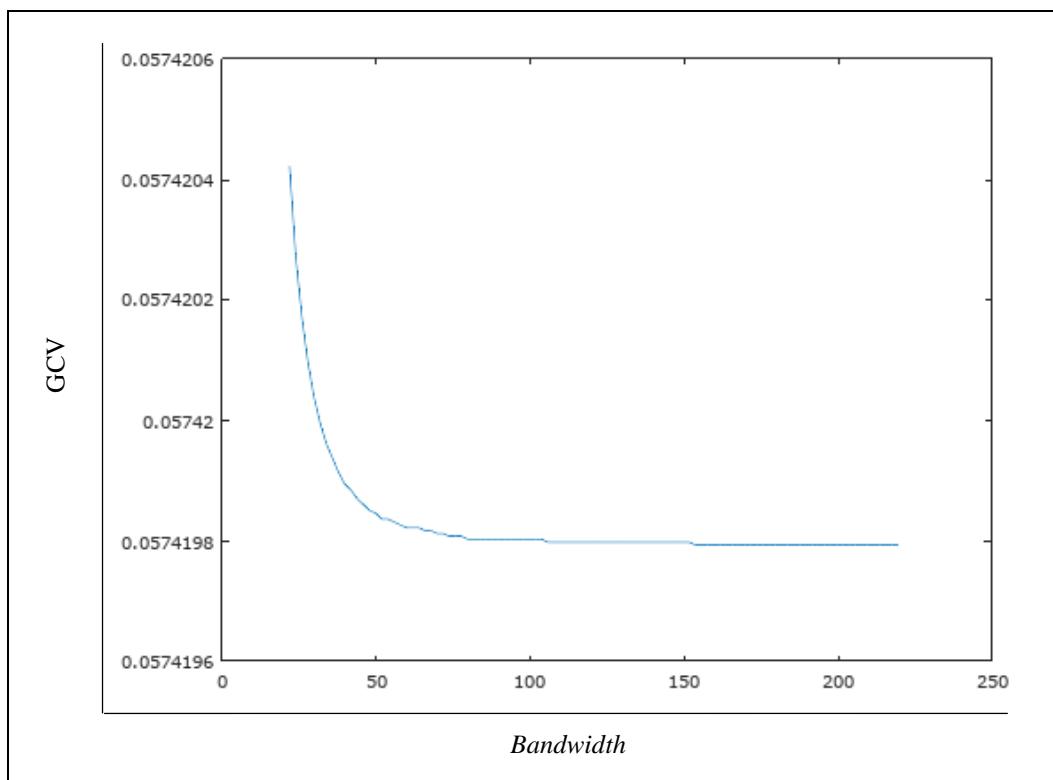
Berdasarkan 100 penaksir parameter tersebut diperoleh 100 nilai GCV yang berbeda. Berdasarkan 100 nilai GCV tersebut menghasilkan GCV minimum yang bersesuaian dengan *bandwidth* optimum sementara. Tahap selanjutnya menentukan interval *bandwidth* disekitar *bandwidth* optimum sementara dan langkah mendapatkan *bandwidth* optimum adalah seperti langkah pada penentuan *bandwidth* optimum sementara. Proses ini diulang sampai memperoleh GCV minimum dan *bandwidth* optimum. Berdasarkan hasil uji coba interval *bandwidth* yang dicoba, diperoleh *bandwidth* optimum sebesar 2,2139, dimana *bandwidth* tersebut terdapat dalam interval [2,0942;3,0273] dan memberikan GCV sebesar 0,0003. Grafik hubungan *bandwidth* pada interval tersebut dan nilai GCV penaksiran parameter model GWLR lokasi ke-2 disajikan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Grafik penentuan *bandwidth* lokasi Pulau Kumala

Penentuan *bandwidth* optimum untuk penaksiran parameter model GWLR lokasi yang lain dilakukan dengan tahapan yang sama. Berdasarkan penentuan *bandwidth* optimum di seluruh lokasi diperoleh *bandwidth* optimum pada 5 lokasi pengamatan adalah sangat besar (∞), yaitu Samarinda, Karang Mumus Hilir, Muara Pahu, Danau Semayang dan Karang Mumus.

Sebagai contoh salah satu lokasi yang memiliki *bandwidth* optimum ∞ adalah lokasi ke-3 (Samarinda). Penentuan *bandwidth* optimum untuk penaksiran parameter model GWLR pada lokasi ke-3 menggunakan $bwb = \text{maksimum jarak Euclidean}$ lokasi ke-3 dengan lokasi lainnya yaitu sebesar 2,1953 dan $bwa = 10 \times \text{maksimum jarak Euclidean}$ yaitu sebesar 21,9530. Berdasarkan interval tersebut, dicoba 100 *bandwidth* dalam interval [2,1953; 21,9530]. Berdasarkan langkah mendapatkan *bandwidth* optimum sementara seperti pada langkah penentuan *bandwidth* optimum di lokasi ke-2, diperoleh *bandwidth* optimum sementara pada lokasi ke-3 yaitu sebesar 21,9530. Langkah selanjutnya mencoba interval *bandwidth* sementara lainnya dengan bwb adalah *bandwidth* optimum sementara pada percobaan pertama yaitu sebesar 21,9530 dan $bwa = 10 \times 21,9530$ yaitu sebesar 219,53. Berdasarkan 100 *bandwidth* yang dicoba dalam interval [21,9530;219,53] diperoleh *bandwidth* optimum sebesar 219,53. Berdasarkan beberapa interval *bandwidth* sementara yang dicoba, diperoleh *bandwidth* optimum sementara yang menghasilkan GCV minimum terdapat pada nilai bwa , sehingga disimpulkan bahwa *bandwidth* optimum di lokasi ke-3 adalah ∞ . Grafik hubungan *bandwidth* pada interval [21,9530;219,53] dan nilai GCV penaksiran parameter model GWLR di lokasi ke-3 disajikan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Grafik penentuan *bandwidth* lokasi Samarinda

Gambar 4.2 menunjukkan bahwa nilai *bandwidth* optimum di lokasi ke-3 adalah ∞ , karena semakin besar nilai *bandwidth* akan menghasilkan GCV semakin kecil. *Bandwidth* yang sangat besar mengakibatkan pembobot spasial (w_{ij}) yang diberikan kepada seluruh pengamatan pada penaksiran parameter model GWLR lokasi ke-3 adalah, yakni $w_{3j} = \lim_{b_3 \rightarrow \infty} (1 - (d_{3j} / b_3)^3)^3 = 1$ dan model GWLR terbaik adalah model global yang diberikan oleh persamaan (4.1). Hasil penentuan *bandwidth* optimum untuk setiap lokasi pengamatan dapat dilihat pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 *Bandwidth* Optimum

Lokasi	Bandwidth	Lokasi	Bandwidth	Lokasi	Bandwidth
1	3,4721	10	3,7571	19	4,1559
2	2,2139	11	4,0994	20	3,4438
3	∞	12	3,9152	21	3,7386
4	3,3305	13	3,7863	22	∞
5	3,2433	14	∞	23	∞
6	4,3974	15	3,7512	24	3,4449
7	4,1792	16	∞	25	3,3579
8	4,1830	17	3,4537	26	4,6305
9	4,1355	18	4,0589		

Sumber: Lampiran 13

Tahap selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter model GWLR setiap lokasi pengamatan dan pengujian hipotesis model GWLR yang terdiri dari pengujian kesesuaian model, pengujian parameter secara serentak dan pengujian parameter secara parsial.

4.6.1 Penaksiran Parameter Model GWLR

Penaksiran parameter model GWLR menggunakan metode MLE yang diselesaikan dengan metode iteratif Newton-Raphson. Algoritma iteratif Newton-Raphson diberikan oleh persamaan (2.66). Perhitungan algoritma iteratif Newton-Raphson menggunakan *software* Octave. Hasil penaksir parameter ditunjukkan pada Tabel 4.9 dan *output software* Octave dapat dilihat pada Lampiran 14.

Tabel 4.10 Nilai Taksiran Parameter Model GWLR

Lokasi	Parameter						
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
1	1,5781	-22,1530	-44,5650	0,0324	-0,1373	257,3600	-0,3509
2	3,6197	-17,5060	-36,0610	0,0199	-0,1424	245,3700	-0,5648
3	2,0405	-20,1538	-29,9452	0,0222	-0,1262	252,9913	-0,3858
4	4,2437	-16,6960	-34,3560	0,0158	-0,1418	245,5300	-0,6300
5	4,0471	-16,9250	-34,3970	0,0167	-0,1412	244,9600	-0,6088
6	4,8257	-16,9200	-34,6950	0,0132	-0,1446	254,1500	-0,6865
7	0,9724	-20,7940	-36,3600	0,0313	-0,1221	232,6000	-0,3020
8	0,9868	-20,8180	-36,3070	0,0312	-0,1224	233,1900	-0,3029
9	1,1799	-21,4010	-38,8290	0,0317	-0,1280	242,1200	-0,3174
10	1,3459	-21,0250	-33,3610	0,0282	-0,1260	244,1000	-0,3252
11	5,0122	-18,9760	-34,1520	0,0107	-0,1389	262,6900	-0,6878
12	5,6380	-18,9830	-35,7240	0,0089	-0,1437	269,6900	-0,7524
13	5,4899	-18,9790	-35,2490	0,0092	-0,1417	267,0200	-0,7376
14	2,0405	-20,1538	-29,9452	0,0222	-0,1262	252,9913	-0,3858
15	1,4961	-22,0650	-41,3140	0,0318	-0,1357	255,6500	-0,3424
16	2,0405	-20,1538	-29,9452	0,0222	-0,1262	252,9913	-0,3858
17	1,8438	-21,2340	-36,6250	0,0282	-0,1352	254,9600	-0,3748
18	1,9188	-20,7240	-32,8630	0,0255	-0,1314	253,7900	-0,3784
19	2,0733	-20,4280	-32,7590	0,0246	-0,1317	253,2400	-0,3943
20	2,2901	-20,4860	-38,1070	0,0269	-0,1387	254,2900	-0,4223
21	2,2353	-20,3520	-35,1230	0,0255	-0,1355	253,2700	-0,4140
22	2,0405	-20,1538	-29,9452	0,0222	-0,1262	252,9913	-0,3858
23	2,0405	-20,1538	-29,9452	0,0222	-0,1262	252,9913	-0,3858
24	2,0822	-20,9270	-38,3090	0,0280	-0,1379	255,3600	-0,4009
25	2,2462	-20,5420	-37,8050	0,0270	-0,1381	254,0100	-0,4176
26	1,1646	-20,7180	-32,9230	0,0287	-0,1230	238,7300	-0,3132

Berdasarkan hasil penaksir parameter pada Tabel 4.9, diperoleh model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Bloro yaitu

$$\hat{\pi}(u_1, v_1) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 1,5781 - 22,153x_{1,1} - 44,565x_{1,2} + 0,324x_{1,3} \\ -0,1373x_{1,4} + 257,36x_{1,5} - 0,3509x_{1,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 1,5781 - 22,153x_{1,1} - 44,565x_{1,2} + 0,324x_{1,3} \\ -0,1373x_{1,4} + 257,36x_{1,5} - 0,3509x_{1,6} \end{array}\right)}$$

dengan $\hat{\pi}(u_1, v_1)$ menyatakan taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Bloro. X_1 menyatakan konsentrasi amonia, X_2 menyatakan konsentrasi fosfat, X_3 menyatakan DHL, X_4 menyatakan *Total Dissolved Solid* (TDS), X_5 menyatakan konsentrasi nitrit dan X_6 menyatakan konsentrasi sulfat.

Model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Pulau Kumala yaitu

$$\hat{\pi}(u_2, v_2) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 3,6197 - 17,506x_{2,1} - 36,061x_{2,2} + 0,0199x_{2,3} \\ -0,1424x_{2,4} + 245,37x_{2,5} - 0,5648x_{2,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 3,6197 - 17,506x_{2,1} - 36,061x_{2,2} + 0,0199x_{2,3} \\ -0,1424x_{2,4} + 245,37x_{2,5} - 0,5648x_{2,6} \end{array}\right)}$$

dengan $\hat{\pi}(u_2, v_2)$ menyatakan taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Pulau Kumala. X_1 menyatakan konsentrasi amonia, X_2 menyatakan konsentrasi fosfat, X_3 menyatakan DHL, X_4 menyatakan *Total Dissolved Solid* (TDS), X_5 menyatakan konsentrasi nitrit dan X_6 menyatakan konsentrasi sulfat.

Model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Samarinda yaitu

$$\hat{\pi}(u_3, v_3) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{3,1} - 29,9452x_{3,2} + 0,0222x_{3,3} \\ -0,1262x_{3,4} + 252,9913x_{3,5} - 0,3858x_{3,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{3,1} - 29,9452x_{3,2} + 0,0222x_{3,3} \\ -0,1262x_{3,4} + 252,9913x_{3,5} - 0,3858x_{3,6} \end{array}\right)}$$

dengan $\hat{\pi}(u_3, v_3)$ menyatakan taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Samarinda. X_1 menyatakan konsentrasi amonia, X_2 menyatakan konsentrasi fosfat, X_3 menyatakan DHL, X_4 menyatakan *Total Dissolved Solid* (TDS), X_5 menyatakan konsentrasi nitrit dan X_6 menyatakan konsentrasi sulfat dan begitu seterusnya untuk model GWLR seluruh lokasi pengamatan yang lainnya. Model GWLR seluruh lokasi pengamatan dapat dilihat pada Lampiran 18.

Nilai GCV dan koefisien determinasi (R_{MF}^2) model GWLR masing-masing sebesar 0,1776 dan 0,5286. *Output* hasil perhitungan nilai GCV dan R_{MF}^2 menggunakan *software* Octave dapat dilihat pada Lampiran 14.

4.6.2 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik Biner dan Model GWLR

Pengujian kesesuaian model bertujuan untuk mengevaluasi apakah model GWLR berbeda dari model regresi logistik biner. Hipotesis pengujian kesesuaian model adalah

$$H_0 : \beta_k(u_1, v_1) = \beta_k(u_2, v_2) = \dots = \beta_k(u_{26}, v_{26}) = \beta_k; k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

(Model regresi logistik biner dan model GWLR identik)

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k; k = 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; i = 1, 2, \dots, 26$$

(Model regresi logistik biner dan model GWLR tidak identik)

Statistik uji pengujian kesesuaian model adalah statistik F_2 yang diberikan oleh persamaan (2.74). Hasil perhitungan statistik uji F_2 , nilai kritis, *p-value* dan keputusan uji ditunjukkan pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik Biner dan Model GWLR

F_2	$F_{(0,1;6;156)}$	<i>p-value</i>	Keputusan Uji
20,3813	1,8122	0,0000	H_0 ditolak

Sumber: Lampiran 15

Berdasarkan Tabel 4.12 diperoleh bahwa $F_2 = 20,3813 > F_{(0,1;6;156)} = 1,8122$ atau $p - value = 0,0000 < \alpha = 0,1$ maka diputuskan menolak H_0 dan disimpulkan bahwa model regresi logistik biner berbeda dengan model GWLR. Hasil pengujian

menunjukkan model regresi logistik biner berbeda dengan model GWLR sehingga model yang digunakan adalah model GWLR.

4.6.3 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak

Pengujian parameter secara serentak bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel prediktor secara serentak (simultan) berpengaruh terhadap variabel respon. Hipotesis pengujian parameter secara serentak adalah

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_6(u_i, v_i) = 0, i = 1, 2, \dots, 26$$

(Variabel-variabel prediktor secara serentak tidak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar)

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq 0 ; i = 1, 2, \dots, 26, k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

(Variabel-variabel prediktor secara serentak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar)

Statistik uji pengujian parameter secara serentak adalah statistik G_2 yang diberikan oleh persamaan (2.80) dan $G_2 \sim \chi^2_{(0,1;8)}$. Hasil perhitungan statistik uji G_2 , nilai kritis, $p\text{-value}$ dan keputusan uji ditunjukkan pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Pengujian Hipotesis Parameter Model GWLR Secara Serentak

G_2	$\chi^2_{0,1(8)}$	$p\text{-value}$	Keputusan Uji
16,5031	13,3615	0,0357	H_0 ditolak

Sumber : Lampiran 16

Berdasarkan hasil perhitungan statistik uji G_2 yang ditunjukkan pada Tabel 4.12, keputusan uji adalah menolak H_0 pada taraf signifikansi 0,1, hal ini ditunjukkan oleh nilai statistik uji $G_2 = 16,5031 > \chi^2_{0,1(8)} = 13,3615$ atau $p\text{-value} = 0,0357 < \alpha = 0,1$. Kesimpulan uji hipotesis ini adalah konsentrasi amonia, konsentrasi fosfat, DHL, *Total Dissolved Solid* (TDS), konsentrasi nitrit dan konsentrasi sulfat secara bersama-sama berpengaruh terhadap air Sungai Mahakam tidak tercemar di setiap lokasi pengamatan.

4.6.4 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial

Pengujian parameter secara parsial bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel prediktor secara parsial berpengaruh terhadap variabel respon.

Hipotesis pengujian parameter secara parsial untuk parameter $\beta_k(u_i, v_i)$ dengan nilai k dan i tertentu ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ dan $i = 1, 2, \dots, 26$) adalah

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$$

(Variabel prediktor X_k tidak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi ke- i)

$$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

(Variabel prediktor X_k berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi ke- i)

Statistik uji pengujian parameter secara parsial adalah statistik W dengan $W \sim N(0,1)$. Nilai parameter, hasil perhitungan statistik uji Wald, $p\text{-value}$ dan standar *error* pengujian parameter model GWLR ditunjukkan pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial

Lokasi	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	$p\text{-value}$
1	β_0	1,5781	4,0435	0,3903	0,6963
	β_1	-22,1530	29,6040	-0,7483	0,4543
	β_2	-44,5650	35,4950	-1,2555	0,2093
	β_3	0,0324	0,0441	0,7340	0,4629
	β_4	-0,1373	0,0700	-1,9611	0,0499*
	β_5	257,3600	144,3400	1,7830	0,0746*
	β_6	-0,3509	0,4468	-0,7855	0,4322
2	β_0	3,6197	4,1259	0,8773	0,3803
	β_1	-17,5060	30,9400	-0,5658	0,5715
	β_2	-36,0610	24,0030	-1,5023	0,1330
	β_3	0,0199	0,0319	0,6225	0,5336
	β_4	-0,1424	0,0703	-2,0251	0,0429*
	β_5	245,3700	144,9700	1,6926	0,0905*
	β_6	-0,5648	0,5205	-1,0849	0,2779
3	β_0	2,0405	3,1197	0,6541	0,5131
	β_1	-20,1540	22,4440	-0,8980	0,3692
	β_2	-29,9452	17,4810	-1,7130	0,0867*
	β_3	0,0222	0,0281	0,7908	0,4290
	β_4	-0,1262	0,0570	-2,2143	0,0268*
	β_5	252,9913	128,7100	1,9655	0,0494*

Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)

Lokasi	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	p-value
3	β_6	-0,3858	0,3931	-0,9816	0,3263
	β_0	4,2437	4,0745	1,0415	0,2976
	β_1	-16,6960	30,1700	-0,5534	0,5800
	β_2	-34,3560	21,1820	-1,6220	0,1048
	β_3	0,0158	0,0277	0,5715	0,5677
	β_4	-0,1418	0,0686	-2,0659	0,0388*
4	β_5	245,5300	144,8000	1,6956	0,0900*
	β_6	-0,6300	0,5253	-1,1993	0,2304
	β_0	4,0471	4,0705	0,9943	0,3201
	β_1	-16,9250	30,0010	-0,5642	0,5727
	β_2	-34,3970	21,4800	-1,6014	0,1093
	β_3	0,0167	0,0284	0,5888	0,5560
5	β_4	-0,1412	0,0685	-2,0607	0,0393*
	β_5	244,9600	144,7100	1,6928	0,0905*
	β_6	-0,6088	0,5235	-1,1628	0,2449
	β_0	4,8257	4,1023	1,1764	0,2395
	β_1	-16,9200	30,8780	-0,5480	0,5837
	β_2	-34,6950	20,7750	-1,6700	0,0949*
6	β_3	0,0132	0,0260	0,5059	0,6129
	β_4	-0,1446	0,0704	-2,0532	0,0401*
	β_5	254,1500	148,9600	1,7062	0,0880*
	β_6	-0,6865	0,5281	-1,2998	0,1937
	β_0	0,9724	3,9449	0,2465	0,8053
	β_1	-20,7940	28,7250	-0,7239	0,4691
7	β_2	-36,3600	29,6600	-1,2259	0,2202
	β_3	0,0313	0,0439	0,7126	0,4761
	β_4	-0,1221	0,0702	-1,7405	0,0818*
	β_5	232,6000	147,8500	1,5732	0,1157
	β_6	-0,3020	0,4379	-0,6897	0,4904
	β_0	0,9868	3,9305	0,2511	0,8018
8	β_1	-20,8180	28,6470	-0,7267	0,4674
	β_2	-36,3070	29,4520	-1,2328	0,2177

Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)

Lokasi	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	p-value
8	β_3	0,0312	0,0437	0,7148	0,4747
	β_4	-0,1224	0,0700	-1,7499	0,0801*
	β_5	233,1900	147,4400	1,5816	0,1138
	β_6	-0,3029	0,4368	-0,6935	0,4880
9	β_0	1,1799	3,9169	0,3012	0,7632
	β_1	-21,4010	28,6500	-0,7470	0,4551
	β_2	-38,8290	30,5930	-1,2692	0,2044
	β_3	0,0317	0,0434	0,7306	0,4650
	β_4	-0,1280	0,0692	-1,8502	0,0643*
	β_5	242,1200	144,6100	1,6743	0,0941*
	β_6	-0,3174	0,4340	-0,7314	0,4645
10	β_0	1,3459	3,5688	0,3771	0,7061
	β_1	-21,0250	26,4790	-0,7940	0,4272
	β_2	-33,3610	23,6310	-1,4118	0,1580
	β_3	0,0282	0,0371	0,7612	0,4466
	β_4	-0,1260	0,0646	-1,9483	0,0514*
	β_5	244,1000	139,5400	1,7493	0,0802*
	β_6	-0,3252	0,4132	-0,7870	0,4313
11	β_0	5,0122	4,4937	1,1154	0,2647
	β_1	-18,9760	30,3460	-0,6253	0,5318
	β_2	-34,1520	21,0390	-1,6233	0,1045
	β_3	0,0107	0,0261	0,4109	0,6811
	β_4	-0,1389	0,0745	-1,8644	0,0623*
	β_5	262,6900	169,0200	1,5543	0,1201
	β_6	-0,6878	0,5905	-1,1648	0,2441
12	β_0	5,6380	4,5722	1,2331	0,2175
	β_1	-18,9830	32,7820	-0,5791	0,5625
	β_2	-35,7240	22,3220	-1,6004	0,1095
	β_3	0,0089	0,0257	0,3477	0,7281
	β_4	-0,1437	0,0784	-1,8334	0,0667*
	β_5	269,6900	170,7500	1,5795	0,1142
	β_6	-0,7524	0,5738	-1,3112	0,1898

Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)

Lokasi	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	p-value
13	β_0	5,4899	4,5658	1,2024	0,2292
	β_1	-18,9790	32,2350	-0,5888	0,5560
	β_2	-35,2490	22,0800	-1,5964	0,1104
	β_3	0,0092	0,0258	0,3579	0,7205
	β_4	-0,1417	0,0776	-1,8251	0,0680*
	β_5	267,0200	170,6900	1,5643	0,1177
	β_6	-0,7376	0,5790	-1,2739	0,2027
14	β_0	2,0405	3,1197	0,6541	0,5131
	β_1	-20,1540	22,4440	-0,8980	0,3692
	β_2	-29,9452	17,4810	-1,7130	0,0867*
	β_3	0,0222	0,0281	0,7908	0,4290
	β_4	-0,1262	0,0570	-2,2143	0,0268*
	β_5	252,9913	128,7100	1,9655	0,0494*
	β_6	-0,3858	0,3931	-0,9816	0,3263
15	β_0	1,4961	3,9047	0,3832	0,7016
	β_1	-22,0650	28,8450	-0,7649	0,4443
	β_2	-41,3140	31,3620	-1,3173	0,1877
	β_3	0,0318	0,0426	0,7455	0,4560
	β_4	-0,1357	0,0685	-1,9795	0,0478*
	β_5	255,6500	142,1200	1,7988	0,0720*
	β_6	-0,3424	0,4356	-0,7860	0,4319
16	β_0	2,0405	3,1197	0,6541	0,5131
	β_1	-20,1540	22,4440	-0,8980	0,3692
	β_2	-29,9452	17,4810	-1,7130	0,0867*
	β_3	0,0222	0,0281	0,7908	0,4290
	β_4	-0,1262	0,0570	-2,2143	0,0268*
	β_5	252,9913	128,7100	1,9655	0,0494*
	β_6	-0,3858	0,3931	-0,9816	0,3263
17	β_0	1,8438	3,6931	0,4993	0,6176
	β_1	-21,2340	27,6560	-0,7678	0,4426
	β_2	-36,6250	25,2980	-1,4478	0,1477
	β_3	0,0282	0,0375	0,7524	0,4518

Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)

Lokasi	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	p-value
17	β_4	-0,1352	0,0656	-2,0592	0,0395*
	β_5	254,9600	138,3000	1,8436	0,0652*
	β_6	-0,3748	0,4312	-0,8691	0,3848
18	β_0	1,9188	3,4293	0,5595	0,5758
	β_1	-20,7240	25,3900	-0,8162	0,4144
	β_2	-32,8630	20,9540	-1,5684	0,1168
	β_3	0,0255	0,0330	0,7720	0,4401
	β_4	-0,1314	0,0618	-2,1270	0,0334*
	β_5	253,7900	134,2800	1,8900	0,0588*
	β_6	-0,3784	0,4139	-0,9143	0,3606
19	β_0	2,0733	3,4369	0,6032	0,5464
	β_1	-20,4280	25,3890	-0,8046	0,4211
	β_2	-32,7590	20,6750	-1,5845	0,1131
	β_3	0,0246	0,0323	0,7625	0,4458
	β_4	-0,1317	0,0617	-2,1356	0,0327*
	β_5	253,2400	134,1400	1,8879	0,0590*
	β_6	-0,3943	0,4186	-0,9421	0,3461
20	β_0	2,2901	3,8579	0,5936	0,5528
	β_1	-20,4860	28,9810	-0,7069	0,4796
	β_2	-38,1070	26,7040	-1,4270	0,1536
	β_3	0,0269	0,0376	0,7162	0,4739
	β_4	-0,1387	0,0678	-2,0463	0,0407**
	β_5	254,2900	140,1900	1,8139	0,0697*
	β_6	-0,4223	0,4571	-0,9239	0,3556
21	β_0	2,2353	3,6581	0,6110	0,5412
	β_1	-20,3520	27,3090	-0,7452	0,4561
	β_2	-35,1230	23,2430	-1,5111	0,1308
	β_3	0,0255	0,0348	0,7344	0,4627
	β_4	-0,1355	0,0649	-2,0893	0,0367*
	β_5	253,2700	137,4100	1,8432	0,0653*
	β_6	-0,4140	0,4401	-0,9405	0,3469

Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)

Lokasi	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	p-value
22	β_0	2,0405	3,1197	0,6541	0,5131
	β_1	-20,1540	22,4440	-0,8980	0,3692
	β_2	-29,9452	17,4810	-1,7130	0,0867*
	β_3	0,0222	0,0281	0,7908	0,4290
	β_4	-0,1262	0,0570	-2,2143	0,0268*
	β_5	252,9913	128,7100	1,9655	0,0494*
23	β_6	-0,3858	0,3931	-0,9816	0,3263
	β_0	2,0405	3,1197	0,6541	0,5131
	β_1	-20,1540	22,4440	-0,8980	0,3692
	β_2	-29,9452	17,4810	-1,7130	0,0867*
	β_3	0,0222	0,0281	0,7908	0,4290
	β_4	-0,1262	0,0570	-2,2143	0,0268*
24	β_5	252,9913	128,7100	1,9655	0,0494*
	β_6	-0,3858	0,3931	-0,9816	0,3263
	β_0	2,0822	3,8233	0,5446	0,5860
	β_1	-20,9270	28,6790	-0,7297	0,4656
	β_2	-38,3090	27,0200	-1,4178	0,1562
	β_3	0,0280	0,0384	0,7303	0,4652
25	β_4	-0,1379	0,0673	-2,0474	0,0406*
	β_5	255,3600	139,6900	1,8281	0,0675*
	β_6	-0,4009	0,4478	-0,8951	0,3707
	β_0	2,2462	3,8316	0,5862	0,5577
	β_1	-20,5420	28,7870	-0,7136	0,4755
	β_2	-37,8050	26,4080	-1,4316	0,1523
26	β_3	0,0270	0,0374	0,7208	0,4710
	β_4	-0,1381	0,0674	-2,0488	0,0405*
	β_5	254,0100	139,8300	1,8165	0,0693*
	β_6	-0,4176	0,4537	-0,9205	0,3573
	β_0	1,1646	3,6424	0,3198	0,7492
	β_1	-20,7180	26,8140	-0,7727	0,4397
	β_2	-32,9230	24,3320	-1,3531	0,1760
	β_3	0,0287	0,0386	0,7452	0,4562

Tabel 4.13 Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)

Lokasi	β	Nilai Taksiran	SE	W_{hitung}	p-value
26	β_4	-0,1230	0,0659	-1,8659	0,0621*
	β_5	238,7300	141,9300	1,6820	0,0926*
	β_6	-0,3132	0,4192	-0,7470	0,4550

Sumber: Lampiran 17

Keterangan: *) signifikan pada taraf signifikansi 0,1

Berdasarkan Tabel 4.13 variabel yang berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Bloro adalah variabel TDS (X_4) dan konsentrasi nitrit (X_5). Hal ini dikarenakan nilai $|W_{hitung}|$ variabel tersebut lebih dari 1,64 dan p-value lebih kecil dari 0,1. Variabel konsentrasi amonia (X_1), konsentrasi fosfat (X_2), DHL (X_3) dan konsentrasi sulfat (X_6) tidak berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Bloro dan begitu seterusnya untuk lokasi pengamatan yang lainnya.

Berdasarkan hasil pengujian parameter model GWLR secara parsial yang disajikan pada Tabel 4.13, model GWLR dapat dikelompokkan menjadi 3 berdasarkan variabel yang berpengaruh seperti pada Tabel 4.14.

Tabel 4.14 Kelompok Model GWLR Berdasarkan Variabel-Variabel Prediktor yang Berpengaruh

Kelompok	Variabel yang Berpengaruh	Lokasi
1	X_2 , X_4 dan X_5	Kalamur, Samarinda, Karang Mumus Hilir, Muara Pahu, Danau Semayang dan Karang Mumus
2	X_4	Sungai Mahakam Nyan, Sungai Mahakam Boh, Jembayan, Tenggarong dan Karang Mumus Hulu
3	X_4 dan X_5	Bloro, Pulau Kumala, Anggana, Palaran, Long Bagun, Tering, Melak, Batuq, Muara Muntai, Kota Bangun, Sungai Kedang Kepala Hulu, Sungai Kedang Kepala Hilir, Sungai Belayan Hulu, Sungai Belayan Hilir dan Sungai Boh

Berdasarkan Tabel 4.14, variabel konsentrasi fosfat (X_2) berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan yaitu Kalamur, Samarinda, Karang Mumus Hilir, Muara Pahu, Danau Semayang dan Karang Mumus. Variabel TDS (X_4) berpengaruh diseluruh lokasi pengamatan dan konsentrasi nitrit (X_5) berpengaruh hampir di seluruh lokasi pengamatan, kecuali Sungai Mahakam Nyan, Sungai Mahakam Boh, Jembayan, Tenggarong dan Karang Mumus Hulu. Variabel yang berpengaruh bersifat lokal adalah konsentrasi fosfat dan konsentrasi nitrit. Variabel yang berpengaruh bersifat global adalah TDS.

Berdasarkan hasil pengujian parameter model GWLR secara parsial yang disajikan pada Tabel 4.13 dapat dihitung *odds ratio* parameter yang signifikan (variabel prediktor yang berpengaruh) dan nilai *odds ratio* air Sungai Mahakam tidak tercemar disajikan pada Tabel 4.15.

Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan *Odds Ratio* Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar

Lokasi	Variabel	β	Nilai Taksiran	Ratio
1	Konstanta	β_0	1,5781	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-22,1530	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-44,5650	
	DHL	β_3	0,0324	
	TDS	β_4	-0,1373	0,8716
	Konsentrasi Nitrit	β_5	257,3600	$5,88 \times 10^{11}$
2	Asam Sulfat	β_6	-0,3509	
	Konstanta	β_0	3,6197	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-17,5060	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-36,0610	
	DHL	β_3	0,0199	
	TDS	β_4	-0,1424	0,8672
3	Konsentrasi Nitrit	β_5	245,3700	$3,65 \times 10^{106}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,5648	
	Konstanta	β_0	2,0405	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,1540	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-29,9452	1×10^{-13}
	DHL	β_3	0,0222	
	TDS	β_4	-0,1424	0,8672

Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan *Odds Ratio* Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar (Lanjutan)

Lokasi	Variabel	β	Nilai Taksiran	Ratio
3	Konsentrasi Nitrit	β_5	252,9913	$7,45 \times 10^{109}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3858	
4	Konstanta	β_0	4,2437	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-16,6960	
5	Konsentrasi Fosfat	β_2	-34,3560	
	DHL	β_3	0,0158	
	TDS	β_4	-0,1418	0,8677
	Konsentrasi Nitrit	β_5	245,5300	$4,28 \times 10^{106}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,6300	
6	Konstanta	β_0	4,0471	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-16,9250	
7	Konsentrasi Fosfat	β_2	-34,3970	
	DHL	β_3	0,0167	
	TDS	β_4	-0,1412	0,8683
	Konsentrasi Nitrit	β_5	244,9600	$2,42 \times 10^{106}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,6088	
8	Konstanta	β_0	4,8257	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-16,9200	
9	Konsentrasi Fosfat	β_2	-34,6950	$8,55 \times 10^{-16}$
	DHL	β_3	0,0132	
	TDS	β_4	-0,1446	0,8653
	Konsentrasi Nitrit	β_5	254,1500	$2,37 \times 10^{110}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,6865	
10	Konstanta	β_0	0,9724	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,7940	
11	Konsentrasi Fosfat	β_2	-36,3600	
	DHL	β_3	0,0313	
	TDS	β_4	-0,1221	0,8850
	Konsentrasi Nitrit	β_5	232,6000	
	Asam Sulfat	β_6	-0,3020	

Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan *Odds Ratio* Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar (Lanjutan)

Lokasi	Variabel	β	Nilai Taksiran	Ratio
8	Konstanta	β_0	0,9868	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,8180	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-36,3070	
	DHL	β_3	0,0312	
	TDS	β_4	-0,1224	0,8847
	Konsentrasi Nitrit	β_5	233,1900	
9	Asam Sulfat	β_6	-0,3029	
	Konstanta	β_0	1,1799	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-21,4010	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-38,8290	
	DHL	β_3	0,0317	
	TDS	β_4	-0,1280	0,8798
10	Konsentrasi Nitrit	β_5	242,1200	$1,41 \times 10^{105}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3174	
	Konstanta	β_0	1,3459	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-21,0250	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-33,3610	
	DHL	β_3	0,0282	
11	TDS	β_4	-0,1260	0,8816
	Konsentrasi Nitrit	β_5	244,1000	$1,02 \times 10^{106}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3252	
	Konstanta	β_0	5,0122	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-18,9760	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-34,1520	
12	DHL	β_3	0,0107	
	TDS	β_4	-0,1389	0,8703
	Konsentrasi Nitrit	β_5	262,6900	
	Asam Sulfat	β_6	-0,6878	
	Konstanta	β_0	5,6380	

Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan *Odds Ratio* Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar (Lanjutan)

Lokasi	Variabel	β	Nilai Taksiran	Ratio
12	Konsentrasi Amonia	β_1	-18,9830	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-35,7240	
	DHL	β_3	0,0089	
	TDS	β_4	-0,1437	0,8661
	Konsentrasi Nitrit	β_5	269,6900	
	Asam Sulfat	β_6	-0,7524	
13	Konstanta	β_0	5,4899	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-18,9790	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-35,2490	
	DHL	β_3	0,0092	
	TDS	β_4	-0,1417	0,8678
	Konsentrasi Nitrit	β_5	267,0200	
14	Asam Sulfat	β_6	-0,7376	
	Konstanta	β_0	2,0405	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,1540	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-29,9452	1×10^{-13}
	DHL	β_3	0,0222	
	TDS	β_4	-0,1262	0,8814
15	Konsentrasi Nitrit	β_5	252,9913	$7,45 \times 10^{109}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3858	
	Konstanta	β_0	1,4961	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-22,0650	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-41,3140	
	DHL	β_3	0,0318	
16	TDS	β_4	-0,1357	0,8731
	Konsentrasi Nitrit	β_5	255,6500	$1,06 \times 10^{111}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3424	
	Konstanta	β_0	2,0405	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,1540	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-29,9452	1×10^{-13}

Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan *Odds Ratio* Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar (Lanjutan)

Lokasi	Variabel	β	Nilai Taksiran	Ratio
16	DHL	β_3	0,0222	
	TDS	β_4	-0,1262	0,8814
	Konsentrasi Nitrit	β_5	252,9913	$7,45 \times 10^{109}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3858	
17	Konstanta	β_0	1,8438	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-21,2340	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-36,6250	
	DHL	β_3	0,0282	
18	TDS	β_4	-0,1352	0,8735
	Konsentrasi Nitrit	β_5	254,9600	$5,34 \times 10^{111}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3748	
	Konstanta	β_0	1,9188	
19	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,7240	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-32,8630	
	DHL	β_3	0,0255	
	TDS	β_4	-0,1314	0,8769
20	Konsentrasi Nitrit	β_5	253,7900	$1,65 \times 10^{110}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3784	
	Konstanta	β_0	2,0733	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,4280	
20	Konsentrasi Fosfat	β_2	-32,7590	
	DHL	β_3	0,0246	
	TDS	β_4	-0,1317	0,8765
	Konsentrasi Nitrit	β_5	253,2400	$9,56 \times 10^{109}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3943	
	Konstanta	β_0	2,2901	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,4860	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-38,1070	
	DHL	β_3	0,0269	
	TDS	β_4	-0,1387	0,8704
	Konsentrasi Nitrit	β_5	254,2900	$2,73 \times 10^{110}$

Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan *Odds Ratio* Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar (Lanjutan)

Lokasi	Variabel	β	Nilai Taksiran	Ratio
20	Asam Sulfat	β_6	-0,4223	
	Konstanta	β_0	2,2353	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,3520	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-35,1230	
	DHL	β_3	0,0255	
	TDS	β_4	-0,1355	0,8732
21	Konsentrasi Nitrit	β_5	253,2700	$9,85 \times 10^{109}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,4140	
	Konstanta	β_0	2,0405	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,1540	
	Konsentrasi Fosfat	β_3	-29,9452	1×10^{-13}
	DHL	β_4	0,0222	
22	TDS	β_4	-0,1379	0,8712
	Konsentrasi Nitrit	β_5	252,9913	$7,45 \times 10^{109}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3858	
	Konstanta	β_0	2,0405	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,1540	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-29,9452	1×10^{-13}
23	DHL	β_3	0,0222	
	TDS	β_4	-0,1262	0,8814
	Konsentrasi Nitrit	β_5	252,9913	$7,45 \times 10^{109}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3858	
	Konstanta	β_0	2,0822	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,9270	
24	Konsentrasi Fosfat	β_2	-38,3090	
	DHL	β_3	0,0280	
	TDS	β_4	-0,1262	0,8814
	Konsentrasi Nitrit	β_5	255,3600	$7,96 \times 10^{110}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,4009	

Tabel 4.15 Nilai Taksiran dan *Odds Ratio* Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar (Lanjutan)

Lokasi	Variabel	β	Nilai Taksiran	Ratio
25	Konstanta	β_0	2,2462	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,5420	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-37,8050	
	DHL	β_3	0,0270	
	TDS	β_4	-0,1381	0,8710
	Konsentrasi Nitrit	β_5	254,0100	$2,06 \times 10^{110}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,4176	
26	Konstanta	β_0	1,1646	
	Konsentrasi Amonia	β_1	-20,7180	
	Konsentrasi Fosfat	β_2	-32,9230	
	DHL	β_3	0,0287	
	TDS	β_4	-0,1230	0,8842
	Konsentrasi Nitrit	β_5	238,7300	$4,77 \times 10^{103}$
	Asam Sulfat	β_6	-0,3132	

Berdasarkan Tabel 4.15, nilai *odds ratio* yang ditampilkan hanya berdasarkan variabel prediktor yang berpengaruh. Tahap selanjutnya adalah menginterpretasikan model GWLR berdasarkan nilai *odds ratio* yang diperoleh.

4.6.5 Interpretasi Parameter Model GWLR

Sub bab ini membahas interpretasi model GWLR yang dibatasi beberapa model GWLR, yaitu masing-masing satu lokasi pengamatan pada setiap kelompok model GWLR seperti pada Tabel 4.14.

Salah satu model GWLR kelompok 1 adalah model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur , yaitu

$$\hat{\pi}(u_6, v_6) = \frac{\exp\left(4,8257 - 16,92x_{6,1} - 34,695x_{6,2} + 0,0131x_{6,3}\right)}{1 + \exp\left(4,8257 - 16,92x_{6,1} - 34,695x_{6,2} + 0,0131x_{6,3}\right)}$$

$$\quad \quad \quad -0,1446x_{6,4} + 254,15x_{6,5} - 0,68649x_{6,6}}$$

dengan $\hat{\pi}(u_6, v_6)$ menyatakan taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur. X_1 menyatakan konsentrasi amonia, X_2 menyatakan konsentrasi fosfat, X_3 menyatakan DHL, X_4 menyatakan *Total Dissolved Solid* (TDS), X_5 menyatakan konsentrasi nitrit dan X_6 menyatakan konsentrasi sulfat.

Berdasarkan hasil pengujian secara parsial yang diberikan oleh Tabel 4.13, variabel yang berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur adalah konsentrasi fosfat, TDS dan konsentrasi nitrit. Berdasarkan Tabel 4.15, nilai *odds ratio* untuk variabel konsentrasi fosfat adalah 1×10^{-13} , berarti setiap kenaikan satu mg/l konsentrasi fosfat dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan menurunkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur menjadi 1×10^{-13} kali. Nilai *odds ratio* untuk variabel konsentrasi TDS adalah 0,8653, berarti setiap kenaikan satu mg/l TDS dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan menurunkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur menjadi 0,8653 kali. Nilai *odds ratio* untuk variabel konsentrasi nitrit adalah $2,37 \times 10^{110}$, berarti setiap kenaikan satu mg/l nitrit dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan meningkatkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur menjadi $2,37 \times 10^{110}$ kali.

Salah satu model GWLR kelompok 2 adalah model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Tenggarong, yaitu

$$\hat{\pi}(u_{12}, v_{12}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 5,6380 - 18,9830x_{12,1} - 35,7240x_{12,2} + 0,0089x_{12,3} \\ -0,1437x_{12,4} + 269,6900x_{12,5} - 0,7524x_{12,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 5,6380 - 18,9830x_{12,1} - 35,7240x_{12,2} + 0,0089x_{12,3} \\ -0,1437x_{12,4} + 269,6900x_{12,5} - 0,7524x_{12,6} \end{array}\right)}$$

dengan $\hat{\pi}(u_3, v_3)$ adalah taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Tenggarong. X_1 menyatakan konsentrasi amonia, X_2 menyatakan konsentrasi fosfat, X_3 menyatakan DHL, X_4 menyatakan *Total*

Dissolved Solid (TDS), X_5 menyatakan konsentrasi nitrit dan X_6 menyatakan konsentrasi sulfat.

Berdasarkan hasil pengujian secara parsial yang diberikan oleh Tabel 4.13, variabel yang berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Tenggarong adalah TDS. Berdasarkan Tabel 4.16, nilai *odds ratio* untuk variabel konsentrasi TDS adalah 0,8661, berarti setiap kenaikan satu mg/l TDS dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan menurunkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Tenggarong menjadi 0,8661 kali.

Salah satu model GWLR kelompok 3 adalah model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Palaran, yaitu

$$\hat{\pi}(u_5, v_5) = \frac{\exp\left(\frac{4,0471 - 16,9250x_{5,1} - 34,3970x_{5,2} + 0,0167x_{5,3}}{-0,1412x_{5,4} + 244,96x_{5,5} - 0,6088x_{5,6}}\right)}{1 + \exp\left(\frac{4,0471 - 16,9250x_{5,1} - 34,3970x_{5,2} + 0,0167x_{5,3}}{-0,1412x_{5,4} + 244,96x_{5,5} - 0,6088x_{5,6}}\right)}$$

dengan $\hat{\pi}(u_5, v_5)$ adalah taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Palaran. X_1 menyatakan konsentrasi amonia, X_2 menyatakan konsentrasi fosfat, X_3 menyatakan DHL, X_4 menyatakan *Total Dissolved Solid* (TDS), X_5 menyatakan konsentrasi nitrit dan X_6 menyatakan konsentrasi sulfat.

Berdasarkan hasil pengujian secara parsial yang diberikan oleh Tabel 4.13, variabel yang berpengaruh terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Palaran adalah konsentrasi fosfat, TDS dan konsentrasi nitrit. Berdasarkan Tabel 4.15, nilai *odds ratio* untuk variabel konsentrasi TDS adalah 0,8683, berarti setiap kenaikan satu mg/l TDS dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan menurunkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Palaran menjadi 0,8683 kali. Nilai *odds ratio* untuk variabel konsentrasi nitrit adalah $2,42 \times 10^{106}$, berarti setiap kenaikan satu mg/l nitrit dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan meningkatkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Palaran menjadi $2,42 \times 10^{106}$ kali.

Berdasarkan penaksiran parameter model GWLR yang disajikan pada Tabel 4.10, maka nilai taksiran probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di setiap lokasi pengamatan dapat dilihat pada Tabel 4.16.

Tabel 4.16 Nilai Probabilitas Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar ($\hat{\pi}(u_i, v_i)$) dan Ketepatan Klasifikasinya

Daerah Aliran Sungai	y_i	$\hat{\pi}(u_i, v_i)$	\hat{y}_i	$\text{KK}(u_i, v_i)$
Bloro	1	0,1612	0	0
Pulau Kumala	0	0,0280	0	1
Samarinda	0	0,2384	0	1
Anggana	0	0,0775	0	1
Palaran	0	0,1238	0	1
Kalamur	0	0,0337	0	1
Sungai Mahakam Nyan	1	0,9102	1	1
Mahakam Boh	1	0,6609	1	1
Long Bagun	1	0,8647	1	1
Tering	1	0,9464	1	1
Jembayan	1	0,8325	1	1
Tenggarong	0	0,6049	1	0
Karang Mumus Hulu	0	0,6346	1	0
Karang Mumus Hilir	1	0,7648	1	1
Melak	1	0,8587	1	1
Muara Pahu	1	0,9324	1	1
Batuq	0	0,6585	1	0
Muara Muntai	1	0,8809	1	1
Kota Bangun	1	0,9999	1	1
Kedang Kepala Hulu	1	0,9077	1	1
Kedang Kepala Hilir	1	0,9643	1	1
Danau Semayang	0	$2,87 \times 10^{-8}$	0	1
Karang Mumus	0	$5,44 \times 10^{-9}$	0	1
Belayan Hulu	1	0,9384	1	1
Belayan Hilir	0	0,1524	0	1
Sungai Boh	1	0,8997	1	1

$$\sum_{i=1}^{26} \text{KK}(u_i, v_i)$$

22

Sumber: Lampiran 19

Berdasarkan Tabel 4.16, diperoleh

$$\hat{y}_i = \begin{cases} 1, & \text{jika } \hat{\pi}(u_i, v_i) \geq 0,5 \\ 0, & \text{jika } \hat{\pi}(u_i, v_i) < 0,5 \end{cases} \quad (4.2)$$

Nilai ketepatan klasifikasi adalah sebagai berikut.

$$\text{KK}(u_i, v_i) = \begin{cases} 1, & \text{jika } y_i = 1 \text{ dan } \hat{y}_i = 1 \text{ atau jika } y_i = 0 \text{ dan } \hat{y}_i = 0 \\ 0, & \text{yang lainnya} \end{cases} \quad (4.3)$$

Ketepatan klasifikasi dihitung berdasarkan

$$\text{KK}(u_i, v_i) = \frac{\sum_{i=1}^{26} \text{kk}(u_i, v_i)}{n} \times 100\% = \frac{22}{26} \times 100\% = 84,6153\%$$

BAB 5

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pengujian yang telah dilakukan maka kesimpulan yang dapat diambil adalah

1. Salah satu model GWLR kelompok 1 adalah model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur, yaitu

$$\hat{\pi}(u_6, v_6) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 4,8257 - 16,92x_{6,1} - 34,695x_{6,2} + 0,0131x_{6,3} \\ -0,1446x_{6,4} + 254,15x_{6,5} - 0,68649x_{6,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 4,8257 - 16,92x_{6,1} - 34,695x_{6,2} + 0,0131x_{6,3} \\ -0,1446x_{6,4} + 254,15x_{6,5} - 0,68649x_{6,6} \end{array}\right)}$$

Salah satu model GWLR kelompok 2 adalah model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Tenggarong, yaitu

$$\hat{\pi}(u_{12}, v_{12}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 5,6380 - 18,9830x_{12,1} - 35,7240x_{12,2} + 0,0089x_{12,3} \\ -0,1437x_{12,4} + 269,6900x_{12,5} - 0,7524x_{12,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 5,6380 - 18,9830x_{12,1} - 35,7240x_{12,2} + 0,0089x_{12,3} \\ -0,1437x_{12,4} + 269,6900x_{12,5} - 0,7524x_{12,6} \end{array}\right)}$$

Salah satu model GWLR kelompok 3 adalah model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Palaran, yaitu

$$\hat{\pi}(u_5, v_5) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 4,0471 - 16,9250x_{5,1} - 34,3970x_{5,2} + 0,0167x_{5,3} \\ -0,1412x_{5,4} + 244,96x_{5,5} - 0,6088x_{5,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 4,0471 - 16,9250x_{5,1} - 34,3970x_{5,2} + 0,0167x_{5,3} \\ -0,1412x_{5,4} + 244,96x_{5,5} - 0,6088x_{5,6} \end{array}\right)}$$

2. Faktor-faktor yang mempengaruhi probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar berdasarkan model GWLR yaitu konsentrasi fosfat, *Total Dissolved Solid* (TDS) dan konsentrasi nitrit. Konsentrasi fosfat (X_2) berpengaruh

terhadap probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur, Samarinda, Karang Mumus Hilir, Muara Pahu, Danau Semayang dan Karang Mumus. Variabel TDS (X_4) berpengaruh diseluruh lokasi pengamatan dan konsentrasi nitrit (X_5) berpengaruh hampir di seluruh lokasi pengamatan, kecuali Sungai Mahakam Nyan, Sungai Mahakam Boh, Jembayan, Tenggarong dan Karang Mumus Hulu. Faktor-faktor yang berpengaruh bersifat lokal adalah konsentrasi fosfat dan konsentrasi nitrit. Faktor yang berpengaruh bersifat global adalah TDS.

3. Interpretasi model GWLR yang menyatakan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan di Kalamur berdasarkan faktor-faktor yang berpengaruh adalah sebagai berikut.

Setiap kenaikan satu mg/l konsentrasi fosfat dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan menurunkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur menjadi 10^{-13} kali. Setiap kenaikan satu mg/l TDS dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan menurunkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur menjadi 0,8653 kali. Setiap kenaikan satu mg/l nitrit dan dianggap nilai variabel lainnya tetap akan meningkatkan probabilitas air Sungai Mahakam tidak tercemar di lokasi pengamatan Kalamur menjadi $2,37 \times 10^{10}$ kali.

5.2 Saran

Peneliti yang tertarik membahas topik yang sama dapat menggunakan pemodelan *Mixed GWLR* dan fungsi pembobot *adaptive* yang lain seperti *adaptive gaussian* dan *adaptive bisquare*.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. (2007). *An Introduction to Categorical Data Analysis 2nd Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Anggarini, R., dan Purhadi. (2012). Pemodelan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Prevalensi Balita Kurang Gizi di Provinsi Jawa Timur dengan Pendekatan Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR). *Jurnal Sains dan Seni*. 1(1), 159-164.
- Anselin, L., dan Getis, A. (1992). Spatial Statistical Analysis and Geographic Information Systems. *The Annals of Regional Science*. 26(1), 19-33.
- Anselin, L., dan Rey, S.J. (2010). *Perspectives on Spatial Data Analysis*. New York: Springer.
- Aryawati, R., dan Thoha, H. (2011). Hubungan Kandungan Klorofil-A dan Kelimpahan Fitoplankton di Perairan Berau Kalimantan Timur. *Maspari Journal*. 2(1), 89-94.
- Atkinson, P.M., German,S.E., Sear, D.A., dan Clark, M.J. (2003). Exploring The Relationship Between Riverbank Erosion & Geomorphological Controls Using Geographically Weighted Logistic Regression. *Geographically Analysis*. 35(1), 58-82.
- Chasco, C., Garcia, I., dan Vicens, J. (2007). Modeling Spatial Variations in Household Disposable Income with Geographically Weighted Regression. *Munich Personal RePEc Archive Paper*, No. 1682.
- DeMaris, A. (2004). *Regression With Social Data: Modelling Continuous and Limited Response*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Fathurahman, M., Purhadi., Sutikno., dan Ratnasari, V. (2016). Pemodelan Geographically Weighted Logistic Regression pada Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat di Provinsi Papua. *Prosiding Seminar Nasional MIPA 2016*: 34-42.
- Fotheringham, A.S., Brundson, C., dan Charlton, M.E. (2002). *Geographically Weighted Logistic Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationship*. England: John Wiley & Sons.
- Gujarati, D. (2003). *Basic Econometrics 4th Edition*. New York: McGraw-Hill Inc.

- Gunawan, M.A. (2013). *Statistik Penelitian Pendidikan*. Yogyakarta: Pazama Publishing.
- Harlan, Johan. (2018). *Analisis Regresi Logistik*. Depok: Gunadarma.
- Hosmer, D.W., dan Lameshow, S. (2000). *Applied Logistic Regression Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Hosmer, D.W., Lameshow, S., dan Sturdivant, R.X. (2013). *Applied Logistic Regression Third Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Izzati, M. (2008). Perubahan Konsentrasi Oksigen Terlarut dan pH Perairan Tambak Setelah Penambahan rumput Laut *Sargassum Plagyophyllum* dan Ekstraknya. *Laboratorium Biologi Struktur dan Fungsi Tumbuhan Jurusan Biologi FMIPA UNDIP*. 1(1) 60-69.
- Leung, Y., Mey, C.L., dan Zhang, W.X. (2000). Statistical Test for Spatial Non Stationarity Based on the Geographically Weighted Regression Model. *Environment and Planning*. 32(1), 9-32.
- McCullagh, P., dan Nelder, J.A. (1983). *Generalized Linear Models Second Edition*. New York: Chapman & Hall.
- Mulyana, A. (2007, 20 November). Kualitas Air Lingkungan Ekonomi Kesehatan. Diakses dari <https://www.slideshare.net/mobile/asepmulyana19/kualitas-air-lingkunganekonomikesehatanjuli07-by-asep-as-mulyna>
- Nelson, P.R., Coffin, M., dan Copeland, K.A.F. (2003). *Introductory Statistics for Engineering Experimentation*. USA: Elsevier Science.
- Patricia, C., Astono, W., Hendrawan, D.I. (2018). Kandungan Nitrat dan Fosfat di Sungai Ciliwung. *Seminar Nasional Cendekiawan ke 4 Tahun 2018*. BK(1), 179-185.
- Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 82 Tahun 2001 Tentang Pengelolaan Kualitas Air dan Pengendalian Pencemaran Air.
- Pravitasary, A.T., Hajarisman, N., dan Sunendiari, S. (2015). Pemodelan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Angka Buta Huruf di Provinsi Jawa Barat dengan Geographically Weighted Logistic Regression. *Prosiding Penelitian SPeSIA*. 2(1), 21-28.
- Rencher, A.C., dan Schaalje, G.B. (2008). *Linear Models in Statistics Second Edition*. Hoboken: John Wiley & Sons.

- Rinawati, Hidayat, D., Suprianto, R., dan Dewi, P.S., (2016). Penentun Kandungan Zat Padat (*Total Dissolve Solid* dan *Total Suspended Solid*) di Perairan Teluk Lampung. *Analytical and Environmental Chemistry*. 1(1), 36-45.
- Salmin. (2005). Oksigen Terlarut (DO) dan Kebutuhan Oksigen Biologi (BOD) Sebagai Salah Satu Indikator untuk Menentukan Kualitas Perairan. *Osena*. 30(3), 21-26.
- Sastrawijaya, T. (2009). *Pencemaran Lingkungan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Suryabrata, S. (2003). *Metodologi Penelitian*. Yogyakarta: PT. Raja Grafinda Persada.
- Susilowati, Y., Leksono, B.E., dan Harsono, E. (2012). Pemodelan Kualitas Air Sungai Mahakam Sebagai Dasar Perencanaan Pengelolaan Lahan Wilayah Provinsi Kalimantan Timur. *Prosiding Pemaparan Hasil Penelitian Geoteknologi LIPI*. ISBN, 153-165.
- Suyitno, Purhadi, Sutikno, dan Irhamah. (2016). Parameter Estimation of Geographically Weighted Trivariate Weibull Regression Model. *Applied Mathematical Science*. 10(18), 861-878.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian

No	Latitude	Longitude	Lokasi Pengamatan	DO	Y	Amonia [X1]	Fosfat [X2]	DHL [X3]	TDS [X4]	Nitrit [X5]	Sulfat [X6]
1	0,31985	115.88608	Bloro	7,76	1	0,03	0,038	64,8	14	0,015	4,58
2	0,41169	116.99733	Pulau Kumala	5,19	0	0,05	0,028	221	20	0,009	3,44
3	0,50699	117.14201	Samarinda	5,56	0	0,04	0,036	67,7	25	0,018	4,92
4	0,57551	117.26669	Anggana	5,35	0	0,03	0,025	95,3	11	0,006	2,9
5	0,55649	117.17648	Palaran	5,43	0	0,04	0,033	55,3	19	0,016	4,01
6	0,56901	118.08139	Kalamur	5,13	0	0,03	0,033	60,9	11	0,017	4,88
7	0,90052	114.98223	Sungai Mahakam Nyan	8,05	1	0,15	0,033	61,4	20	0,011	3,33
8	0,88687	114.99534	Mahakam Boh	7,18	1	0,04	0,036	54,9	8	0,002	2,36
9	0,54919	115.20490	Long Bagun	7,5	1	0,03	0,033	47,6	17	0,002	2,93
10	0,90056	115,64878	Tering	7,12	1	0,05	0,038	50,8	16	0,003	6,3
11	0,55278	117.01931	Jembayan	6,79	1	0,02	0,111	101	11	0,004	4,44
12	0,41444	116.98847	Tenggarong	5,16	0	0,06	0,072	81,3	15	0,005	3,02
13	0,39178	117.222683	Karang Mumus Hulu	5,96	0	0,03	0,09	52,5	18	0,011	4,3
14	0,47728	117.15042	Karang Mumus Hilir	6,33	1	0,04	0,143	78,8	6	0,01	4,29
15	0,23001	115.82295	Melak	6,85	1	0,08	0,02	57,2	8	0,004	7,2
16	0,31827	116.06764	Muara Pahu	6,23	1	0,06	0,01	58,9	11	0,004	10,6
17	0,35552	116.32772	Batuq	5,9	0	0,05	0,001	53,1	16	0,005	5,37
18	0,36490	116.39609	Muara Muntai	6,62	1	0,05	0,01	64,2	25	0,005	5,75
19	0,26656	116.58491	Kota Bangun	6,43	1	0,04	0,01	51,8	16	0,005	66,1
20	0,12671	116.63921	Kedang Kepala Hulu	6,7	1	0,08	0,023	107	54	0,017	4,21
21	0,14127	116.68107	Kedang Kepala Hilir	6,04	1	0,02	0,023	72,1	97	0,034	3,92
22	0,24083	116.55198	Danau Semayang	4,81	0	0,04	0,036	245	7	0,089	25,4
23	0,50833	117.15647	Karang Mumus	3,63	0	0,02	0,017	258	10	0,115	40,6
24	0,17319	116.50563	Belayan Hulu	6,3	1	0,04	0,015	84,7	49	0,008	2,63
25	0,21739	116.59615	Belayan Hilir	5,69	0	0,06	0,02	78,8	14	0,011	3,66
26	0,88901	114.99498	Sungai Boh	7,6	1	0,04	0,117	69,5	6	0,003	2,09

Lampiran 2. Statistika Deskriptif

```

library(lmtest)
library(car)
data=read.table("D://Data_DO.txt",header=T)
data
mean_X1=mean(data$X1)
mean_X2=mean(data$X2)
mean_X3=mean(data$X3)
mean_X4=mean(data$X4)
mean_X5=mean(data$X5)
mean_X6=mean(data$X6)

Mean=data.frame(mean_X1,mean_X2,mean_X3,mean_X4,mean_X5,mean_X6)

maks_X1=max(data$X1)
maks_X2=max(data$X2)
maks_X3=max(data$X3)
maks_X4=max(data$X4)
maks_X5=max(data$X5)
maks_X6=max(data$X6)

Maks=data.frame(maks_X1,maks_X2,maks_X3,maks_X4,maks_X5,maks_X6)

min_X1=min(data$X1)
min_X2=min(data$X2)
min_X3=min(data$X3)
min_X4=min(data$X4)
min_X5=min(data$X5)
min_X6=min(data$X6)

Min=data.frame(min_X1,min_X2,min_X3,min_X4,min_X5,min_X6)

std_X1=sd(data$X1)
std_X2=sd(data$X2)
std_X3=sd(data$X3)

```

Lampiran 2. Statistika Deskriptif (Lanjutan)

```
std_X4=sd(data$X4)
std_X5=sd(data$X5)
std_X6=sd(data$X6)
std=data.frame(std_X1,std_X2,std_X3,std_X4,std_X5,std_X6)
Stdev=t(std)
Stdev

KV_X1=(std_X1/mean_X1)*100
KV_X2=(std_X2/mean_X2)*100
KV_X3=(std_X3/mean_X3)*100
KV_X4=(std_X4/mean_X4)*100
KV_X5=(std_X5/mean_X5)*100
KV_X6=(std_X6/mean_X6)*100
KV=data.frame(KV_X1,KV_X2,KV_X3,KV_X4,KV_X5,KV_X6)
KOV=t(KV)
KOV
```

Lampiran 3. Syntax Octave Regresi Logistik Biner

```

clc;
clear all;
pkg load io
pkg load statistics
%input data%
data=xlsread('D:\Data_DO.xlsx');
Y=data(:,1);
Xv=data(:,2:7);

%% Penaksiran Parameter Regresi Logistik Global%%
n=length(Y);
X0=ones(n,1);
X=[X0,Xv]; %untuk cari L omega di bawah populasi
%X=[X0]; %untuk cari L omega di bawah H0
p=length(Xv(1,:)); %banyak parameter
%p=1;

%Iterasi Newton-Raphson%
Beta_Nol=zeros(p+1,1);
%Beta_Nol=zeros(1,1);
Beta_Baru=Beta_Nol;
epsilon=10^(-12); %kondisi konvergen
Iterasi=1000; %banyak iterasi yang diinginkan
for q=1:Iterasi
    q;
    Beta=Beta_Baru;
    Phi=exp(X*Beta)./(ones(n,1)+exp(X*Beta));
    g=X'*(Y-Phi); %vektor gradien
    V=diag(Phi.*(ones(n,1)-Phi));
    H=-X'*V*X; %matriks Hessian
    Beta_Baru=Beta-H\g; %algoritma Newton-Raphson
end

```

Lampiran 3. *Syntax Octave Regresi Logistik Biner (Lanjutan)*

```

nrm=norm(Beta_Baru-Beta); %kondisi konvergen
if nrm<=epsilon
    Beta_Topi=Beta_Baru;
    break
end
end
nrm;
%Beta_Topi; %Nilai koefisien regresi

%Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Secara Serentak%
L_Omega_i=(Y.*X*Beta_Topi)-log(1+exp(X*Beta_Topi));
%L_Omega_i=Y.*log(Phi)+((ones(n,1)-Y).*log(ones(n,1)-Phi));
L_Omega=sum(L_Omega_i);
L_Omega_0= -17.173;
G_Hitung=2*(L_Omega-L_Omega_0);
G_Kritis= 10.6446;
if G_Hitung>G_Kritis
    Keputusan_Uji=1;
else
    Keputusan_Uji=0;
end
db=p;
p_value=1-chi2cdf(G_Hitung,db);

%Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Secara Parsial%
Informasi=-H; %Informasi Fisher
Var_Kov_Beta_Topi=inv(Informasi);
Var_Beta_Topi=zeros(p+1,1);
for k=1:p+1
    Var_Beta_Topi(k)=Var_Kov_Beta_Topi(k,k);
end

```

Lampiran 3. *Syntax Octave Regresi Logistik Biner (Lanjutan)*

```
Var_Beta_Topi;
W_Hitung=Beta_Topi./sqrt(Var_Beta_Topi);
p_value_parsial=2*(ones(p+1,1)-normcdf(abs(W_Hitung)));

%Menghitung GCV%
Y_Bar=sum(Y)/n;
S=X*inv(X'*V*X)*X'*V;
Phi_Topi=exp(X*Beta_Topi)./(1+exp(X*Beta_Topi));
KE=(Y_Bar -Phi_Topi).^2;
JKE=sum(KE);
GCV=n*JKE/(n-trace(S))^2;

%Menghitung Koefisien Determinasi%
R2_Global=1-(L_Omega/L_Omega_0);
```

Lampiran 4. *Syntax R Pengujian Multikolinearitas*

```
library(lmtest)
library(car)
data=read.table("D://Data_DO.txt",header=T)
RLG=glm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6,family=binomial(link="logit"),data=data)
vif(RLG)

      X1          X2          X3          X4          X5          X6
1.081947  1.439948  1.116957  2.363667  2.037804  1.129559
```

Lampiran 5. Syntax R Pengujian Heterogenitas Spasial

```

library(lmtest)
library(car)
data=read.table("D://Data_DO.txt",header=T)
RLG=glm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6,family=binomial(link="logit"),data=data)
summary(RLG)
prediksi=predict(RLG,type='response')
res=mean(data&Y)-prediksi
r=abs(res)
glejser=lm(r~X1+X2+X3+X4+X5+X6,data=data)
summary(glejser)

Call:
lm(formula = r ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6, data = data)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-0.248210 -0.037594  0.008365  0.046630  0.203827 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 2.950e-01 8.888e-02   3.318  0.00361 ** 
X1          -7.543e-01 8.968e-01  -0.841  0.41077    
X2          -1.122e+00 6.957e-01  -1.613  0.12317    
X3           1.212e-03 6.340e-04   1.912  0.07113 .  
X4          -6.405e-05 1.252e-03  -0.051  0.95973    
X5           1.881e-01 1.525e+00   0.123  0.90313    
X6           1.193e-03 1.874e-03   0.637  0.53182    
---
Signif. codes:  0 '****' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1107 on 19 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5165,    Adjusted R-squared:  0.3638 
F-statistic: 3.383 on 6 and 19 DF,  p-value: 0.01929

```

Lampiran 6. Syntax Octave Pemilihan Bandwidth Optimum

```

clc;
clear all;
pkg load io
pkg load statistics
%input data%
data=xlsread('D:\Data_DO.xlsx');
Y=data(:,1);
Xv=data(:,2:7);

%% Penaksiran Parameter Regresi Logistik Global%%
n=length(Y);
X0=ones(n,1);
X=[X0,Xv]; %untuk cari L omega di bawah populasi
%X=[X0]; %untuk cari L omega di bawah H0
p=length(Xv(1,:)); %banyak parameter
%p=1;
Beta_Nol=zeros(p+1,1);
%Beta_Nol=zeros(1,1);

%Menghitung Jarak Euclidean%
Lintang=data(:,9);
Bujur=data(:,8);
d=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        d(j,i)=sqrt((Lintang(i)-Lintang(j))^2+(Bujur(i)-Bujur(j))^2);
    end
end

%Bandwidth Optimum%
lk=2; %untuk lokasi 2

```

Lampiran 6. *Syntax Octave Pemilihan Bandwidth Optimum (Lanjutan)*

```

bwb=1.1*max(d(:,lk));
bwa=1.156*max(d(:,lk));
%bwb=2.211; bwa=2.216;
bb=100; %banyak bandwidth yang dicoba dalam interval yang dipilih
bw=linspace(bwb,bwa,bb)';

%Pembobot%
w_ij=zeros(n,bb);
for i=1:bb
    for j=1:n
        w_ij(j,i)=(1-(d(j,lk)/bw(i))^3)^3;
    end
end
w_ij;

%Menentukan Bandwidth Optimum%
KE=zeros(bb,1);
GCV_Lokal=zeros(bb,1);
%S=zeros(n,n);
Phi_Topi=zeros(bb,1);
Beta_Baru=Beta_Nol;
epsilon=10^(-12); %kondisi konvergen
Iterasi=1000; %banyak iterasi yang diinginkan
Beta_Topi=zeros(p+1,bb);
Y_Bar=sum(Y)/n;
%Beta_Topi=zeros(1,bb); %untuk cari bandwidth X0 (untuk uji simultan
GWLR)
for k=1:bb
    %W=diag(ones(n,1));
    W=diag(w_ij(:,k));
    S=zeros(n,n);

```

Lampiran 6. Syntax Octave Pemilihan *Bandwidth* Optimum (Lanjutan)

```

for q=1:Iterasi
    Beta=Beta_Baru;
    H=zeros(p+1,p+1);
    Phi=exp(X*Beta)./(ones(n,1)+exp(X*Beta));
    g=X'*W*(Y-Phi); % vektor gradien
    V=diag(Phi.*(ones(n,1)-Phi));
    H=-X'*W*V*X; % matriks Hessian
    Beta_Baru=Beta-H\g; % algoritma Newton-Raphson
    nrm=norm(Beta_Baru-Beta);
    if nrm<=epsilon
        Beta_Topi(:,k)=Beta_Baru;
        break
    end
    Beta_Topi(:,k)=Beta_Baru;
    Phi_Topi(k)=exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,k))/(1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,k)));
    KE(k)=(Y_Bar-Phi_Topi(k))^2;
    S(lk,:)=X(lk,:)*inv(X'*W*V*X)*X'*W*V;
    GCV_Lokal(k)=n*KE(k)/(n-trace(S));
    end
end
Beta_Topi;
bw;
plot(bw, GCV_Lokal);

```

Lampiran 7. Syntax Octave Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial

```

clc;
clear all;
pkg load io
pkg load statistics
%input data%
data=xlsread('D:\Data_DO.xlsx');
Y=data(:,1);
Xv=data(:,2:7);

%%Penaksiran Parameter%
n=length(Y);
X0=ones(n,1);
X=[X0,Xv]; %untuk cari L omega di bawah populasi
%X=[X0]; %untuk cari L omega di bawah H0
p=length(Xv(1,:)); %banyak parameter
%p=0;
Beta_Nol=zeros(p+1,1);
%Beta_Nol=zeros(1,1);

%Jarak Euclidean%
Lintang=data(:,9);
Bujur=data(:,8);
d=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        d(j,i)=sqrt((Lintang(i)-Lintang(j))^2+(Bujur(i)-Bujur(j))^2);
    end
end

bw=xlsread('D:\bandwidth.xlsx'); %Bandwidth Optimum%

```

Lampiran 7. Syntax Octave Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial (Lanjutan)

```
%bw=xlsread('D:\bbaru.xlsx'); %Bandwidth Optimum X0%
%Menghitung Pembobot Semua Lokasi%
W_S=zeros(n,n);
for lk=1:n
    %bw(lk)=3.19*max(d(:,lk));
    for j=1:n
        W_S(j,lk)=(1-(d(j,lk)/bw(lk))^3)^3;
    end
end
W_S;

disp(sprintf('\n====='))
disp('          JARAK EUCLIDEAN           ')
d
disp(sprintf('\n====='))

disp(sprintf('\n====='))
disp('          BANDWIDTH OPTIMUM           ')
bw
disp(sprintf('\n====='))

disp(sprintf('\n====='))
disp('          MATRIKS PEMBOBOT SPASIAL      ')
W_S
disp(sprintf('\n====='))
```

Lampiran 8. Syntax Octave Penaksiran Parameter Model GWLR

```

clc;
clear all;
pkg load io
pkg load statistics
%input data%
data=xlsread('D:\Data_DO.xlsx');
Y=data(:,1);
Xv=data(:,2:7);

%%Penaksiran Parameter GWLR%%
n=length(Y);
X0=ones(n,1);
X=[X0,Xv]; %untuk cari L omega di bawah populasi
%X=[X0]; %untuk cari L omega di bawah H0
p=length(Xv(1,:)); %banyak parameter
%p=0;
Beta_Nol=zeros(p+1,1);
%Beta_Nol=zeros(1,1);

%Jarak Euclidean%
Lintang=data(:,9);
Bujur=data(:,8);
d=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        d(j,i)=sqrt((Lintang(i)-Lintang(j))^2+(Bujur(i)-Bujur(j))^2);
    end
end

bw=xlsread('D:\bandwidth.xlsx'); %Bandwidth Optimum%
%bw=xlsread('D:\bbaru.xlsx'); %Bandwidth Optimum X0%

```

Lampiran 8. Syntax Octave Penaksiran Parameter Model GWLR (Lanjutan)

```
%Menghitung Pembobot Semua Lokasi%
W_S=zeros(n,n);
for lk=1:n
    %bw(lk)=3.19*max(d(:,lk));
    for j=1:n
        W_S(j,lk)=(1-(d(j,lk)/bw(lk))^3)^3;
    end
end
W_S;

%% %PENAKSIRAN PARAMETER GWLR% %
epsilon=10^(-12); %kondisi konvergen
Iterasi=1000; %banyak iterasi
Beta_Topi=zeros(p+1,n);
Beta_Baru=Beta_Nol;
L_GW_i=zeros(n,1);
Var_Beta_Topi=zeros(p+1,n);
Stat_Z=zeros(p+1,n);
%Stat_W=zeros(p+1,n); %untuk parsial alternatif
S=zeros(n,n);
Phi_Topi=zeros(n,1);
KE_Lokal=zeros(n,1);
Y_Bar=sum(Y)/n;
for lk=1:n
    for q=1:Iterasi
        Beta=Beta_Baru;
        W=diag(W_S(:,lk));
        %W=diag(ones(n,1));
        Phi=exp(X*Beta)./(ones(n,1)+exp(X*Beta));
        g=X'*W*(Y-Phi); % vektor gradien
        V=diag(Phi.*(ones(n,1)-Phi));
```

Lampiran 8. Syntax Octave Penaksiran Parameter Model GWLR (Lanjutan)

```

H=-X'*W*V*X; %matriks Hessian
Beta_Baru=Beta-H\g; %algoritma iterasi Newton-Raphson
nrm=norm(Beta_Baru-Beta);
if nrm<=epsilon
    Beta_Topi(:,lk)=Beta_Baru;
    L_GW_i(lk)=(Y_bar*X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))-log(1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    S(lk,:)=X(lk,:)*inv(X'*W*V*X)*X'*W*V;
    Phi_Topi(lk)=exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))/
    (1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    KE_Lokal(lk)=( Y_Bar-Phi_Topi(lk))^2;
    Var_Kov=-inv(H);
    Var_Beta=zeros(p+1,1);
    for k=1:p+1
        Var_Beta(k)=Var_Kov(k,k);
    end
    Var_Beta_Topi(:,lk)=Var_Beta;
    break
end
end
format short
Beta_Topi; %koefisien regresi semua lokasi

Phi_Topi=zeros(1,n);
Y_Taksiran=zeros(1,n);
for lk=1:n
    Phi(lk)=exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))/(1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    if Phi(lk)>=0.5
        Y_Taksir(lk)=1;
    else

```

Lampiran 8. Syntax Octave Penaksiran Parameter Model GWLR (Lanjutan)

```

Y_Taksir(lk)=0;
end
end

%Menghitung GCV%
JKE=sum(KE_Lokal);
GCV=n*JKE/(n-trace(S))^2;

%Menghitung Koefisien Determinasi%
L_GW_i;
L_GW=sum(L_GW_i);
L_GW_0=-15.611; %dari bandwidth X0
R2_GWLR=1-(L_GW/L_GW_0);
disp(sprintf('\n====='))
disp('      Model GWLR      ')
disp('      Penaksiran Parameter Model GWLR      ')
disp('      ')
Beta_Topi
disp(sprintf('\n====='))

disp(sprintf('\n====='))
disp('Generalized Cross Validation (GCV) dan Koefisien Determinasi (R2)  ')
disp('      ')
disp('  GCV    R2  ')
disp(sprintf('%10.4f %10.4f',GCV,R2_GWLR))
disp(sprintf('\n====='))

```

Lampiran 9. *Syntax Octave Pengujian Kesesuaian Model GWLR dengan Regresi Logistik Biner*

```

clc;
clear all;
pkg load io
pkg load statistics
%input data%
data=xlsread('D:\Data_DO.xlsx');
Y=data(:,1);
Xv=data(:,2:7);

%%Penaksiran Parameter GWLR%%
n=length(Y);
X0=ones(n,1);
X=[X0,Xv]; %untuk cari L omega di bawah populasi
%X=[X0]; %untuk cari L omega di bawah H0
p=length(Xv(1,:)); %banyak parameter
%p=0;
Beta_Nol=zeros(p+1,1);
%Beta_Nol=zeros(1,1);

%Jarak Euclidean%
Lintang=data(:,9);
Bujur=data(:,8);
d=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        d(j,i)=sqrt((Lintang(i)-Lintang(j))^2+(Bujur(i)-Bujur(j))^2);
    end
end

bw=xlsread('D:\bandwidth.xlsx'); %Bandwidth Optimum%

```

Lampiran 9. *Syntax Octave Pengujian Kesesuaian Model GWLR dengan Regresi Logistik Biner (Lanjutan)*

```
%bw=xlsread('D:\bbaru.xlsx'); %Bandwidth Optimum X0%
```

```
%Menghitung Pembobot Semua Lokasi%
```

```
W_S=zeros(n,n);
```

```
for lk=1:n
```

```
    %bw(lk)=3.19*max(d(:,lk));
```

```
    for j=1:n
```

```
        W_S(j,lk)=(1-(d(j,lk)/bw(lk))^3)^3;
```

```
    end
```

```
end
```

```
W_S;
```

```
%%%PENAKSIRAN PARAMETER GWLR%%%
```

```
epsilon=10^(-12); %kondisi konvergen
```

```
Iterasi=1000; %banyak iterasi
```

```
Beta_Topi=zeros(p+1,n);
```

```
Beta_Baru=Beta_Nol;
```

```
L_GW_i=zeros(n,1);
```

```
Var_Beta_Topi=zeros(p+1,n);
```

```
Stat_Z=zeros(p+1,n);
```

```
%Stat_W=zeros(p+1,n); %untuk parsial alternatif
```

```
S=zeros(n,n);
```

```
Phi_Topi=zeros(n,1);
```

```
KE_Lokal=zeros(n,1);
```

```
Y_Bar=sum(Y)/n;
```

```
for lk=1:n
```

```
    for q=1:Iterasi
```

```
        Beta=Beta_Baru;
```

```
        W=diag(W_S(:,lk));
```

```
        %W=diag(ones(n,1));
```

Lampiran 9. *Syntax Octave Pengujian Kesesuaian Model GWLR dengan Regresi Logistik Biner (Lanjutan)*

```

Phi=exp(X*Beta)./(ones(n,1)+exp(X*Beta));
g=X'*W*(Y-Phi); % vektor gradien
V=diag(Phi.*(ones(n,1)-Phi));
H=-X'*W*V*X; % matriks Hessian
Beta_Baru=Beta-H\g; % algoritma iterasi Newton-Raphson
nrm=norm(Beta_Baru-Beta);
if nrm<=epsilon
    Beta_Topi(:,lk)=Beta_Baru;
    L_GW_i(lk)=(Y_bar *X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))-log(1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    S(lk,:)=X(lk,:)*inv(X'*W*V*X)*X'*W*V;
    Phi_Topi(lk)=exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))/
    (1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    KE_Lokal(lk)=( Y_Bar-Phi_Topi(lk))^2;
    Var_Kov=-inv(H);
    Var_Beta=zeros(p+1,1);
    for k=1:p+1
        Var_Beta(k)=Var_Kov(k,k);
    end
    Var_Beta_Topi(:,lk)=Var_Beta;
    break
end
end
format short
Beta_Topi; % koefisien regresi semua lokasi

% Pengujian Kesesuaian Model RLG dan GWLR%
L_GW_i;
L_GW=sum(L_GW_i);

```

Lampiran 9. *Syntax Octave Pengujian Kesesuaian Model GWLR dengan Regresi Logistik Biner (Lanjutan)*

```

L_Omega=-9.5969; %di bawah populasi model RLG
L_Omega_0=-17.713; %di bawah H0 model RLG
DEV_1=2*(L_GW-L_Omega_0);
DEV_2=2*(L_Omega-L_Omega_0);
db_2=p;
db_1=n*p;
F1=(DEV_2/db_2)/(DEV_1/db_1);
F_Kritis=1.8122;
if F1>F_Kritis
    Keputusan_Uji=1;
else
    Keputusan_Uji=0;
end
format short
p_value_kesesuaian=1-fcdf(F1,db_2,db_1);

disp(sprintf('\n====='))
disp(' Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik dan GWLR      ')
disp('')
disp(' F_Hitung   F_Kritis   p_value   Keputusan_Uji')
disp(sprintf('%10.4f %10.4f %10.4f
%10.0f,F1,F_Kritis,p_value_kesesuaian,Keputusan_Uji))
disp(sprintf('\n====='))
disp('Ket: 0 = Gagal Menolak H0, 1 = Menolak H0')

```

Lampiran 10. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Serentak*

```

clc;
clear all;
pkg load io
pkg load statistics
%input data%
data=xlsread('D:\Data_DO.xlsx');
Y=data(:,1);
Xv=data(:,2:7);

%%Penaksiran Parameter GWLR%%
n=length(Y);
X0=ones(n,1);
X=[X0,Xv]; %untuk cari L omega di bawah populasi
%X=[X0]; %untuk cari L omega di bawah H0
p=length(Xv(1,:)); %banyak parameter
%p=0;
Beta_Nol=zeros(p+1,1);
%Beta_Nol=zeros(1,1);

%Jarak Euclidean%
Lintang=data(:,9);
Bujur=data(:,8);
d=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        d(j,i)=sqrt((Lintang(i)-Lintang(j))^2+(Bujur(i)-Bujur(j))^2);
    end
end

bw=xlsread('D:\bandwidth.xlsx'); %Bandwidth Optimum%

```

Lampiran 10. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Serentak (Lanjutan)*

```
%bw=xlsread('D:\bbaru.xlsx'); %Bandwidth Optimum X0%
```

```
%Menghitung Pembobot Semua Lokasi%
```

```
W_S=zeros(n,n);
```

```
for lk=1:n
```

```
    %bw(lk)=3.19*max(d(:,lk));
```

```
    for j=1:n
```

```
        W_S(j,lk)=(1-(d(j,lk)/bw(lk))^3)^3;
```

```
    end
```

```
end
```

```
W_S;
```

```
%%%PENAKSIRAN PARAMETER GWLR%%%
```

```
epsilon=10^(-12); %kondisi konvergen
```

```
Iterasi=1000; %banyak iterasi
```

```
Beta_Topi=zeros(p+1,n);
```

```
Beta_Baru=Beta_Nol;
```

```
L_GW_i=zeros(n,1);
```

```
Var_Beta_Topi=zeros(p+1,n);
```

```
Stat_Z=zeros(p+1,n);
```

```
%Stat_W=zeros(p+1,n); %untuk parsial alternatif
```

```
S=zeros(n,n);
```

```
Phi_Topi=zeros(n,1);
```

```
Y_Bar=sum(Y)/n;
```

```
KE_Lokal=zeros(n,1);
```

```
for lk=1:n
```

```
    for q=1:Iterasi
```

```
        Beta=Beta_Baru;
```

```
        W=diag(W_S(:,lk));
```

```
        %W=diag(ones(n,1));
```

Lampiran 10. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Serentak (Lanjutan)*

```

Phi=exp(X*Beta)./(ones(n,1)+exp(X*Beta));
g=X'*W*(Y-Phi); % vektor gradien
V=diag(Phi.*(ones(n,1)-Phi));
H=-X'*W*V*X; % matriks Hessian
Beta_Baru=Beta-H\g; % algoritma iterasi Newton-Raphson
nrm=norm(Beta_Baru-Beta);
if nrm<=epsilon
    Beta_Topi(:,lk)=Beta_Baru;
    L_GW_i(lk)=(Y_bar *X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))-log(1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    S(lk,:)=X(lk,:)*inv(X'*W*V*X)*X'*W*V;
    Phi_Topi(lk)=exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))/
    (1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    KE_Lokal(lk)=(Y_Bar-Phi_Topi(lk))^2;
    Var_Kov=-inv(H);
    Var_Beta=zeros(p+1,1);
    for k=1:p+1
        Var_Beta(k)=Var_Kov(k,k);
    end
    Var_Beta_Topi(:,lk)=Var_Beta;
    break
end
end
format short
Beta_Topi; % koefisien regresi semua lokasi

% Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak%
L_GW_i;
L_GW=sum(L_GW_i);

```

Lampiran 10. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Serentak (Lanjutan)*

```

L_GW_0=-15.611; %dari bandwidth X0
db_S=ceil(trace(S));
G2=2*(L_GW-L_GW_0);
G2_Kritis=13.3615;
if G2>G2_Kritis
    Keputusan_Uji=1;
else
    Keputusan_Uji=0;
end
p_value_simultan=1-chi2cdf(G2,db_S);

disp(sprintf('\n====='))
disp(' Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak      ')
disp('')
disp('   G2      G2_Kritis  p_value  Keputusan_Uji')
disp(sprintf('%10.4f %10.4f %10.4f
%10.0f',G2,G2_Kritis,p_value_simultan,Keputusan_Uji))
disp(sprintf('\n====='))
disp('Ket: 0 = Gagal Menolak H0, 1 = Menolak H0')

```

Lampiran 11. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Parsial*

```

clc;
clear all;
pkg load io
pkg load statistics
%input data%
data=xlsread('D:\Data_DO.xlsx');
Y=data(:,1);
Xv=data(:,2:7);

%%Penaksiran Parameter GWLR%%
n=length(Y);
X0=ones(n,1);
X=[X0,Xv]; %untuk cari L omega di bawah populasi
%X=[X0]; %untuk cari L omega di bawah H0
p=length(Xv(1,:)); %banyak parameter
%p=0;
Beta_Nol=zeros(p+1,1);
%Beta_Nol=zeros(1,1);

%Jarak Euclidean%
Lintang=data(:,9);
Bujur=data(:,8);
d=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        d(j,i)=sqrt((Lintang(i)-Lintang(j))^2+(Bujur(i)-Bujur(j))^2);
    end
end

bw=xlsread('D:\bandwidth.xlsx'); %Bandwidth Optimum%

```

Lampiran 11. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)*

```
%bw=xlsread('D:\bbaru.xlsx'); %Bandwidth Optimum X0%
```

```
%Menghitung Pembobot Semua Lokasi%
```

```
W_S=zeros(n,n);
```

```
for lk=1:n
```

```
    %bw(lk)=3.19*max(d(:,lk));
```

```
    for j=1:n
```

```
        W_S(j,lk)=(1-(d(j,lk)/bw(lk))^3)^3;
```

```
    end
```

```
end
```

```
W_S;
```

```
%%%PENAKSIRAN PARAMETER GWLR%%%
```

```
epsilon=10^(-12); %kondisi konvergen
```

```
Iterasi=1000; %banyak iterasi
```

```
Beta_Topi=zeros(p+1,n);
```

```
Beta_Baru=Beta_Nol;
```

```
L_GW_i=zeros(n,1);
```

```
Var_Beta_Topi=zeros(p+1,n);
```

```
Stat_Z=zeros(p+1,n);
```

```
%Stat_W=zeros(p+1,n); %untuk parsial alternatif
```

```
S=zeros(n,n);
```

```
Phi_Topi=zeros(n,1);
```

```
KE_Lokal=zeros(n,1);
```

```
Y_Bar=sum(Y)/n;
```

```
for lk=1:n
```

```
    for q=1:Iterasi
```

```
        Beta=Beta_Baru;
```

```
        W=diag(W_S(:,lk));
```

```
        %W=diag(ones(n,1));
```

Lampiran 11. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)*

```

Phi=exp(X*Beta)./(ones(n,1)+exp(X*Beta));
g=X'*W*(Y-Phi); % vektor gradien
V=diag(Phi.*(ones(n,1)-Phi));
H=-X'*W*V*X; % matriks Hessian
Beta_Baru=Beta-H\g; % algoritma iterasi Newton-Raphson
nrm=norm(Beta_Baru-Beta);
if nrm<=epsilon
    Beta_Topi(:,lk)=Beta_Baru;
    L_GW_i(lk)=(Y_bar*X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))-log(1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    S(lk,:)=X(lk,:)*inv(X'*W*V*X)*X'*W*V;
    Phi_Topi(lk)=exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk))/
(1+exp(X(lk,:)*Beta_Topi(:,lk)));
    KE_Lokal(lk)=( Y_Bar-Phi_Topi(lk))^2;
    Var_Kov=-inv(H);
    Var_Beta=zeros(p+1,1);
    for k=1:p+1
        Var_Beta(k)=Var_Kov(k,k);
    end
    Var_Beta_Topi(:,lk)=Var_Beta;
    break
end
end
format short
Beta_Topi; % koefisien regresi semua lokasi

% Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial
Var_Beta_Topi;
Stat_Z=Beta_Topi./sqrt(Var_Beta_Topi);

```

Lampiran 11. *Syntax Octave Pengujian Signifikansi Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)*

```
%Stat_W=(Beta_Topi.^2)./Var_Beta_Topi;  
p_value_parsial=2*(1-normcdf(abs(Stat_Z)));  
  
disp(sprintf('\n=====')  
disp(' Pengujian Parameter GWLR Secara Parsial ')  
disp('')  
Stat_Z  
p_value_parsial  
disp(sprintf('\n====='))
```

Lampiran 12. Output Regresi Logistik Biner

```
=====
          Model Regresi Logistik Global
Penaksiran Parameter Model Regresi Logistik Global

BetaTopi =
2.0405
-20.1538
-29.9452
0.0222
-0.1262
252.9913
-0.3858
=====

=====
Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Secara Serentak
Nilai Statistik G dan G_Kritis Pada Pengujian Serentak
Model RLG

      G_Hitung      G_Kritis      p_value      Keputusan_Uji
      15.1523      10.6446      0.0191          1
=====

Ket: 0 = Gagal Menolak H0, 1 = Menolak H0

=====
Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Secara Parsial

Wald =
0.6541
-0.8980
-1.7130
0.7908
-2.2143
1.9655
-0.9816
```

Lampiran 12. *Output Regresi Logistik Biner (Lanjutan)*

```
pvalue =
0.5131
0.3692
0.0867
0.4290
0.0268
0.0494
0.3263
=====
=====
Generalized Cross Validation (GCV) dan Koefisien
Determinasi (R2)

GCV          R2
0.2214      0.4412
=====
```

Lampiran 13. Output Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial

```

=====
JARAK EUCLIDEAN

d =

Columns 1 through 7:

 0.0000  1.1150  1.2698  1.4041  1.3119  2.2094  1.0743
 1.1150  0.0000  0.1733  0.3153  0.2304  1.0954  2.0735
 1.2698  0.1733  0.0000  0.1423  0.0603  0.9414  2.1953
 1.4041  0.3153  0.1423  0.0000  0.0922  0.8147  2.3075
 1.3119  0.2304  0.0603  0.0922  0.0000  0.9050  2.2211
 2.2094  1.0954  0.9414  0.8147  0.9050  0.0000  3.1168
 1.0743  2.0735  2.1953  2.3075  2.2211  3.1168  0.0000
 1.0559  2.0576  2.1800  2.2926  2.2060  3.1024  0.0189
 0.7188  1.7977  1.9376  2.0620  1.9716  2.8766  0.4160
 0.6273  1.4344  1.5442  1.6502  1.5660  2.4551  0.6666
 1.1569  0.1428  0.1310  0.2484  0.1572  1.0622  2.0666
 1.1064  0.0093  0.1793  0.3215  0.2356  1.1038  2.0643
 1.3427  0.2304  0.1431  0.1880  0.1722  0.8727  2.3015
 1.2741  0.1666  0.0309  0.1522  0.0834  0.9355  2.2091
 0.1098  1.1883  1.3478  1.4845  1.3923  2.2837  1.0754
 0.1816  0.9344  1.0908  1.2263  1.1341  2.0293  1.2317
 0.4431  0.6720  0.8283  0.9644  0.8722  1.7666  1.4517
 0.5120  0.6031  0.7593  0.8957  0.8036  1.6976  1.5119
 0.7009  0.4372  0.6068  0.7485  0.6588  1.5267  1.7235
 0.7775  0.4577  0.6304  0.7715  0.6880  1.5085  1.8288
 0.8148  0.4161  0.5884  0.7291  0.6464  1.4642  1.8608
 0.6706  0.4770  0.6473  0.7892  0.6998  1.5642  1.7027
 1.2843  0.1862  0.0145  0.1291  0.0522  0.9269  2.2093
 0.6367  0.5465  0.7186  0.8609  0.7726  1.6247  1.6881
 0.7174  0.4458  0.6179  0.7602  0.6721  1.5263  1.7525
 1.0574  2.0585  2.1808  2.2932  2.2067  3.1030  0.0172

Columns 8 through 14:

 1.0559  0.7188  0.6273  1.1569  1.1064  1.3427  1.2741
 2.0576  1.7977  1.4344  0.1428  0.0093  0.2304  0.1666
 2.1800  1.9376  1.5442  0.1310  0.1793  0.1431  0.0309
 2.2926  2.0620  1.6502  0.2484  0.3215  0.1880  0.1522
 2.2060  1.9716  1.5660  0.1572  0.2356  0.1722  0.0834
 3.1024  2.8766  2.4551  1.0622  1.1038  0.8727  0.9355
 0.0189  0.4160  0.6666  2.0666  2.0643  2.3015  2.2091
 0.0000  0.3974  0.6536  2.0514  2.0484  2.2858  2.1937
 0.3974  0.0000  0.5661  1.8144  1.7887  2.0281  1.9469

```

Lampiran 13. *Output Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial (Lanjutan)*

0.6536	0.5661	0.0000	1.4140	1.4252	1.6581	1.5602
2.0514	1.8144	1.4140	0.0000	0.1417	0.2627	0.1513
2.0484	1.7887	1.4252	0.1417	0.0000	0.2394	0.1737
2.2858	2.0281	1.6581	0.2627	0.2394	0.0000	0.1147
2.1937	1.9469	1.5602	0.1513	0.1737	0.1147	0.0000
1.0566	0.6956	0.6928	1.2391	1.1800	1.4132	1.3503
1.2137	0.8931	0.7173	0.9801	0.9258	1.1615	1.0944
1.4344	1.1394	0.8706	0.7192	0.6634	0.8999	0.8317
1.4948	1.2054	0.9195	0.6509	0.5945	0.8312	0.7627
1.7063	1.4087	1.1306	0.5202	0.4298	0.6540	0.6035
1.8111	1.4952	1.2569	0.5710	0.4525	0.6447	0.6199
1.8433	1.5315	1.2815	0.5327	0.4112	0.6005	0.5772
1.6854	1.3819	1.1185	0.5619	0.4698	0.6915	0.6435
2.1940	1.9520	1.5579	0.1442	0.1925	0.1362	0.0316
1.6704	1.3540	1.1240	0.6387	0.5398	0.7536	0.7129
1.7352	1.4303	1.1680	0.5400	0.4390	0.6544	0.6122
0.0022	0.3994	0.6539	2.0521	2.0492	2.2866	2.1944
Columns 15 through 21:						
0.1098	0.1816	0.4431	0.5120	0.7009	0.7775	0.8148
1.1883	0.9344	0.6720	0.6031	0.4372	0.4577	0.4161
1.3478	1.0908	0.8283	0.7593	0.6068	0.6304	0.5884
1.4845	1.2263	0.9644	0.8957	0.7485	0.7715	0.7291
1.3923	1.1341	0.8722	0.8036	0.6588	0.6880	0.6464
2.2837	2.0293	1.7666	1.6976	1.5267	1.5085	1.4642
1.0754	1.2317	1.4517	1.5119	1.7235	1.8288	1.8608
1.0566	1.2137	1.4344	1.4948	1.7063	1.8111	1.8433
0.6956	0.8931	1.1394	1.2054	1.4087	1.4952	1.5315
0.6928	0.7173	0.8706	0.9195	1.1306	1.2569	1.2815
1.2391	0.9801	0.7192	0.6509	0.5202	0.5710	0.5327
1.1800	0.9258	0.6634	0.5945	0.4298	0.4525	0.4112
1.4132	1.1615	0.8999	0.8312	0.6540	0.6447	0.6005
1.3503	1.0944	0.8317	0.7627	0.6035	0.6199	0.5772
0.0000	0.2601	0.5201	0.5888	0.7628	0.8228	0.8627
0.2601	0.0000	0.2627	0.3317	0.5199	0.6028	0.6385
0.5201	0.2627	0.0000	0.0690	0.2721	0.3865	0.4132
0.5888	0.3317	0.0690	0.0000	0.2129	0.3404	0.3623
0.7628	0.5199	0.2721	0.2129	0.0000	0.1500	0.1579
0.8228	0.6028	0.3865	0.3404	0.1500	0.0000	0.0443

Lampiran 13. *Output Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial (Lanjutan)*

0.8627	0.6385	0.4132	0.3623	0.1579	0.0443	0.0000
0.7291	0.4905	0.2519	0.1992	0.0418	0.1436	0.1630
1.3623	1.1053	0.8427	0.7738	0.6206	0.6428	0.6006
0.6850	0.4614	0.2548	0.2208	0.1225	0.1414	0.1783
0.7733	0.5381	0.3019	0.2486	0.0504	0.1004	0.1141
1.0582	1.2151	1.4356	1.4959	1.7074	1.8123	1.8445
Columns 22 through 26:						
0.6706	1.2843	0.6367	0.7174	1.0574		
0.4770	0.1862	0.5465	0.4458	2.0585		
0.6473	0.0145	0.7186	0.6179	2.1808		
0.7892	0.1291	0.8609	0.7602	2.2932		
0.6998	0.0522	0.7726	0.6721	2.2067		
1.5642	0.9269	1.6247	1.5263	3.1030		
1.7027	2.2093	1.6881	1.7525	0.0172		
1.6854	2.1940	1.6704	1.7352	0.0022		
1.3819	1.9520	1.3540	1.4303	0.3994		
1.1185	1.5579	1.1240	1.1680	0.6539		
0.5619	0.1442	0.6387	0.5400	2.0521		
0.4698	0.1925	0.5398	0.4390	2.0492		
0.6915	0.1362	0.7536	0.6544	2.2866		
0.6435	0.0316	0.7129	0.6122	2.1944		
0.7291	1.3623	0.6850	0.7733	1.0582		
0.4905	1.1053	0.4614	0.5381	1.2151		
0.2519	0.8427	0.2548	0.3019	1.4356		
0.1992	0.7738	0.2208	0.2486	1.4959		
0.0418	0.6206	0.1225	0.0504	1.7074		
0.1436	0.6428	0.1414	0.1004	1.8123		
0.1630	0.6006	0.1783	0.1141	1.8445		
0.0000	0.6610	0.0820	0.0500	1.6865		
0.6610	0.0000	0.7321	0.6314	2.1948		
0.0820	0.7321	0.0000	0.1007	1.6717		
0.0500	0.6314	0.1007	0.0000	1.7363		
1.6865	2.1948	1.6717	1.7363	0.0000		
<hr/>						
BANDWIDTH OPTIMUM						
bw =						
3,4721	3,2433	4,1355	3,7863	3,4537	3,7386	3,3579
2,2139	4,3974	3,7571	∞	4,0589	∞	4,6305
∞	4,1792	4,0994	3,7512	4,1559	∞	
3,3305	4,1830	3,9152	∞	3,4438	3,4449	

Lampiran 13. Output Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial (Lanjutan)

Matriks PEMBOBOT SPASIAL							
W_S =							
Columns 1 through 7:							
1.0000	0.6636	1.0000	0.7916	0.8143	0.6657	0.9499	
0.9039	1.0000	1.0000	0.9975	0.9989	0.9543	0.6765	
0.8603	0.9985	1.0000	0.9998	0.9999	0.9709	0.6251	
0.8144	0.9913	1.0000	1.0000	0.9998	0.9810	0.5753	
0.8467	0.9966	1.0000	0.9999	1.0000	0.9741	0.6139	
0.4091	0.6788	1.0000	0.9567	0.9362	1.0000	0.2004	
0.9137	0.0056	1.0000	0.2973	0.3128	0.2670	1.0000	
0.9180	0.0076	1.0000	0.3060	0.3219	0.2732	0.9999	
0.9736	0.1002	1.0000	0.4437	0.4661	0.3734	0.9971	
0.9824	0.3871	1.0000	0.6777	0.6989	0.5635	0.9879	
0.8931	0.9991	1.0000	0.9988	0.9997	0.9583	0.6794	
0.9060	0.9999	1.0000	0.9973	0.9989	0.9533	0.6803	
0.8364	0.9966	1.0000	0.9995	0.9996	0.9767	0.5780	
0.8590	0.9987	1.0000	0.9997	0.9998	0.9714	0.6191	
0.9999	0.6041	1.0000	0.7572	0.7809	0.6359	0.9498	
0.9996	0.7909	1.0000	0.8576	0.8771	0.7332	0.9252	
0.9938	0.9184	1.0000	0.9289	0.9428	0.8178	0.8795	
0.9904	0.9405	1.0000	0.9428	0.9551	0.8371	0.8646	
0.9755	0.9770	1.0000	0.9663	0.9751	0.8796	0.8040	
0.9667	0.9737	1.0000	0.9632	0.9716	0.8837	0.7691	
0.9617	0.9802	1.0000	0.9689	0.9764	0.8933	0.7579	
0.9785	0.9702	1.0000	0.9606	0.9702	0.8710	0.8105	
0.8557	0.9982	1.0000	0.9998	0.9999	0.9722	0.6190	
0.9816	0.9554	1.0000	0.9491	0.9600	0.8562	0.8150	
0.9738	0.9757	1.0000	0.9648	0.9735	0.8797	0.7947	
0.9177	0.0075	1.0000	0.3056	0.3215	0.2729	0.9999	
Columns 8 through 14:							
0.9525	0.9843	0.9861	0.9341	0.9338	0.8721	1.0000	
0.6838	0.7733	0.8422	0.9999	0.9999	0.9993	1.0000	
0.6326	0.7221	0.8058	0.9999	0.9997	0.9998	1.0000	
0.5830	0.6723	0.7667	0.9993	0.9983	0.9996	1.0000	
0.6214	0.7089	0.7981	0.9998	0.9994	0.9997	1.0000	
0.2075	0.2920	0.3748	0.9487	0.9343	0.9637	1.0000	
0.9998	0.9970	0.9833	0.6628	0.6216	0.4662	1.0000	
1.0000	0.9973	0.9843	0.6692	0.6290	0.4745	1.0000	

Lampiran 13. *Output Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial (Lanjutan)*

0.9974	1.0000	0.9898	0.7618	0.7404	0.6062	1.0000
0.9886	0.9923	1.0000	0.8819	0.8622	0.7686	1.0000
0.6863	0.7674	0.8485	1.0000	0.9999	0.9990	1.0000
0.6875	0.7764	0.8450	0.9999	1.0000	0.9992	1.0000
0.5860	0.6863	0.7637	0.9992	0.9993	1.0000	1.0000
0.6267	0.7185	0.8002	0.9999	0.9997	0.9999	1.0000
0.9524	0.9858	0.9813	0.9194	0.9201	0.8520	1.0000
0.9285	0.9701	0.9793	0.9596	0.9609	0.9159	1.0000
0.8838	0.9386	0.9631	0.9839	0.9855	0.9603	1.0000
0.8692	0.9275	0.9567	0.9880	0.9895	0.9686	1.0000
0.8099	0.8861	0.9205	0.9939	0.9960	0.9846	1.0000
0.7757	0.8648	0.8918	0.9919	0.9954	0.9853	1.0000
0.7647	0.8552	0.8856	0.9934	0.9965	0.9881	1.0000
0.8163	0.8922	0.9229	0.9923	0.9948	0.9818	1.0000
0.6266	0.7165	0.8010	0.9999	0.9996	0.9999	1.0000
0.8209	0.8984	0.9218	0.9887	0.9922	0.9765	1.0000
0.8008	0.8810	0.9125	0.9932	0.9958	0.9846	1.0000
1.0000	0.9973	0.9843	0.6689	0.6286	0.4741	1.0000
Columns 15 through 21:						
0.9999	1.0000	0.9937	0.9940	0.9857	0.9659	0.9693
0.9076	1.0000	0.9781	0.9902	0.9965	0.9930	0.9959
0.8672	1.0000	0.9592	0.9805	0.9907	0.9817	0.9884
0.8254	1.0000	0.9361	0.9681	0.9826	0.9667	0.9779
0.8543	1.0000	0.9525	0.9769	0.9881	0.9763	0.9846
0.4643	1.0000	0.6498	0.7962	0.8585	0.7685	0.8304
0.9310	1.0000	0.7934	0.8528	0.8009	0.6147	0.6738
0.9344	1.0000	0.8001	0.8575	0.8064	0.6240	0.6818
0.9810	1.0000	0.8961	0.9235	0.8877	0.7740	0.8076
0.9812	1.0000	0.9527	0.9655	0.9408	0.8611	0.8840
0.8957	1.0000	0.9732	0.9877	0.9941	0.9864	0.9914
0.9095	1.0000	0.9789	0.9906	0.9967	0.9932	0.9960
0.8480	1.0000	0.9479	0.9745	0.9884	0.9805	0.9876
0.8665	1.0000	0.9587	0.9802	0.9908	0.9826	0.9890
1.0000	1.0000	0.9898	0.9909	0.9816	0.9596	0.9636
0.9990	1.0000	0.9987	0.9984	0.9941	0.9840	0.9851
0.9920	1.0000	1.0000	0.9996	0.9992	0.9958	0.9960
0.9884	1.0000	0.9996	1.0000	0.9996	0.9971	0.9973
0.9750	1.0000	0.9985	0.9996	1.0000	0.9998	0.9998
0.9687	1.0000	0.9958	0.9982	0.9999	1.0000	0.9997
0.9640	1.0000	0.9949	0.9979	0.9998	0.9997	1.0000

Lampiran 13. *Output Jarak Euclidean, Bandwidth Optimum dan Pembobot Spasial (Lanjutan)*

0.9781	1.0000	0.9988	0.9997	0.9999	0.9998	0.9998
0.8631	1.0000	0.9571	0.9794	0.9900	0.9806	0.9876
0.9818	1.0000	0.9988	0.9995	0.9999	0.9998	0.9997
0.9740	1.0000	0.9980	0.9993	0.9998	0.9999	0.9999
0.9342	1.0000	0.7997	0.8572	0.8061	0.6234	0.6813

Columns 22 through 26:

1.0000	1.0000	0.9812	0.9710	0.9647
1.0000	1.0000	0.9881	0.9930	0.7589
1.0000	1.0000	0.9730	0.9814	0.7182
1.0000	1.0000	0.9539	0.9656	0.6781
1.0000	1.0000	0.9665	0.9761	0.7092
1.0000	1.0000	0.7172	0.7439	0.3417
1.0000	1.0000	0.6869	0.6313	0.9997
1.0000	1.0000	0.6955	0.6406	0.9999
1.0000	1.0000	0.8287	0.7856	0.9981
1.0000	1.0000	0.8994	0.8790	0.9916
1.0000	1.0000	0.9810	0.9876	0.7610
1.0000	1.0000	0.9885	0.9933	0.7619
1.0000	1.0000	0.9689	0.9780	0.6805
1.0000	1.0000	0.9737	0.9819	0.7135
1.0000	1.0000	0.9766	0.9638	0.9646
1.0000	1.0000	0.9928	0.9877	0.9468
1.0000	1.0000	0.9988	0.9978	0.9132
1.0000	1.0000	0.9992	0.9988	0.9022
1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.8570
1.0000	1.0000	0.9998	0.9999	0.8307
1.0000	1.0000	0.9996	0.9999	0.8221
1.0000	1.0000	0.9998	0.9998	0.8619
1.0000	1.0000	0.9715	0.9802	0.7134
1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.8654
1.0000	1.0000	0.9999	1.0000	0.8500
1.0000	1.0000	0.6949	0.6399	1.0000

=====

Lampiran 14. Output Penaksiran Parameter Model GWLR

Model GWLR							
Penaksiran Parameter Model GWLR							
Beta_Topi							
Columns 1 through 7:							
1.5781	3.6197	2.0405	4.2437	4.0471	4.8257	0.9724	
-22.1530	-17.5060	-20.1540	-16.6960	-16.9250	-16.9200	-20.7940	
-44.5650	-36.0610	-29.9452	-34.3560	-34.3970	-34.6950	-36.3600	
0.0324	0.0199	0.0222	0.0158	0.0167	0.0132	0.0313	
-0.1373	-0.1424	-0.1262	-0.1418	-0.1412	-0.1446	-0.1221	
257.3600	245.3700	252.9913	245.5300	244.9600	254.1500	232.6000	
-0.3509	-0.5648	-0.3858	-0.6300	-0.6088	-0.6865	-0.3020	
Columns 8 through 14:							
0.9868	1.1799	1.3459	5.0122	5.6380	5.4899	2.0405	
-20.8180	-21.4010	-21.0250	-18.9760	-18.9830	-18.9790	-20.1540	
-36.3070	-38.8290	-33.3610	-34.1520	-35.7240	-35.2490	-29.9452	
0.0312	0.0317	0.0282	0.0107	0.0089	0.0092	0.0222	
-0.1224	-0.1280	-0.1260	-0.1389	-0.1437	-0.1417	-0.1262	
233.1900	242.1200	244.1000	262.6900	269.6900	267.0200	252.9913	
-0.3029	-0.3174	-0.3252	-0.6878	-0.7524	-0.7376	-0.3858	
Columns 15 through 21:							
1.4961	2.0405	1.8438	1.9188	2.0733	2.2901	2.2353	
-22.0650	-20.1540	-21.2340	-20.7240	-20.4280	-20.4860	-20.3520	
-41.3140	-29.9452	-36.6250	-32.8630	-32.7590	-38.1070	-35.1230	
0.0318	0.0222	0.0282	0.0255	0.0246	0.0269	0.0255	
-0.1357	-0.1262	-0.1352	-0.1314	-0.1317	-0.1387	-0.1355	
255.6500	252.9913	254.9600	253.7900	253.2400	254.2900	253.2700	
-0.3424	-0.3858	-0.3748	-0.3784	-0.3943	-0.4223	-0.4140	
Columns 22 through 26:							
2.0405	2.0405	2.0822	2.2462	1.1646			
-20.1540	-20.1540	-20.9270	-20.5420	-20.7180			
-29.9452	-29.9452	-38.3090	-37.8050	-32.9230			
0.0222	0.0222	0.0280	0.0270	0.0287			
-0.1262	-0.1262	-0.1379	-0.1381	-0.1230			
252.9913	252.9913	255.3600	254.0100	238.7300			
-0.3858	-0.3858	-0.4009	-0.4176	-0.3132			

Lampiran 14. *Output Penaksiran Parameter Model GWLR (Lanjutan)*

=====

Generalized Cross Validation (GCV) dan Koefisien
Determinasi (R2)

GCV	R2
0.1776	0.5286

=====

Lampiran 15. *Output Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik Biner dan Model GWLR*

```
=====
Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik dan GWLR
```

F_Hitung	F_Kritis	p_value	Keputusan_Uji
20.3813	1.8122	0.0000	1

```
=====
```

Ket: 0 = Gagal Menolak H_0 , 1 = Menolak H_0

Lampiran 16. *Output Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak*

```
=====
Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak
```

G2	G2_Kritis	p_value	Keputusan_Uji
16.5031	13.3615	0.0357	1

```
=====
```

Ket: 0 = Gagal Menolak H_0 , 1 = Menolak H_0

Lampiran 17. Output Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial

Pengujian Parameter GWLR Secara Parsial

Stat_Z =

Columns 1 through 7:

0.3903	0.8773	0.6541	1.0415	0.9943	1.1764	0.2465
-0.7483	-0.5658	-0.8980	-0.5534	-0.5642	-0.5480	-0.7239
-1.2555	-1.5023	-1.7130	-1.6220	-1.6014	-1.6700	-1.2259
0.7340	0.6225	0.7908	0.5715	0.5888	0.5059	0.7126
-1.9611	-2.0251	-2.2143	-2.0659	-2.0607	-2.0532	-1.7405
1.7830	1.6926	1.9655	1.6956	1.6928	1.7062	1.5732
-0.7855	-1.0849	-0.9816	-1.1993	-1.1628	-1.2998	-0.6897

Columns 8 through 14:

0.2511	0.3012	0.3771	1.1154	1.2331	1.2024	0.6541
-0.7267	-0.7470	-0.7940	-0.6253	-0.5791	-0.5888	-0.8980
-1.2328	-1.2692	-1.4118	-1.6233	-1.6004	-1.5964	-1.7130
0.7148	0.7306	0.7612	0.4109	0.3477	0.3579	0.7908
-1.7499	-1.8502	-1.9483	-1.8644	-1.8334	-1.8251	-2.2143
1.5816	1.6743	1.7493	1.5543	1.5795	1.5643	1.9655
-0.6935	-0.7314	-0.7870	-1.1648	-1.3112	-1.2739	-0.9816

Columns 15 through 21:

0.3832	0.6541	0.4993	0.5595	0.6032	0.5936	0.6110
-0.7649	-0.8980	-0.7678	-0.8162	-0.8046	-0.7069	-0.7452
-1.3173	-1.7130	-1.4478	-1.5684	-1.5845	-1.4270	-1.5111
0.7455	0.7908	0.7524	0.7720	0.7625	0.7162	0.7344
-1.9795	-2.2143	-2.0592	-2.1270	-2.1356	-2.0463	-2.0893
1.7988	1.9655	1.8436	1.8900	1.8879	1.8139	1.8432
-0.7860	-0.9816	-0.8691	-0.9143	-0.9421	-0.9239	-0.9405

Columns 22 through 26:

0.6541	0.6541	0.5446	0.5862	0.3198
-0.8980	-0.8980	-0.7297	-0.7136	-0.7727
-1.7130	-1.7130	-1.4178	-1.4316	-1.3531
0.7908	0.7908	0.7303	0.7208	0.7452
-2.2143	-2.2143	-2.0474	-2.0488	-1.8659
1.9655	1.9655	1.8281	1.8165	1.6820
-0.9816	-0.9816	-0.8951	-0.9205	-0.7470

Lampiran 17. *Output Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (Lanjutan)*

```
p_value_parsial =
Columns 1 through 7:
0.6963 0.3803 0.5131 0.2976 0.3201 0.2395 0.8053
0.4543 0.5715 0.3692 0.5800 0.5727 0.5837 0.4691
0.2093 0.1330 0.0867 0.1048 0.1093 0.0949 0.2202
0.4629 0.5336 0.4290 0.5677 0.5560 0.6129 0.4761
0.0499 0.0429 0.0268 0.0388 0.0393 0.0401 0.0818
0.0746 0.0905 0.0494 0.0900 0.0905 0.0880 0.1157
0.4322 0.2779 0.3263 0.2304 0.2449 0.1937 0.4904

Columns 8 through 14:
0.8018 0.7632 0.7061 0.2647 0.2175 0.2292 0.5131
0.4674 0.4551 0.4272 0.5318 0.5625 0.5560 0.3692
0.2177 0.2044 0.1580 0.1045 0.1095 0.1104 0.0867
0.4747 0.4650 0.4466 0.6811 0.7281 0.7205 0.4290
0.0801 0.0643 0.0514 0.0623 0.0667 0.0680 0.0268
0.1138 0.0941 0.0802 0.1201 0.1142 0.1177 0.0494
0.4880 0.4645 0.4313 0.2441 0.1898 0.2027 0.3263

Columns 15 through 21:
0.7016 0.5131 0.6176 0.5758 0.5464 0.5528 0.5412
0.4443 0.3692 0.4426 0.4144 0.4211 0.4796 0.4561
0.1877 0.0867 0.1477 0.1168 0.1131 0.1536 0.1308
0.4560 0.4290 0.4518 0.4401 0.4458 0.4739 0.4627
0.0478 0.0268 0.0395 0.0334 0.0327 0.0407 0.0367
0.0720 0.0494 0.0652 0.0588 0.0590 0.0697 0.0653
0.4319 0.3263 0.3848 0.3606 0.3461 0.3556 0.3469

Columns 22 through 26:
0.5131 0.5131 0.5860 0.5577 0.7492
0.3692 0.3692 0.4656 0.4755 0.4397
0.0867 0.0867 0.1562 0.1523 0.1760
0.4290 0.4290 0.4652 0.4710 0.4562
0.0268 0.0268 0.0406 0.0405 0.0621
0.0494 0.0494 0.0675 0.0693 0.0926
0.3263 0.3263 0.3707 0.3573 0.4550
```

Lampiran 18. Model GWLR Setiap Lokasi Pengamatan

1. Bloro

$$\hat{\pi}(u_1, v_1) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 1,5781 - 22,1530x_{1,1} - 44,5650x_{1,2} + 0,0324x_{1,3} \\ -0,1373x_{1,4} + 257,36x_{1,5} - 0,3509x_{1,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 1,5781 - 22,1530x_{1,1} - 44,5650x_{1,2} + 0,0324x_{1,3} \\ -0,1373x_{1,4} + 257,36x_{1,5} - 0,3509x_{1,6} \end{array}\right)}$$

2. Pulau Kumala

$$\hat{\pi}(u_2, v_2) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 3,6197 - 17,5060x_{2,1} - 36,0610x_{2,2} + 0,0199x_{2,3} \\ -0,1424x_{2,4} + 245,37x_{2,5} - 0,5648x_{2,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 3,6197 - 17,5060x_{2,1} - 36,0610x_{2,2} + 0,0199x_{2,3} \\ -0,1424x_{2,4} + 245,37x_{2,5} - 0,5648x_{2,6} \end{array}\right)}$$

3. Samarinda

$$\hat{\pi}(u_3, v_3) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{3,1} - 29,9452x_{3,2} + 0,0222x_{3,3} \\ -0,1262x_{3,4} + 252,9913x_{3,5} - 0,3858x_{3,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{3,1} - 29,9452x_{3,2} + 0,0222x_{3,3} \\ -0,1262x_{3,4} + 252,9913x_{3,5} - 0,3858x_{3,6} \end{array}\right)}$$

4. Anggana

$$\hat{\pi}(u_4, v_4) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 4,2437 - 16,6960x_{4,1} - 34,3560x_{4,2} + 0,0158x_{4,3} \\ -0,1418x_{4,4} + 245,5300x_{4,5} - 0,6300x_{4,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 4,2437 - 16,6960x_{4,1} - 34,3560x_{4,2} + 0,0158x_{4,3} \\ -0,1418x_{4,4} + 245,5300x_{4,5} - 0,6300x_{4,6} \end{array}\right)}$$

5. Palaran

$$\hat{\pi}(u_5, v_5) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 4,0471 - 16,9250x_{5,1} - 34,3970x_{5,2} + 0,0167x_{5,3} \\ -0,1412x_{5,4} + 244,9600x_{5,5} - 0,6088x_{5,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 4,0471 - 16,9250x_{5,1} - 34,3970x_{5,2} + 0,0167x_{5,3} \\ -0,1412x_{5,4} + 244,9600x_{5,5} - 0,6088x_{5,6} \end{array}\right)}$$

Lampiran 18. Model GWLR Setiap Lokasi Pengamatan (Lanjutan)

6. Kalamur

$$\hat{\pi}(u_6, v_6) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 4,8257 - 16,9200x_{6,1} - 34,6950x_{6,2} + 0,0132x_{6,3} \\ -0,1446x_{6,4} + 254,1500x_{6,5} - 0,6865x_{6,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 4,8257 - 16,9200x_{6,1} - 34,6950x_{6,2} + 0,0132x_{6,3} \\ -0,1446x_{6,4} + 254,1500x_{6,5} - 0,6865x_{6,6} \end{array}\right)}$$

7. Sungai Mahakam Nyan

$$\hat{\pi}(u_7, v_7) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 0,9724 - 20,7940x_{7,1} - 36,3600x_{7,2} + 0,0313x_{7,3} \\ -0,1221x_{7,4} + 232,6000x_{7,5} - 0,3020x_{7,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 0,9724 - 20,7940x_{7,1} - 36,3600x_{7,2} + 0,0313x_{7,3} \\ -0,1221x_{7,4} + 232,6000x_{7,5} - 0,3020x_{7,6} \end{array}\right)}$$

8. Mahakam Boh

$$\hat{\pi}(u_8, v_8) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 0,9868 - 20,8180x_{8,1} - 36,3070x_{8,2} + 0,0312x_{8,3} \\ -0,1224x_{8,4} + 233,1900x_{8,5} - 0,3029x_{8,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 0,9868 - 20,8180x_{8,1} - 36,3070x_{8,2} + 0,0312x_{8,3} \\ -0,1224x_{8,4} + 233,1900x_{8,5} - 0,3029x_{8,6} \end{array}\right)}$$

9. Long Bagun

$$\hat{\pi}(u_9, v_9) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 1,1799 - 21,4010x_{9,1} - 38,8290x_{9,2} + 0,0317x_{9,3} \\ -0,1280x_{9,4} + 242,1200x_{9,5} - 0,3174x_{9,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 1,1799 - 21,4010x_{9,1} - 38,8290x_{9,2} + 0,0317x_{9,3} \\ -0,1280x_{9,4} + 242,1200x_{9,5} - 0,3174x_{9,6} \end{array}\right)}$$

10. Tering

$$\hat{\pi}(u_{10}, v_{10}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 1,3459 - 21,0250x_{10,1} - 33,3610x_{10,2} + 0,0282x_{10,3} \\ -0,1260x_{10,4} + 244,1000x_{10,5} - 0,3252x_{10,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 1,3459 - 21,0250x_{10,1} - 33,3610x_{10,2} + 0,0282x_{10,3} \\ -0,1260x_{10,4} + 244,1000x_{10,5} - 0,3252x_{10,6} \end{array}\right)}$$

11. Jembayan

$$\hat{\pi}(u_{11}, v_{11}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 5,0122 - 18,9760x_{11,1} - 34,1520x_{11,2} + 0,0107x_{11,3} \\ -0,1389x_{11,4} + 262,6900x_{11,5} - 0,6878x_{11,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 5,0122 - 18,9760x_{11,1} - 34,1520x_{11,2} + 0,0107x_{11,3} \\ -0,1389x_{11,4} + 262,6900x_{11,5} - 0,6878x_{11,6} \end{array}\right)}$$

Lampiran 18. Model GWLR Setiap Lokasi Pengamatan (Lanjutan)

12. Tenggarong

$$\hat{\pi}(u_{12}, v_{12}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 5,6380 - 18,9830x_{12,1} - 35,7240x_{12,2} + 0,0089x_{12,3} \\ -0,1437x_{12,4} + 269,6900x_{12,5} - 0,7524x_{12,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 5,6380 - 18,9830x_{12,1} - 35,7240x_{12,2} + 0,0089x_{12,3} \\ -0,1437x_{12,4} + 269,6900x_{12,5} - 0,7524x_{12,6} \end{array}\right)}$$

13. Karang Mumus Hulu

$$\hat{\pi}(u_{13}, v_{13}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 5,4899 - 18,9790x_{13,1} - 35,2490x_{13,2} + 0,0092x_{13,3} \\ -0,1417x_{13,4} + 267,0200x_{13,5} - 0,7376x_{13,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 5,4899 - 18,9790x_{13,1} - 35,2490x_{13,2} + 0,0092x_{13,3} \\ -0,1417x_{13,4} + 267,0200x_{13,5} - 0,7376x_{13,6} \end{array}\right)}$$

14. Karang Mumus Hilir

$$\hat{\pi}(u_{14}, v_{14}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{14,1} - 29,9452x_{14,2} + 0,0222x_{14,3} \\ -0,1262x_{14,4} + 252,9913x_{14,5} - 0,3858x_{14,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{14,1} - 29,9452x_{14,2} + 0,0222x_{14,3} \\ -0,1262x_{14,4} + 252,9913x_{14,5} - 0,3858x_{14,6} \end{array}\right)}$$

15. Melak

$$\hat{\pi}(u_{15}, v_{15}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 1,4961 - 22,0650x_{15,1} - 41,3140x_{15,2} + 0,0318x_{15,3} \\ -0,1357x_{15,4} + 255,6500x_{15,5} - 0,3424x_{15,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 1,4961 - 22,0650x_{15,1} - 41,3140x_{15,2} + 0,0318x_{15,3} \\ -0,1357x_{15,4} + 255,6500x_{15,5} - 0,3424x_{15,6} \end{array}\right)}$$

16. Muara Pahu

$$\hat{\pi}(u_{16}, v_{16}) = \frac{\exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{16,1} - 29,9452x_{16,2} + 0,0222x_{16,3} \\ -0,1262x_{16,4} + 252,9913x_{16,5} - 0,3858x_{16,6} \end{array}\right)}{1 + \exp\left(\begin{array}{l} 2,0405 - 20,1538x_{16,1} - 29,9452x_{16,2} + 0,0222x_{16,3} \\ -0,1262x_{16,4} + 252,9913x_{16,5} - 0,3858x_{16,6} \end{array}\right)}$$

Lampiran 18. Model GWLR Setiap Lokasi Pengamatan (Lanjutan)

17. Batuq

$$\hat{\pi}(u_{17}, v_{17}) = \frac{\exp\left(1,8438 - 21,2340x_{17,1} - 36,6250x_{17,2} + 0,0282x_{17,3}\right)}{1 + \exp\left(-0,1352x_{17,4} + 254,9600x_{17,5} - 0,3748x_{17,6}\right)}$$

18. Muara Muntai

$$\hat{\pi}(u_{18}, v_{18}) = \frac{\exp\left(1,9188 - 20,7240x_{18,1} - 32,8630x_{18,2} + 0,0255x_{18,3}\right)}{1 + \exp\left(-0,1314x_{18,4} + 253,7900x_{18,5} - 0,3784x_{18,6}\right)}$$

19. Kota Bangun

$$\hat{\pi}(u_{19}, v_{19}) = \frac{\exp\left(2,0733 - 20,4280x_{19,1} - 32,7590x_{19,2} + 0,0246x_{19,3}\right)}{1 + \exp\left(-0,1317x_{19,4} + 253,2400x_{19,5} - 0,3943x_{19,6}\right)}$$

20. Kedang Kepala Hulu

$$\hat{\pi}(u_{20}, v_{20}) = \frac{\exp\left(2,2901 - 20,4860x_{20,1} - 38,1070x_{20,2} + 0,0269x_{20,3}\right)}{1 + \exp\left(-0,1387x_{20,4} + 254,2900x_{20,5} - 0,4223x_{20,6}\right)}$$

21. Kedang Kepala Hilir

$$\hat{\pi}(u_{21}, v_{21}) = \frac{\exp\left(2,2353 - 20,3520x_{21,1} - 35,1230x_{21,2} + 0,0255x_{21,3}\right)}{1 + \exp\left(-0,1355x_{21,4} + 253,2700x_{21,5} - 0,4140x_{21,6}\right)}$$

22. Danau Semayang

$$\hat{\pi}(u_{22}, v_{22}) = \frac{\exp\left(2,0405 - 20,1538x_{22,1} - 29,9452x_{22,2} + 0,0222x_{22,3}\right)}{1 + \exp\left(-0,1262x_{22,4} + 252,9913x_{22,5} - 0,3858x_{22,6}\right)}$$

Lampiran 18. Model GWLR Setiap Lokasi Pengamatan (Lanjutan)

23. Karang Mumus

$$\hat{\pi}(u_{23}, v_{23}) = \frac{\exp\left(2,0405 - 20,1538x_{23,1} - 29,9452x_{23,2} + 0,0222x_{23,3}\right)}{1 + \exp\left(2,0405 - 20,1538x_{23,1} - 29,9452x_{23,2} + 0,0222x_{23,3}\right)}$$

$$\quad \quad \quad -0,1262x_{23,4} + 252,9913x_{23,5} - 0,3858x_{23,6}$$

24. Belayan Hulu

$$\hat{\pi}(u_{24}, v_{24}) = \frac{\exp\left(2,0822 - 20,9270x_{24,1} - 38,3090x_{24,2} + 0,0280x_{24,3}\right)}{1 + \exp\left(2,0822 - 20,9270x_{24,1} - 38,3090x_{24,2} + 0,0280x_{24,3}\right)}$$

$$\quad \quad \quad -0,1379x_{24,4} + 255,3600x_{24,5} - 0,4009x_{24,6}$$

25. Belayan Hilir

$$\hat{\pi}(u_{25}, v_{25}) = \frac{\exp\left(2,2462 - 20,5420x_{25,1} - 37,8050x_{25,2} + 0,0270x_{25,3}\right)}{1 + \exp\left(2,2462 - 20,5420x_{25,1} - 37,8050x_{25,2} + 0,0270x_{25,3}\right)}$$

$$\quad \quad \quad -0,1381x_{25,4} + 254,0100x_{25,5} - 0,4176x_{25,6}$$

26. Sungai Boh

$$\hat{\pi}(u_{26}, v_{26}) = \frac{\exp\left(1,1646 - 20,7180x_{26,1} - 32,9230x_{26,2} + 0,0287x_{26,3}\right)}{1 + \exp\left(1,1646 - 20,7180x_{26,1} - 32,9230x_{26,2} + 0,0287x_{26,3}\right)}$$

$$\quad \quad \quad -0,1230x_{26,4} + 238,7300x_{26,5} - 0,3132x_{26,6}$$

Lampiran 19. Nilai Probabilitas Air Sungai Mahakam Tidak Tercemar

Phi =

1.6121e-001
2.8084e-002
2.3843e-001
7.7511e-002
1.2384e-001
3.3717e-002
9.1021e-001
6.6097e-001
8.6470e-001
9.4646e-001
8.3258e-001
6.0494e-001
6.3463e-001
7.6483e-001
8.5877e-001
9.3248e-001
6.5851e-001
8.8099e-001
1.0000e+000
9.0777e-001
9.6433e-001
2.6848e-008
5.4453e-009
9.3845e-001
1.5243e-001
8.9976e-001

Lampiran 20. Surat Permohonan Izin Penelitian dan Pengambilan Data



KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS MULAWARMAN
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Jalan Barong Tongkok No. 4 Kampus Gunung Kelua - Samarinda - Kalimantan Timur 75123 indonesia
Telp./Fak. : +62541 747974, Email:fmlps@unmul.ac.id, https://www.fmlpa.unmul.ac.id

Nomor : 089/UN17.7/DL/2019

Samarinda, 18 Desember 2019

Lampiran :

Perihal : Permohonan Izin Penelitian dan
Pengambilan Data

Kepada Yth. : **Kepala Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur**
di tempat

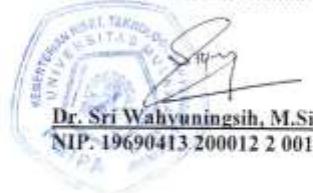
Dengan hormat,

Melalui surat ini kami mohon kiranya mengijinkan mahasiswa berikut untuk melakukan Penelitian sekaligus Pengambilan Data pada Institusi yang Bapak/Ibu Pimpin. Segala ketentuan dan tata tertib yang berlaku disetujui oleh mahasiswa yang bersangkutan. Adapun mahasiswa tersebut adalah :

Nama : Vivi Dwi Lestari
NIM : 1607015013
Jurusan : Matematika
Judul Penelitian : Model <i>Geographically Weighted Logistic Regression</i> dengan Fungsi Pembobot <i>Adaptive Tricube</i> (Studi Kasus : Data Indikator Pencemaran Air <i>Dissolve Oxygen</i> di Daerah Aliran Sungai Mahakam Kalimantan Timur Tahun 2018)

Demikian permohonan ini kami sampaikan, atas bantuan dan kerjasamanya yang baik diucapkan terimakasih.

Mengetahui,
Wakil Dekan Bidang Akademik
Kemahasiswaan dan Alumni



Dr. Sri Wahyuningsih, M.Si
NIP. 19690413 200012 2 001

Lampiran 21. Surat Persetujuan Penelitian dan Pengambilan Data



PEMERINTAH PROVINSI KALIMANTAN TIMUR
DINAS LINGKUNGAN HIDUP

Jln. M.T. Haryono Telepon Central (0541) 780304, 754260, 754261
 Faximile (0541) 754260
 Samarinda 75124

Samarinda, 03 Maret 2020

Nomor : 660.2/~~507~~/B.III.1/2020

Lampiran :

Perihal : Permintaan Data

Kepada

Yth. Wakil Bidang Akademik Kemahasiswaan & Alumni
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Mulawarman

Di –

Samarinda

Menindaklanjuti surat Saudara, Nomor: 089/UN17.7/DL/2019 tanggal 18 Desember 2019 Perihal Permohonan Izin Penelitian dan Pengambilan Data.

Bersama ini disampaikan data hasil Pemantauan Kualitas Air Sungai Mahakam dari tahun 2013 – 2019 yang telah kami lakukan dan uji analisa laboratorium yang terakreditasi sebagaimana data terlampir (softcopy)

Demikian disampaikan untuk digunakan sebagaimana mestinya



RIWAYAT HIDUP



Vivi Dwi Lestari, lahir di Samarinda pada tanggal 18 April 1998. Penulis merupakan anak tunggal dari pasangan Ibu Tuti Masyitah dan Bapak Tukino. Memulai pendidikan formal pada tahun 2003 di TK Al-Islamiah Loa Janan Ilir, kemudian melanjutkan pendidikan di Sekolah Dasar Negeri (SDN) 009 Samarinda, kemudian pendidikan di Sekolah Menengah Pertama Negeri (SMPN) 15 Samarinda dan kemudian melanjutkan pendidikan di Sekolah Menengah Atas Negeri (SMAN) 8 Samarinda, berijazah tahun 2016.

Pendidikan perguruan tinggi dimulai pada tahun 2016 di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman, Jurusan Matematika, Program Studi Statistika, melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN). Selama menempuh perkuliahan telah aktif dalam kegiatan akademik seperti menjadi asisten praktikum di Jurusan Matematika untuk beberapa mata kuliah wajib dan pilihan. Aktif dalam organisasi kemahasiswaan antara lain menjadi anggota Himpunan Mahasiswa Statistika khususnya anggota bidang Pengabdian Masyarakat (2017/2018). Kegiatan nonakademik seperti menjadi salah satu penerima beasiswa yaitu beasiswa Bankaltimtara dengan kegiatan organisasi bernama Generasi Prima Bankaltimtara periode ke-4 (2018/2019).

Pada tahun 2019 melaksanakan Program Kuliah Nyata (KKN) Reguler Angkatan XLV (45) di Desa Genting Tanah, Kecamatan Kembang Janggut, Kabupaten Kutai Kartanegara mulai tanggal 2 Juli sampai dengan 24 Agustus. Pada tahun yang sama melaksanakan Praktek Kerja Lapangan (PKL) di Kantor Dinas Pengendalian Penduduk dan Keluarga Berencana (DPPKB) Kota Samarinda mulai tanggal 2 September sampai dengan 10 Oktober 2019.