KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN,
RISET DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS MULAWARMAN
Rektorat Kampus Gunung Kelua, Jalan Kuaro, Samarinda75119, Kotak Pos 1068
Telepon (0541) 741118 Faximile (0541) 747479 - 732870
Laman: www.unmul.ac.id

KEPUTUSAN REKTOR UNIVERSITAS MULAWARMAN

NOMOR : 3673 /UN17/HK.02.03/2022

TENTANG

TIM PENYUSUN MODUL ONMIPA
DI FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS MULAWARMAN TAHUN 2022

REKTOR UNIVERSITAS MULAWARMAN,

Menimbang :
a. bahwa untuk menjamin kepastian hukum dalam rangka tertib administrasi dan kelancaran kegiatan Penyusunan Modul ONMIPA di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman Tahun 2022, dipandang perlu membentuk Tim;
b. bahwa berdasarkan pertimbangan sebagaimana dimaksud dalam huruf a, perlu menetapkan Keputusan Rektor Universitas Mulawarman tentang Tim Penyusun Modul ONMIPA di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman Tahun 2022.

Mengingat :
1. Undang-Undang RI Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional;
2. Undang-Undang RI Nomor 12 tahun 2012 tentang Pendidikan Tinggi;
3. Undang-Undang RI Nomor 5 tahun 2014 tentang Aparatur Sipil Negara;
4. Peraturan Pemerintah RI Nomor 23 Tahun 2005 tentang Pengelolaan Keuangan Badan Layanan Umum, sebagaimana telah diubah dengan Peraturan Pemerintah RI Nomor 74 Tahun 2012 tentang Perubahan Atas Peraturan Pemerintah RI Nomor 23 Tahun 2005 tentang Pengelolaan Keuangan Badan Layanan Umum;
5. Peraturan Pemerintah RI Nomor 37 Tahun 2009 tentang Dosen;
6. Peraturan Pemerintah RI Nomor 4 Tahun 2014 tentang Penyelenggaraan Pendidikan Tinggi dan Pengelolaan Perguruan Tinggi;
7. Peraturan Presiden RI Nomor 62 Tahun 2021 tentang Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset dan Teknologi;
8. Keputusan Presiden RI Nomor 65 Tahun 1963 tentang Pendirian Universitas Mulawarman;
9. Peraturan Menteri Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi RI Nomor 9 Tahun 2015 tentang Organisasi dan Tata Kerja Universitas Mulawarman, sebagaimana telah diubah dengan Peraturan Menteri Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi RI Nomor 26 Tahun 2018 tentang Perubahan Atas Peraturan Menteri Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi RI Nomor 9 Tahun 2015 tentang Organisasi dan Tata Kerja Universitas Mulawarman;
10. Peraturan Menteri Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi RI Nomor 57 Tahun 2018 tentang Statuta Universitas Mulawarman;
11. Keputusan Menteri Keuangan RI Nomor 51/KMK.05/2009 tentang Penetapan Universitas Mulawarman sebagai Instansi Pemerintah yang Menerapkan Pengelolaan Keuangan Badan Layanan Umum;

12. Keputusan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset dan Teknologi RI Nomor 65148/MPK.A/KP.06.02/2022 tentang Pengangkatan Rektor Universitas Mulawarman Periode Tahun 2022-2026;
13. Peraturan Rektor Universitas Mulawarman Nomor 17 Tahun 2020 tentang Penyelenggaraan Pendidikan dan Pengajaran, Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat Berbasis Kampus Merdeka dan Merdeka Belajar;
14. Keputusan Rektor Universitas Mulawarman Nomor 109/OT/2006 Tahun 2006 tentang Peningkatan Status Unit Pelaksana FMIPA Menjadi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Mulawarman;
15. Keputusan Rektor Universitas Mulawarman Nomor 2414/KP2018 tentang Pemberhentian dan Pengangkatan Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman Periode 2018-2022.

Memperhatikan : Surat Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman Nomor 2457/UN17.7/TU/2022 tanggal 27 Oktober 2022, perihal Permohonan Penerbitan SK Rektor.

MEMUTUSKAN:

Menetapkan : KEPUTUSAN REKTOR UNIVERSITAS MULAWARMAN TENTANG TIM PENYUSUN MODUL ONMIPA DI FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS MULAWARMAN TAHUN 2022.

KESATU : Mengangkat nama-nama yang tercantum dalam lampiran yang tidak terpisahkan dari Keputusan ini sebagai Tim Penyusun Modul ONMIPA di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman Tahun 2022.

KEDUA : Tim sebagaimana dimaksud pada diktum kesatu keputusan ini dalam melaksanakan tugasnya bertanggung jawab kepada Rektor Universitas Mulawarman melalui Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman.

KETIGA : Pembiayaan akibat ditetapkannya keputusan ini dibebankan DIPA BLU Universitas Mulawarman, anggaran Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman.

KEEMPAT : Keputusan ini berlaku sejak tanggal dilaksanakan kegiatan.

KELIMA : Bilamana dikemudian hari terdapat kekeliruan dalam keputusan ini akan diubah dan diperbaiki sebagaimana mestinya.

Ditetapkan di Samarinda
pada tanggal 11 Nopember 2022

REKTOR,

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS MULAWARMAN
REKTOR

Dr. Ir. H. Abdunnur, M.Si.
NIP 196703081992031001

LAMPIRAN
KEPUTUSAN REKTOR UNIVERSITAS MULAWARMAN
NOMOR 3673 /UN17/HK.02.03/2022
TANGGAL 11 NOPEMBER 2022
TENTANG
TIM PENYUSUN MODUL ONMIPA DI FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS MULAWARMAN TAHUN 2022.

DAFTAR NAMA
TIM PENYUSUN MODUL ONMIPA
DI FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS MULAWARMAN TAHUN 2022

No	Bidang/Sub Bidang	Nama Dosen Penyusun Modul ONMIPA
BIDANG BIOLOGI		
	Koordinator Bidang Biologi	Dr. Nova Hariani, M.Si
	Sub Bidang	
1	Biologi Sel	Ervinda Yuliatin, S.Si., M.Si
2	Genetika, Biologi Molekuler, Bioinformatika dan Bioteknologi	Imam Rosadi, S.Si., M.Si
3	a. Fisiologi dan Metabolisme Hewan	Dr. Retno Aryani, M.Si
	b. Fisiologi dan Metabolisme Tumbuhan	Dr. Hetty Manurung, M.Si
4	a. Pertumbuhan, Perkembangan, Reproduksi dan Perilaku Hewan	Prof. Rudy Agung Nugroho, M.Si., Ph.D
	b. Pertumbuhan, Perkembangan, Reproduksi dan Perilaku Tumbuhan	Dr. Dwi Susanto, M.Si
5	a. Keanekaragaman Hayati Hewan	Mukhlis, S.Pd., M.Sc
	b. Keanekaragaman Hayati Tumbuhan	Dr. Linda Oktavianingsih, M.Si
6	Ekologi	Dr. Jusmaldi, M.Si
7	Evolusi	Mukhlis, S.Pd., M.Sc
BIDANG KIMIA		
	Koordinator Bidang Kimia	Dr. Chairul Saleh, M.Si
	Sub Bidang	
1	Kimia Analitik	Ika Yekti Liana Sari, S.Si., M.Si
2	Kimia Organik	Dr. Chairul Saleh, M.Si
3	Biokimia	Djihan Ryn Pratiwi, S.Si., M.Si
4	Kimia Fisika	Veliyana Londong Allo, S.Si., M.Si
5	Kimia Anorganik	Dr. Noor Hindryawati, M.Si
BIDANG MATEMATIKA		
	Koordinator Bidang Matematika	Qonita Qurrota A'yun, S.Si., M.Sc
	Sub Bidang	
1	Struktur Aljabar	Desi Febriani Putri, S.Si., M.Si
2	Kombinatorika	Wasono, S.Si., M.Si
		Fidia Deny Tisna Amijaya, S.Si., M.Si
3	Aljabar Linier	Dr. Syaripuddin, M.Si
		Hardina Sandariria, S.Si., M.Sc
4	Analisis Kompleks	Moh. Nurul Huda, S.Si., M.Si
		Indriasri Raming, S.Si., M.Si
5	Analisis Riil	Sri Wigantono, S.Si., M.Sc
		Asmaidi, S.Pd., M.Si

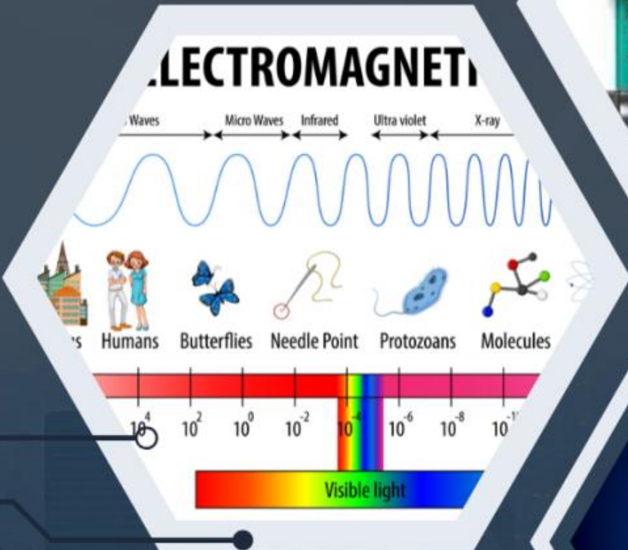
No	Bidang/Sub Bidang	Nama Dosen Penyusun Modul ONMIPA
BIDANG FISIKA		
	Koordinator Bidang Fisika	Dr. Dadan Hamdani, M.Si
	Sub Bidang	
1	Mekanika Klasik	Dr. Dadan Hamdani, M.Si
2	Elektrodinamika	Ahmad Zarkasi, S.Si., M.Si
3	Termodinamika dan Fisika Statistika	Dr. Rahmawati Munir, M.Si
4	Fisika Modern dan Mekanika Kuantum	Suhadi Muliyono, S.Si., M.Si

REKTOR UNIVERSITAS MULAWARMAN,

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS MULAWARMAN
REKTOR

Dr. Ir. H. Abdunnur, M.Si.
NIP 196703081992031001

PANDUAN BELAJAR
OLIMPIADE NASIONAL MIPA



BIDANG FISIKA
ELEKTRODINAMIKA

TIM PENYUSUN
Ahmad Zarkasi, S.Si., M.Si.
Kholis Nurhanafi, S.Si., M.Sc.
Sahara Hamas Intifadhah, S.Si., M.Si.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT. Buku Panduan Belajar ini ditujukan bagi mahasiswa perguruan tinggi dalam mempersiapkan keikutsertaannya pada Olimpiade/Kompetisi Nasional MIPA, khususnya pada bidang Fisika dengan sub bidang Elektrodinamika.

Secara garis besar, buku panduan ini membahas tentang 1) Elektrostatika, 2) Magnetostatika, 3) Persamaan Maxwell, 4) Gelombang Elektromagnetik, 5) Radiasi Listrik dan Magnet, dan 6) Elektrodinamika Relativistik. Setiap pokok bahasan berisi materi singkat dan beberapa contoh soal yang relevan. Materi yang diuraikan tersebut relatif singkat dan komprehensif. Bagi mahasiswa yang merasa tertantang atau penasaran tentang asal-usul materi singkat yang disajikan bisa menelusuri melalui buku-buku *textbook* perkuliahan yang disadur oleh buku panduan ini.

Sebagai penutup, Tim penulis mengucapkan rasa terima kasih yang sangat besar kepada seluruh pihak yang mendukung selama penulisan buku panduan ini. Tim Penulis juga terbuka terhadap masukan, kritik, mapun saran untuk perbaikan buku pedomain ini.

November 2022,

Tim Penulis

DAFTAR ISI

BAB I
ELEKTROSTATIKA

A. TEORI SINGKAT

1. Hukum Coulomb

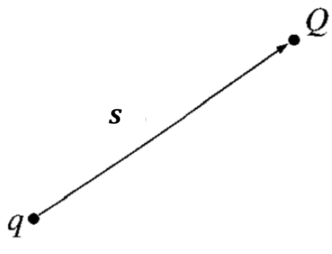
Gaya pada muatan uji Q yang disebabkan oleh sebuah muatan titik tunggal q yang diam sejauh s diberikan oleh **Hukum Coulomb**:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{s^2}\hat{\mathbf{s}} \tag{1.1}$$

Konstanta ε_0 merupakan permitivitas ruang hampa. Dalam satuan SI, dimana gaya dengan satuan Newton (N), jarak dalam meter (m), dan muatan dalam Coulomb (C), maka:

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}$$

dengan kata lain, gaya sebanding dengan perkalian muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak pemisah. Kita ketahui bahwa s merupakan vektor pemisah dari $\boldsymbol{r}'$ **(**lokasi q) ke $\boldsymbol{r}$ **(**lokasi Q) sesuai Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Jarak pemisah muatan

Sehingga berlaku:

$$\mathbf{s} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' \tag{1.2}$$

dimana s adalah magnitudo dan $\hat{\boldsymbol{s}}$ adalah arahnya.

2. Medan Listrik

Jika kita memiliki matan titik $q_1, q_{2,} \dots, q_n$ pada jarak $s_1, s_{2,} \dots, s_n$ dari Q, total gaya pada Q dapat dirumuskan:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + ... = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 Q}{{s_1}^2}\hat{\mathbf{s}}_1 + \frac{q_2 Q}{{s_2}^2}\hat{\mathbf{s}}_2 + ...\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1\hat{\mathbf{s}}_1}{{s_1}^2} + \frac{q_2\hat{\mathbf{s}}_2}{{s_2}^2} + \frac{q_3\hat{\mathbf{s}}_3}{{s_3}^2} + ...\right)$$

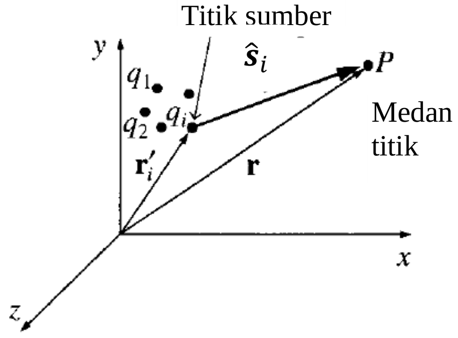
atau

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} \tag{1.3}$$

Dimana

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{{s_i}^2}\hat{\boldsymbol{s}}_i \tag{1.4}$$

E disebut medan listrik dari muatan sumber. Perhatikan bahwa **E** merupakan fungsi posisi $(\mathbf{r})$ karena vektor pemisah $\hat{\boldsymbol{s}}_i$ bergantung pada lokasi medan titik $\boldsymbol{P}$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.2.



Gambar 1.2 Vektor medan

Medan listrik merupakan vektor kuantitas vektor yang bervariasi dari titik ke titik dan ditentukan oleh konfigurasi muatan sumber; secara fisik $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ adalah gaya per satuan muatan yang akan diberikan pada muatan uji.

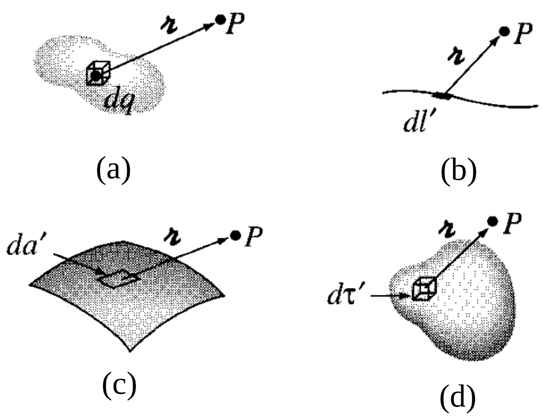
3. Distribusi Muatan Kontinyu

Definisi kita mengenai medan listrik (Persamaan 1.4) mengasumsikan bahwa sumber medan merupakan sekumpulan muatan titik diskret q_i. Namun, jika muatan tersebut terdistribusi secara kontinyu pada beberapa daerah, maka medan listrik $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ dapat dirumuskan dengan integral (Gambar 1.3 a).

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{1}{s^2}\hat{\mathbf{s}}dq \tag{1.5}$$

Jika muatan tersebar sepanjang garis (Gambar 1.3 b), dengan muatan per satuan panjang λ, maka $dq = \lambda dl'$ (dimana dl' adalah elemen panjang sepanjang garis). Jika muatannya tersebar di atas permukaan (Gambar 1.3 c), dengan muatan per satuan luas σ, maka $dq = \sigma da'$ (dimana da' merupakan elemen luas pada permukaan). Sedangkan, jika muatan mengisi suatu volume (Gambar 1.3 d), dengan muatan per satuan volume ρ, sehingga $dq = \rho d\tau'$ (dengan $d\tau'$ merupakan elemen volume):

$$dq \to \lambda dl' \sim \sigma da' \sim \rho d\tau'$$



Gambar 1.3 (a) Distribusi kontinyu, (b) muatan garis, (c) muatan permukaan, dan (d) muatan volume

Jadi, muatan listrik pada muatan garis dirumuskan dengan:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_P \frac{\lambda(\mathbf{r}')}{s^2}\hat{\mathbf{s}}dl' \tag{1.6}$$

pada permukaan:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')}{s^2}\hat{\mathbf{s}}da' \tag{1.7}$$

dan untuk volume:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{s^2}\hat{\mathbf{s}}d\tau' \tag{1.8}$$

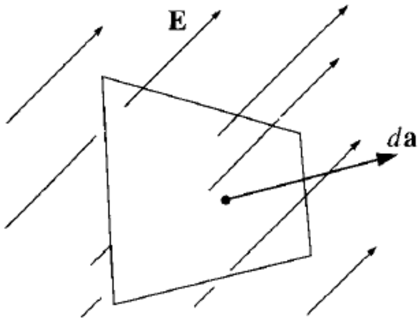
Persamaan 1.8 sendiri sering disebut sebagai “Hukum Coulomb”.

4. Hukum Gauss, Divergensi dan Curl Medan Elektrostatik

Hukum Gauss menyatakan bahwa jumlah fluks medan listrik yang menembus suatu permukaan tertutup sebanding dengan jumlah muatan yang ada di dalam permukaan tertutup tersebut. Secara kuantitatif dirumuskan dengan persamaan 1.9.

$$\oint_S \mathbf{E}.d\mathbf{a} = \frac{1}{\varepsilon_0}Q_{enc} \tag{1.9}$$

Dimana Q_{enc} merupakan total muatan yang diselimuti oleh permukaan (Gambar 1.4).



Gambar 1.4 Flux medan listrik

Hukum Gauss pada persamaan 1.9 berbentuk integral, namun kita dapat dengan mudah mengubahnya menjadi persamaan diferensial dengan menerapkan teorema divergensi.

$$\oint_S \mathbf{E}.d\mathbf{a} = \int_V (\nabla \cdot \mathbf{E})\, d\tau$$

Dengan menulis kembali Q_{enc} dalam bentuk ρ, kita dapatkan:

$$Q_{enc} = \int_V \rho d\tau$$

Sehingga **Hukum Gauss** menjadi:

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{E})\, d\tau = \int_V \left(\frac{\rho}{\varepsilon_0}\right) d\tau$$

Karena Hukum Gauss berlaku untuk sembarang volume, integrannya harus:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.10}$$

Pada kasus elektrostatik, curl dari medan listrik sama dengan nol. Hal ini didapat dari penerapan teorema Stokes.

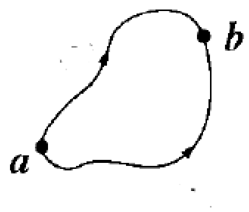
$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \tag{1.11}$$

5. Potensial Listrik

Perhatikan Gambar 1.5. Potensial listrik dirumuskan dengan:

$$V(\mathbf{r}) \equiv -\int_{O}^{\mathbf{r}} \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} \tag{1.12}$$

dimana O merupakan titik acuan, kemudian V hanya bergantung pada **r.** V merupakan potensial listrik.



Gambar 1.5 Potensial listrik

Jelaslah bahwa beda potensial antara dua titik **a** dan **b** adalah:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{b}) - V(\mathbf{a}) &= -\int_{O}^{\mathbf{b}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{O}^{\mathbf{a}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= -\int_{O}^{\mathbf{b}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{O}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= -\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \end{aligned} \tag{1.13}$$

Sekarang, teorema fundamental untuk gradien menyatakan bahwa:

$$V(\mathbf{b}) - V(\mathbf{a}) = -\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} (\nabla V).\, d\mathbf{l}$$

maka

$$\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} (\nabla V).\, d\mathbf{l} = -\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Karena akhirnya, ini benar untuk sembarang titik **a** dan **b**, integran-integrannya harus sama dengan:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{1.14}$$

6. Persamaan Poisson dan Persamaan Laplace

Kita ketahui bahwa $\mathbf{E} = -\nabla V$. Persamaan dasar untuk **E** adalah

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \text{ dan } \nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

Dalam bentuk V, $\nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot (-\nabla V) = -\nabla^2 V$. Divergensi **E** adalah laplacian dari V. Hukum Gauss menyatakan bahwa

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.15}$$

Persamaan 1.15 disebut sebagai persamaan Poisson. Di daerah dimana tidak ada muatan, sehingga $\rho = 0$, persamaan Poisson direduksi menjadi **persamaan Laplace**:

$$\nabla^2 V = 0 \tag{1.16}$$

7. Konduktor

Di dalam sebuah insulator, setiap elektron melekat pada atom tertentu. Namun pada konduktor logam berlaku sebaliknya, satu atau lebih elektron per atom bergerak bebas di dalam suatu materi. Sebuah konduktor sempurna akan menjadi bahan yang mengandung pasokan tak terbatas dari muatan yang benar-benar bebas. Dalam kehidupan nyata, tentu tidak ada konduktor yang sempurna. Beberapa sifat elektrostatik dasar untuk konduktor ideal, berlaku:

(i) $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ di dalam konduktor.

(ii) $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{0}$ di dalam konduktor**.** Hal ini memenuhi Hukum Gauss yaitu $\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$. Jika $\mathbf{E} = \mathbf{0}$**,** maka begitu juga dengan ρ.

(iii) Setiap muatan bersih berada di permukaan.

(iv) Konduktor adalah ekuipotensial. Jika **a** dan **b** merupakan dua titik di dalam (di atas permukaan) suatu konduktor tertentu, maka $V(\mathbf{b}) - V(\mathbf{a}) = -\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, sehingga $V(\mathbf{a}) = V(\mathbf{b})$.

(v) **E** tegak lurus terhadap permukaan, tepat di luar konduktor.

8. Kapasitor

Anggap kita memiliki dua buah konduktor bermuatan $+Q$ dan $-Q$ seperti pada Gambar 1.6. Karena V konstan, kita dengan jelas dapat merumuskan:

$$V = V_+ - V_- = -\int_{(-)}^{(+)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \qquad (1.17)$$

Gambar 1.6 Dua buah konduktor bermuatan $+Q$ dan $-Q$

Medan listrik **E** proporsional terhadap Q. Berdasarkan Hukum Coulomb berlaku:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho}{s^2} \hat{\boldsymbol{s}}\, d\tau$$

Karena **E** proporsional terhadap Q, maka demikian juga dengan V. Konstanta proporsionalitasnya disebut kapasitansi yang dirumuskan sebagai:

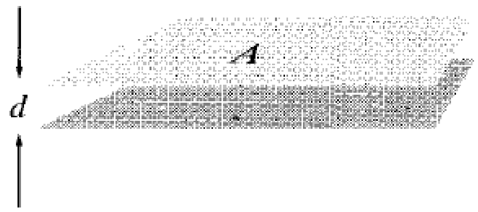
$$C \equiv \frac{Q}{V} \tag{1.18}$$

Pada dua buah plat sejajar Gambar (1.7), perbedaan potensial listrik pada kedua plat adalah:

$$V = \frac{Q}{A\varepsilon_0} d \tag{1.19}$$

Oleh karena itu:

$$C = \frac{A\varepsilon_0}{d} \tag{1.20}$$



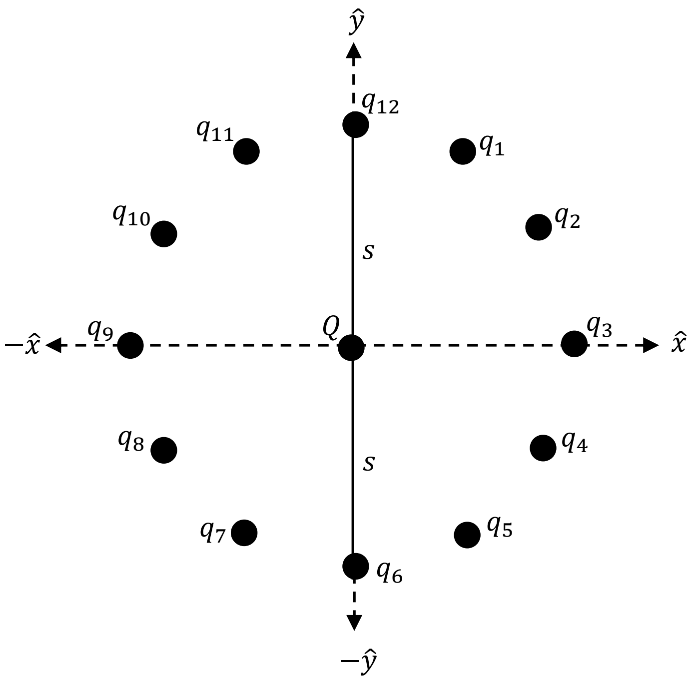
Gambar 1.7 Kapasitor plat sejajar

B. CONTOH SOAL

1. Dua belas muatan yang sama masing-masing sebesar q terletak di sudut-sudut poligon beraturan bersisi 12.
   a. Berapakah gaya total pada muatan uji Q yang terletak di tengah?
   b. Jika salah satu dari kedua belas q dihilangkan (misal q di posisi jam 6), berapakah gaya pada Q. Jelaskan alasan Anda!

Solusi

a) Perhatikan gambar berikut:



Kita tinjau gaya pada muatan Q akibat muatan q_{12} dan q_6

$$\mathbf{F}_{q_{12}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{12}Q}{s^2}(-\hat{\boldsymbol{y}})$$

$$\mathbf{F}_{q_6} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_6 Q}{s^2}(\hat{\boldsymbol{y}})$$

$$\mathbf{F}_{q_{12}} + \mathbf{F}_{q_6} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{12}Q}{s^2}(-\hat{\boldsymbol{y}}) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_6 Q}{s^2}(\hat{\boldsymbol{y}})$$

Karena $q_{12} = q_6 = q$, maka

$$\mathbf{F}_{q_{12}} + \mathbf{F}_{q_6} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{s^2}(-\hat{\boldsymbol{y}}) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{s^2}(\hat{\boldsymbol{y}})$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{s^2}(-\hat{\boldsymbol{y}} + \hat{\boldsymbol{y}})$$

$$= 0$$

Perhatikan bahwa penjumlahan gaya akibat muatan-muatan q yang saling berhadapan menghasilkan nol. Artinya $\mathbf{F}_{total} = \mathbf{F}_{q_{12}} + \mathbf{F}_{q_6} = \mathbf{F}_{q_1} + \mathbf{F}_{q_7} = \mathbf{F}_{q_2} + \mathbf{F}_{q_8} = \mathbf{F}_{q_3} + \mathbf{F}_{q_9} = \mathbf{F}_{q_4} + \mathbf{F}_{q_{10}} = \mathbf{F}_{q_5} + \mathbf{F}_{q_{11}} = 0$.

b) Jika q_6 dihilangkan, maka gaya total pada muatan Q tidak akan sama dengan nol, karena tidak semua muatan memiliki pasangan. Semua muatan yang memiliki pasangan (berhadapan) menghasilkan nol. Ketika q_6 dihilangkan, maka hanya q_{12} yang tidak memiliki pasangan, sehingga gaya pada Q adalah:

$$\mathbf{F}_{total} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{s^2}(-\hat{\boldsymbol{y}})$$

2. Apabila potensial dalam ruang memiliki fungsi berbentuk $V = 80x^2 + 60y^2$, tentukanlah medan listrik di titik (-2,4,6) m.

Solusi

Medan listrik dapat dinyatakan sebagai

$$\mathbf{E}(x, y, z) = -\nabla V$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\boldsymbol{x}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\boldsymbol{y}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\boldsymbol{z}}\right)(80x^2 + 60y^2)$$

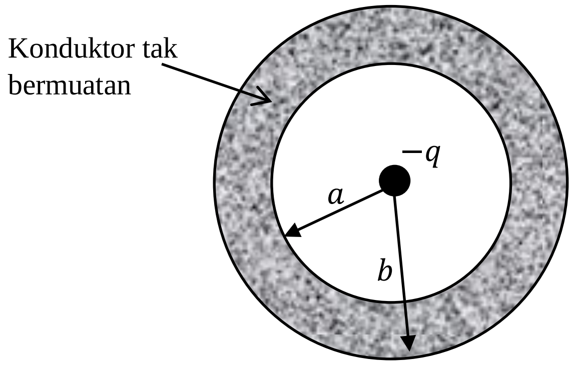
$$= -160x\hat{\boldsymbol{x}} - 120\text{y}\hat{\boldsymbol{y}}$$

Medan listrik di titik (-2,4,6) m adalah

$$\mathbf{E}(-2,4,6) = -160(-2)\hat{\boldsymbol{x}} - 120(4)\hat{\boldsymbol{y}}$$

$$= 320)\hat{\boldsymbol{x}} - 480(4)\hat{\boldsymbol{y}}\ \frac{N}{C}$$

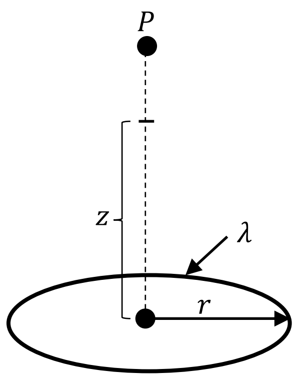
3. Sebuah kulit bola konduktor tebal yang tidak bermuatan mempunyai jari-jari dalam a dan jari-jari luar b. Pada titik pusat bola diletakkan muatan $-q$. Tentukan medan listrik di dalam rongga bola, di dalam konduktor dan di luar bola.



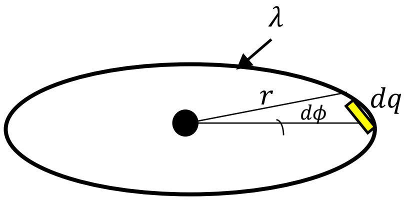
Solusi

$$E = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{-q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} & r < a \text{ (di dalam rongga bola)} \\ 0 & a \le r \le b \text{ (di dalam kondutor)} \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{-q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}, & r > b \text{ (di luar bola)} \end{cases}$$

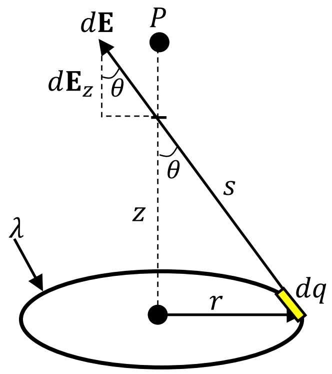
4. Tentukan medan listrik pada jarak z di atas pusat loop berjari-jari r yang membawa muatan garis seragam λ.



Solusi



$$dq = \lambda r d\phi$$



$$d\mathbf{E}_z = d\mathbf{E}\cos\theta, \quad \cos\theta = \frac{z}{s}, \;\; s = \sqrt{z^2 + r^2}$$

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{s^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda r d\phi}{s^2}$$

$$d\mathbf{E}_z = d\mathbf{E}\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda r d\phi}{s^2}\frac{z}{s} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda r d\phi}{s^3}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda r d\phi}{(\sqrt{z^2 + r^2})^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda r d\phi}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

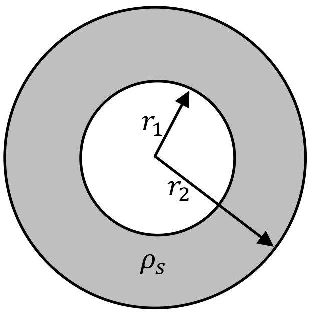
Dengan mudah $\mathbf{E}_z$ dapat ditentukan menggunakan integral

$$\mathbf{E}_z = \int d\mathbf{E}_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda r}{(z^2 + r^2)^{3/2}}\int_{\phi=0}^{2\pi} d\phi$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\lambda 2\pi r}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

C. SOAL LATIHAN

1. Terdapat 13 muatan yang sama sebesar q, ditempatkan pada sudut-sudut poligon bersisi 13 beraturan.
    a. Berapakah gaya pada muatan uji Q yang terletak di pusat?
    b. Jika salah satu dari ketiga belas q dihilangkan, berapakah nilai gaya pada Q? Jelaskan!
2. Tinjau sebuah kapasitor plat sejajar dengan rapat muatan yang seragam σ, luas permukaan A dan jarak antar plat d. Bila diketahui ruang antar plat adalah vakum, tentukan beberapa cara menaikkan kapasitansi dari kapasitor tersebut.
3. Sebuah bola pejal isolator bermuatan total sebesar Q yang tersebar merata pada seluruh bola, jika jari-jari bola adalah R, maka dengan menggunakan Hukum Gauss, tentukan:
    a. Medan listrik di dalam dan luar bola tersebut!
    b. Potensial elektrostatis di pusat bola tersebut!
4. Gambar berikut menampilkan sebuah cincin pada bidang $x - y$ yang amat tipis dengan jari-jari dalam r_1 dan jari-jari luar r_2 serta titik pusatnya di titik $z = 0$. Cincin tersebut memiliki rapat muatan bidang $\rho_s = \rho_0/r$, dengan ρ_0 konstan dan $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.



Tentukan medan listrik $\vec{E}(x = 0, y = 0, z)$ yang dihasilkan cincin pada sumbu z.

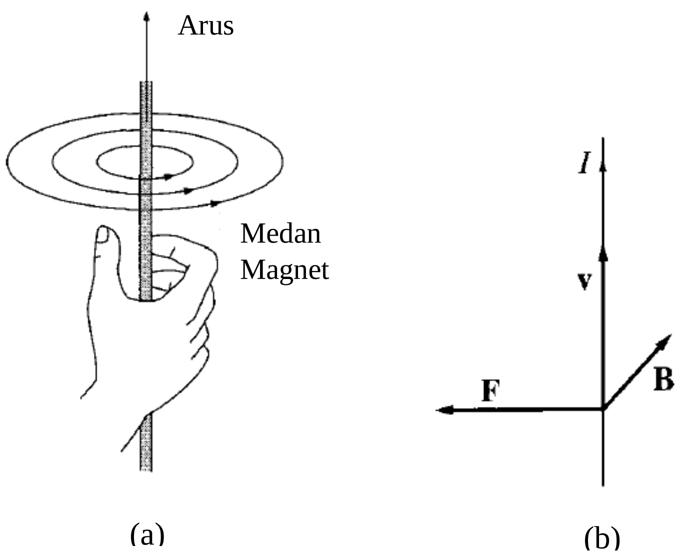
BAB II
MAGNETOSTATIKA

A. TEORI SINGKAT

1. Hukum Gaya Lorentz

Medan Magnet

Kasus elektrostatika merupakan kasus kelistrikan dimana muatan sumbernya diam (meskipun muatan uji tidak perlu). Jika kita mempertimbangkan gaya antar muatan yang bergerak maka kita sedang membahas kasus magnetostatika. Suatu muatan yang bergerak menghasilkan arus listrik. Keberadaan arus listrik dapat membangkitkan medan magnet. Perhatikan Gambar 2.1 (a). Medan magnet dari sebuah kawat berarus tidak mengarah ke kawat dan tidak juga menjauh dari kawat, melainkan melingkar di sekitar kawat.



Gambar 2.1 Arah medan magnet pada kawat berarus

Pada kawat kedua (Gambar 2.1 (b)), medan magnet mengarah ke dalam 'halaman', kecepatan muatan ke atas sementara gaya yang dihasilkan mengarah ke kiri.

Gaya Magnet

Kita mungkin terpikir bahwa kombinasi arah pada Gambar 2.1 (a) tepat untuk *cross product*. Faktanya, gaya magnet dalam muatan Q yang bergerak dengan kecepatan v dalam sebuah medan magnet **B** adalah:

$$\mathbf{F}_{\text{mag}} = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

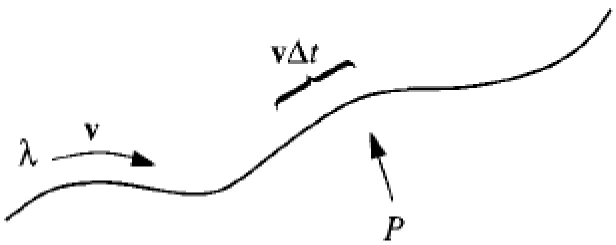
Persamaan 2.1 disebut sebagai **Hukum Gaya Lorentz**. Dengan adanya medan listrik dan medan magnet, gaya total pada Q adalah:

$$\mathbf{F} = Q[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})] \quad (2.2)$$

Arus Listrik

Arus dalam kawat merupakan muatan per satuan waktu yang melewati suatu titik tertentu. Menurut definisi, muatan negatif yang bergerak ke kiri sedangkan muatan positif ke kanan. Arus diukur dalam Coulomb per detik, atau Ampere (A), $1\text{A} = 1\ \text{C/s}$. Pada **muatan garis** λ yang menyusuri kawat dengan kecepatan v (Gambar2.2) membentuk arus $I = \lambda v$, karena segmen dengan panjang $v\Delta t$, melewati titik P dalam selang waktu Δt. Arus sebenarnya merupakan sebuah vektor:

$$\mathbf{I} = \lambda \mathbf{v} \quad (2.3)$$



Gambar 2.2 Muatan garis yang menyusuri kawat

Gaya magnetik pada segmen kawat berarus:

$$\mathbf{F}_{\text{mag}} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B})dq = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B})\lambda dl = \int (\mathbf{I} \times \mathbf{B})dl \tag{2.4}$$

Karena **I** dan dl menunjuk ke arah yang sama, kita juga dapat menulis persamaan 2.4 menjadi:

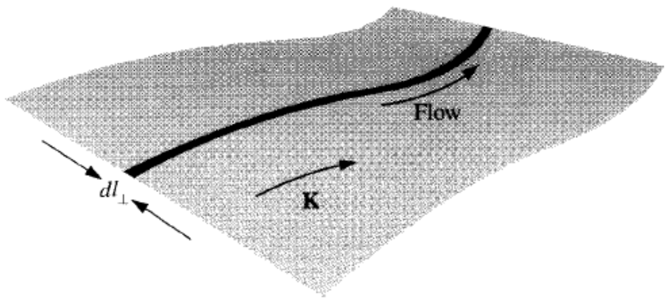
$$\mathbf{F}_{\text{mag}} = \int I(dl \times \mathbf{B}) = I \int (dl \times \mathbf{B}) \tag{2.5}$$

Sementara itu, matan yang mengalir di atas permukaan (Gambar 2.3) dapat digambarkan sebagai **rapat arus permukaan K**, didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{K} \equiv \frac{d\mathbf{I}}{dl_{\perp}} \tag{2.6}$$

Dengan kata lain, **K** adalah arus per satuan lebar (tegak lurus ke arah aliran). Khususnya, jika rapat muatan permukaan (yang bergerak) adalah σ dan kecepatannya **v**, maka:

$$\mathbf{K} = \sigma\mathbf{v} \tag{2.7}$$



Gambar 2.3 Muatan permukaan

Secara umum, **K** akan bervariasi dari titik ke titik di atas permukaan, mencerminkan variasi dalam σ dan/atau **v.** Gaya magnet pada arus permukaan adalah:

$$\mathbf{F}_{\text{mag}} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B})\sigma\, da = \int (\mathbf{K} \times \mathbf{B})\ da \qquad (2.8)$$

Selanjutnya, untuk rapat arus volume $\mathbf{J}$ berdasarkan Gambar 2.4 didefinisikan sebagai:

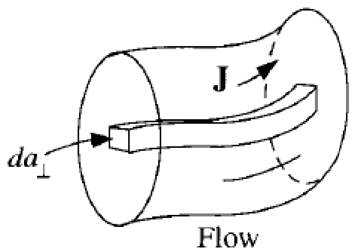
$$\mathbf{J} \equiv \frac{d\mathbf{I}}{da_{\perp}} \qquad (2.9)$$

Dengan kata lain, $\mathbf{J}$ adalah arus per satuan luas tegak lurus ke aliran. Jika rapat muatan volum (yang bergerak) adalah ρ dan kecepatannya $\mathbf{v}$, maka:

$$\mathbf{J} = \rho\mathbf{v} \qquad (2.10)$$

Oleh karena itu, gaya magnetik pada arus volum adalah:

$$\mathbf{F}_{\text{mag}} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B})\rho\, d\tau = \int (\mathbf{J} \times \mathbf{B})\, d\tau \qquad (2.11)$$



Gambar 2.4 Arus volum

2. Persamaan Kontinuitas

Apabila terdapat suatu muatan akan listrik dalam suatu ruang, maka ketika terjadi perubahan muatan listrik maka aka ada muatan listrik yang keluar atau masuk ke dalam ruangan tersebut. Hal ini disebut sebagai **kekekalan muatan**. Kita dapat menuliskan peristiwa tersebut secara matematis, dimana jumlah muatan Q dalam suatu ruangan dapat ditentukan dengan persamaan:

$$Q = \int_V \rho(\mathbf{r}, t) d\tau \tag{2.12}$$

dimana ρ merupakan rapat muatan dan τ adalah volume dari ruangan. Ketika ada perubahan nilai muatan pada suatu waktu, maka dapat kita tulis:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \int_V \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} d\tau \tag{2.13}$$

Pada ruas kiri merupakan arus dengan kerapatan $\mathbf{J}$ pada luasan $\mathbf{a}$, sehingga bisa ditulis:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \tag{2.14}$$

Penggabungan persamaan 2.13 dan persamaan 2.14 menghasilkan:

$$\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau \tag{2.15}$$

Dengan menggunakan aturan divergensi, kita peroleh:

$$\int_V (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J})\, d\tau = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau \tag{2.16}$$

sehingga

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{2.17}$$

Persamaan 2.17 disebut **persamaan kontinuitas**, yang menyatakan kekekalan muatan.

3. Hukum Biot-Savart

Arus Steady

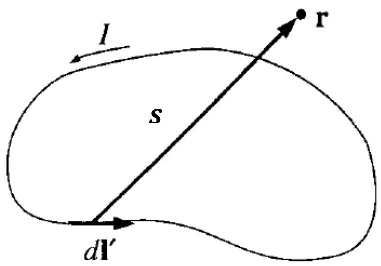
Muatan stasioner menghasilkan medan listrik yang konstan terhadap waktu (elektrostatik). Sementara, **arus *steady*** menghasilkan medan magnet konstan terhadap waktu (magnetostatika). Ketika suatu arus *steady* mengalir pada suatu kawat, besarnya $\boldsymbol{I}$ harus sama sepanjang garis, jika tidak muatan akan menumpuk di suatu tempat dan tidak akan menjadi arus *steady*. Dengan cara yang sama, $\partial\rho/\partial t = 0$ dalam magnetostika, oleh karena itu persamaan kontinuitas (2.17) menjadi:

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{2.18}$$

Medan Magnet pada Arus Steady

Medan magnet pada arus garis *steady* diberikan oleh Hukum **Biot-Savart**:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\mathbf{I} \times \hat{\boldsymbol{s}}}{\boldsymbol{s}^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{dl \times \hat{\boldsymbol{s}}}{s^2} \tag{2.19}$$



Gambar 2.5 Arus *steady*

Proses integral berlaku sepanjang jalur ke arah aliran. dl merupakan elemen panjang sepanjang kawat, sedangkan $\boldsymbol{s}$ merupakan vektor dari sumber ke titik $\mathbf{r}$ (Gambar 2.5). Konstanta μ_0 disebut permeabilitas ruang hampa yang nilainya $4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$. Sebagai starting point untuk magnetostatika, Hukum

Biot-Savart memainkan peran yang analog dengan Hukum Coulomb kasus elektrostatik. Memang ketergantungan $1/s^2$ berlaku untuk kedua hukum tersebut.

4. Divergensi dan Curl B

Arus Garis Lurus

Jika aliran muatan direpresentasikan oleh rapat arus $\mathbf{J}$, arus tertutupnya adalah:

$$I_{enc} = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \tag{2.20}$$

sementara integral garis untuk **B**:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc} \tag{2.21}$$

Substitusi persamaan 2.20 dan 2.21 serta dengan menerapkan Teorema Stokes pada persamaan 2.21, maka:

$$\int (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{a} = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \tag{2.22}$$

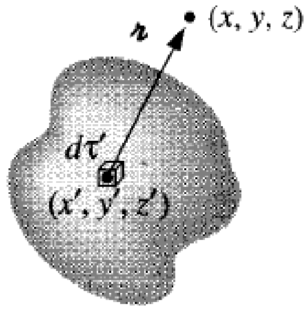
Dan karenanya

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \tag{2.23}$$

Divergensi B

Hukum Biot-Savart utuk kasus umum arus volume adalah

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \hat{\boldsymbol{s}}}{s^2} d\tau' \tag{2.24}$$



Gambar 2.6 Arus volum

dimana **B** merupakan fungsi (x, y, z), $\mathbf{J}$ sebagai fungsi (x', y', z'), $\boldsymbol{s} = (x - x')\hat{\mathbf{x}} + (y - y')\hat{y} + (z - z')\hat{\mathbf{z}}$, dan $d\tau' = dx' + dy' + dz'$.

Dengan mengaplikasikan divergensi ke persamaan 2.24 maka diperoleh:

$$\boldsymbol{\nabla}.\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \boldsymbol{\nabla}.\left(\frac{\mathbf{J} \times \hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) d\tau' \qquad (2.25)$$

Berdasarkan identitas vektor dimana $\boldsymbol{\nabla} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B})$, maka $\boldsymbol{\nabla}.\left(\frac{\mathbf{J}\times\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right)$ pada persamaan 2.25 menjadi:

$$\boldsymbol{\nabla}.\left(\frac{\mathbf{J} \times \hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) = \frac{\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2} \cdot (\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{J}) - \mathbf{J} \cdot \left(\boldsymbol{\nabla} \times \frac{\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) \qquad (2.26)$$

Perlu diingat bahwa $\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{J} = 0$, karena $\mathbf{J}$ tidak bergantung pada variabel (x, y, z), sedangkan$\nabla \times \left(\frac{\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) = 0$, maka:

$$\boldsymbol{\nabla}.\mathbf{B} = 0 \qquad (2.27)$$

Curl B

Dengan mengaplikasikan curl pada persamaan 2.24, didapatkan:

$$\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \boldsymbol{\nabla} \times \left(\frac{\mathbf{J} \times \hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) d\tau' \qquad (2.28)$$

Kita ketahui bahwa $\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{A})$, sehingga:

$$\nabla \times \left(\mathbf{J} \times \frac{\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) = \mathbf{J}\left(\nabla \cdot \frac{\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) - (\mathbf{J} \cdot \nabla)\frac{\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2} \tag{2.29}$$

karena $\mathbf{J}$ tidak bergantung pada x, y, z, integrasi kedua menjadi nol, dan kita ketahui bahwa:

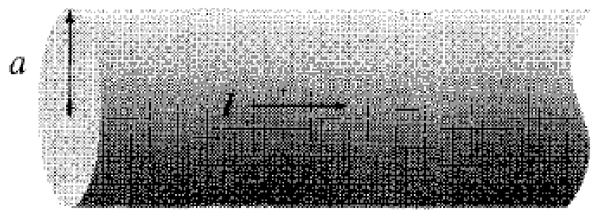
$$\nabla \cdot \left(\frac{\hat{\boldsymbol{s}}}{s^2}\right) = 4\pi\delta^3(\boldsymbol{s}) \tag{2.30}$$

sehingga:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \mathbf{J}(\mathbf{r}')4\pi\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\, d\tau' = \mu_0\mathbf{J}(\mathbf{r}) \tag{2.31}$$

B. CONTOH SOAL

1. Perhatikan Gambar di bawah. Arus I terdistribusi merata pada seutas kawat berpenumpang melingkar dengan jari-jari a. Tentukan rapat arus volum J.



Solusi

Luas areal yang tegak lurus aliran adalah πa^2, sehingga

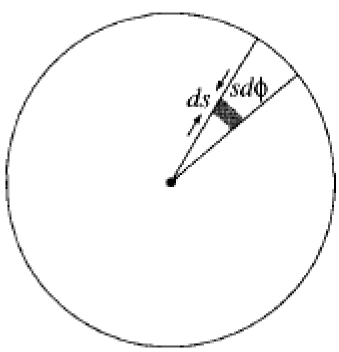
$$J = \frac{1}{\pi a^2}$$

Hal ini tentu hal mudah karena kerapatan arusnya seragam.

2. Misalkan rapat arus kawat sebanding dengan jarak dari sumbu $J = ks$ (untuk beberapa konstanta k). Tentukan arus total dalam kawat.

Solusi

Perhatikan gambar berikut:



Karena J bervariasi dengan s, kita harus mengintegrasikan persamaan $J \equiv \frac{d\mathbf{I}}{da_\perp}$ (Persamaan 2.9). Arus di tempat yang diarsir adalah $J da_\perp = s\ ds\ d\phi$, jadi

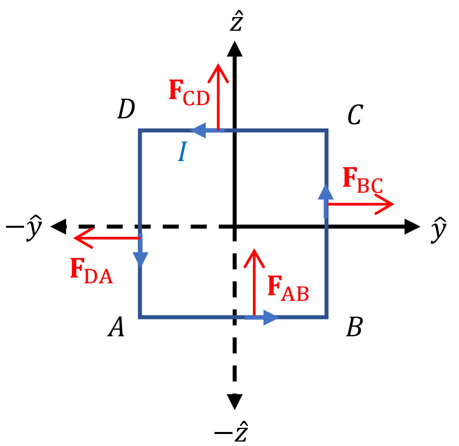
$$I = \int (ks)(s\ ds\ d\phi)$$

$$= 2\pi k \int_0^a s^2\ ds$$

$$= \frac{2\pi k a^3}{3}$$

3. Medan magnet di suatu daerah berbentuk $\mathbf{B} = kz\,\hat{\mathbf{x}}$, dimana k adalah konstanta. Tentukan gaya pada lingkaran loop persegi (sisi a), terletak di bidang yz dan berpusat di titik asal. Jika loop tersebut membawa arus I, mengalir dalam arah berlawanan jarum jam ketika Anda melihat sumbu x.

Solusi



$$\mathbf{F}_{\text{total}} = \mathbf{F}_{\text{AB}} + \mathbf{F}_{\text{BC}} + \mathbf{F}_{\text{CD}} + \mathbf{F}_{\text{DA}}$$

$$\mathbf{F} = I \int dl \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = I \int dl \times kz\,\hat{x}$$

$$\mathbf{F}_{\text{AB}} = I \int_{-a/2}^{a/2} \hat{y}\ dy \times k\left(\frac{-a}{2}\right)\hat{x}$$

$$= -Ik\frac{a}{2} \int_{-a/2}^{a/2} (\hat{y} \times \hat{x})\ dy$$

$$= -Ik\frac{a}{2} \int_{-a/2}^{a/2} (-\hat{z})\ dy$$

$$= Ik\frac{a}{2}\hat{z} \int_{-a/2}^{a/2} dy$$

$$= Ik\hat{z}\frac{a}{2}[y]_{-a/2}^{a/2}$$

$$= Ik\frac{a^2}{2}\hat{z}$$

Dengan cara yang sama didapatkan

$$\mathbf{F}_{\mathrm{CD}} = Ik\frac{a^2}{2}\hat{z}$$

Lalu bagaimana dengan $\mathbf{F}_{\mathrm{BC}}$ dan $\mathbf{F}_{\mathrm{DA}}$? Perhatikan arah gaya pada gambar di atas, terlihat bahwa gaya $\mathbf{F}_{\mathrm{BC}}$ dan $\mathbf{F}_{\mathrm{DA}}$ memiliki arah yang berlawanan (kaidah tangan kanan, lihat Gambar 2.1), sehingga keduanya saling meniadakan ($\mathbf{F}_{\mathrm{BC}} + \mathbf{F}_{\mathrm{DA}} = \mathbf{0}$).

Dengan demikian maka:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{total}} = \mathbf{F}_{\mathrm{AB}} + \mathbf{F}_{\mathrm{BC}} + \mathbf{F}_{\mathrm{CD}} + \mathbf{F}_{\mathrm{DA}}$$

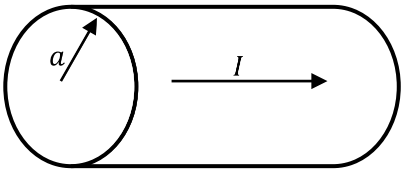
$$\mathbf{F}_{\mathrm{total}} = \mathbf{F}_{\mathrm{AB}} + \mathbf{F}_{\mathrm{DA}}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{total}} = Ik\frac{a^2}{2}\hat{z} + Ik\frac{a^2}{2}\hat{z}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{total}} = Ika^2\hat{z}$$

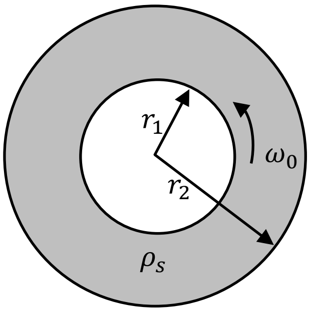
C. SOAL LATIHAN

1. Suatu arus yang besarnya I dialirkan pada selubung silinder tembaga dengan radius a yang sangat panjang seperti gambar di bawah. Berapa besarnya medan magnet di dalam silinder dan di luar silinder.



   a. Berapakah gaya pada muatan uji Q yang terletak di pusat?
   b. Jika salah satu dari ketiga belas q dihilangkan, berapakah nilai gaya pada Q? Jelaskan!

2. Soal ini merupakan kelanjutan dari soal latihan pada BAB I (ELEKTROSTATIKA) tepatnya soal Nomor 3.
   Sekarang cincin di atas diputar mengitari titik pusatnya dengan kecepatan sudut konstan ω_0 yang melawan arah putaran jarum jam bila dilihat dari atas (lihat Gambar).



   a. Tentukan rapat arus bidang yang timbul pada cincin. Ingat bahwa $\vec{J}_s = \rho v_s$, dengan v_s merupakan kecepatan linear.
   b. Tentukan medan induksi magnetik $\vec{B}(x = 0, y = 0, z)$ yang dihasilkan rapat arus bidang $\vec{J}_s$ pada sumbu z.

BAB III
PERSAMAAN MAXWEL

A. TEORI SINGKAT

1. Elektrodinamika Sebelum Maxwell

Curl dan divergensi dari medan listrik dan medan magnet sebelum kontribusi Maxwell adalah

(i) $\mathbf{\nabla} \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (Hukum Gauss)

(ii) $\mathbf{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0$ (Hukum Tanpa Nama)

(iii) $\mathbf{\nabla} \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ (Hukum Faraday) → $\mathbf{B}$ dapat menginduksi $\mathbf{E}$

(iv) $\mathbf{\nabla} \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$ (Hukum Ampere) → $\mathbf{J}$ dapat menginduksi $\mathbf{B}$

Perhatikan bahwa jika kita menerapkan divergensi pada persamaan (iii) maka

$$\mathbf{\nabla} \cdot (\mathbf{\nabla} \times \mathbf{E}) = \mathbf{\nabla} \cdot \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{\nabla} \cdot \mathbf{B}) \tag{3.1}$$

ruas paling kiri bernilai nol karena divergensi dari curl adalah nol, demikian juga dengan ruas paling kanan juga bernilai nol karena $\mathbf{\nabla} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{0}$ (persamaan (ii)).

Persamaan (iii) secara matematis terlihat konsisten, namun tidak demikian dengan persamaan (iv). Perhatikan bahwa jika divergensi diterapkan pada persamaan (iv)

$$\mathbf{\nabla} \cdot (\mathbf{\nabla} \times \mathbf{B}) = \mathbf{\nabla} \cdot (\mu_0 \mathbf{J}) = \mu_0 (\mathbf{\nabla} \cdot \mathbf{J}) \tag{3.2}$$

ruas paling kiri bernilai nol namun tidak demikian dengan ruas paling kanan yang secara umum tidak bernilai nol karena terdapat $\mathbf{J}$ (kecuali pada arus *steady*, $\mathbf{J} = 0$). Tidak konsistennya persamaan (iv) menjadi inisiasi bagi Maxwell untuk melakukan koreksi.

2. Koreksi Maxwell terhadap Hukum Ampere

Permasalahan pada persamaan 3.2 adalah bahwa ruas kanan yaitu $\mu_0(\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J})$ seharusnya bernilai nol, namun ternyata tidak. Dengan menerapkan persamaan kontinuitas 2.17 yaitu $\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J} = -\partial\rho/\partial t$ dan Hukum Gauss yaitu $\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$, maka

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0 \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{E})$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{J} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \left(\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \left(\mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = 0 \tag{3.3}$$

Dari persamaan 3.3 kita simpulkan bahwa jika kita tambahkan kuantitas pada $\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ dengan $\mathbf{J}$ dalam Hukum Ampere, maka ketidakkonsistenan pada hukum tersebut untuk kasus di luar magnetostatika dapat datasi. Dengan demikian, Hukum Ampere yang baru dengan koreksi Maxwell adalah

$$\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{3.4}$$

Perlu diketahui bahwa perubahan medan listrik $\left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$ akan menginduksi/ menyebabkan perubahan medan magnet $(\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B})$. Untuk kasus magnetostatika (atau $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$) persamaan 3.4 kembali mereduksi menjadi Hukum Ampere yang semula yaitu $\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. Jadi, persamaan 3.4 merupakan generalisasi dari Hukum Ampere.

Maxwell menyebutkan suku koreksinya sebagai rapat arus pergeseran $\mathbf{J}_d$:

$$\mathbf{J}_d \equiv \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{3.5}$$

yang mempunyai pengertian bahwa: perubahan listrik dapat menginduksikan medan magnet, seperti halnya perubahan medan magnet dapat menginduksikan medan listrik (Hukum Faraday).

Persamaan 3.5 dapat juga ditulis dalam bentuk integral:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc} + \mu_0 \varepsilon_0 \int \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \cdot d\boldsymbol{a}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I_{enc} + I_d) \tag{3.6}$$

dengan $I_d = \varepsilon_0 \int \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \cdot d\boldsymbol{a} = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$ adalah arus pergeseran.

3. Persamaan Maxwell

Setelah dilakukan koreksi pada Hukum Ampere, maka keempat Hukum elektrodinamika tersebut dinamakan persamaan Maxwell yaitu:

(i) $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (Hukum Gauss)

(ii) $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ (Hukum Tanpa Nama)

(iii) $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ (Hukum Faraday) → **B** dapat menginduksi **E**

(iv) $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ (Hukum Ampere) → **E** dapat menginduksi **B**

Jika kita mengkaji medan listrik dan medan magnet pada bahan, maka persamaan Maxwell menjadi:

(i) $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$ → $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \equiv \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$

(ii) $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

(iii) $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

(iv) $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ → $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} = \frac{1}{\chi} \mathbf{M}$, $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}_d$

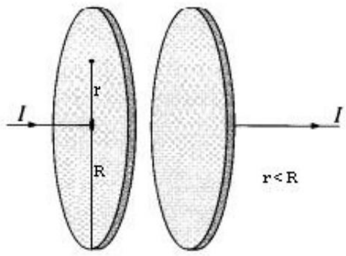
Keterangan:

- **D :** pergeseran listrik

- **P :** polarisasi listrik
- **H :** medan magnet dalam satuan ampere-turns per meter (At/m)
- $\mathbf{J}_f$ **:** rapat arus bebas
- $\mathbf{J}_d$ **:** rapat arus pergeseran
- **M :** Magnetisasi

B. CONTOH SOAL

1. Sebuah kapasitor plat sejajar yang berbentuk lingkaran dengan jari-jari R dimuati. Tentukan:
   a. Rapat arus pergeseran
   b. Medan magnet yang diinduksikan di antara plat pada jarak $r(r < R)$ dari pusat.



Solusi

a. Rapat arus pergeseran

$$\mathbf{J}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

b. Medan magnet yang diinduksikan di antara plat pada jarak $r(r < R)$ dari pusat.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int \mathbf{J}_d \cdot d\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{B}(2\pi r) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} (\pi r^2)$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

2. Cari bentuk medan listrik $\mathbf{E}$ yang terkait dengan medan magnet $\mathbf{B} = 3e^{-(x+at)\hat{z}}$ (tesla) dalam ruang hampa.

Solusi

Kita gunakan persamaan III Maxwell $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$. Untuk ruang hampa, $\mathbf{J} = 0$, sehingga

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0(0) + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \nabla \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \int (\nabla \times \mathbf{B})\, dt$$

Kita hitung dahulu $\nabla \times \mathbf{B}$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & 3e^{-(x+at)} \end{bmatrix}$$

$$= \hat{x}[0 - 0] + \hat{y}\left[0 - \left(-3e^{-(x+at)}\right)\right] + \hat{z}[0 - 0]$$

$$= 3e^{-(x+at)}\hat{y}$$

Dengan demikian

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \int (\nabla \times \mathbf{B})\, dt$$

$$= \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \int (3e^{-(x+at)}\hat{y})\, dt$$

$$= \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \left(-\frac{3}{a}\right) e^{-(x+at)}\hat{y}$$

$$= -\frac{3c^2}{a} e^{-(x+at)}\hat{y}$$

C. SOAL LATIHAN

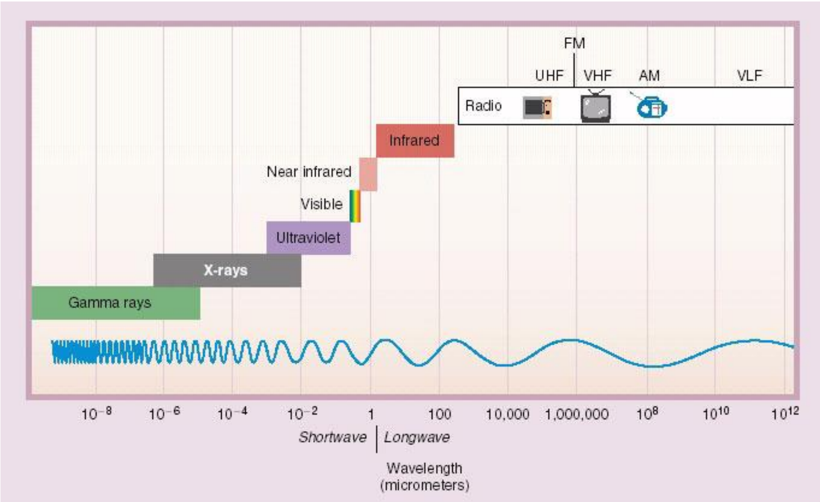
1. Diantara empat persamaan Maxwell, ada satu persamaan yang menunjukkan bahwa monopol magnetik itu tidak ada. Tuliskanlah persamaan yang menyatakan hal tersebut.
2. Arus pergeseran Maxwell dapat diabaikan dalam bahan konduktor sehingga rapat arus dalam bahan memenuhi Hukum Ohm $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$**,** dengan σ adalah konduktivitas bahan. Tentukan persamaan yang dipatuhi oleh medan $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu$ dalam bahan tersebut (dengan μ adalah permeabilitas bahan).
3. Diketahui medan pergeseran listrik $D = e^{-y(\cos x\,\hat{x} - \sin x\,\hat{y})}$. Hitung $\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{D}$**.**
4. Diketahui vektor magnetik $\mathbf{H}$ dalam suatu konduktor memiliki komponen Cartesian yang hanya bergantung pada z. Tentukan komponen vektor rapat arus pada arah z juga. (Gunakan hukum Ampere $\times\, \mathbf{H} = \mathbf{J}$).

BAB IV
GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK

A. TEORI SINGKAT

1. Gelombang Elektromagnetik

Gelombang elektromagnetik merupakan gelombang yang tidak membutuhkan medium dalam perambatannya. Energi elektromagnetik merambat dalam gelombang melalui beberapa karakter seperti panjang gelombang, amplitudo, frekuensi, dan kecepatan. Energi elektromagnetik dipancarkan atau dilepaskan pada level yang berbeda. Semakin tinggi level energi dalam suatu sumber energi, maka semakin rendah panjang gelombang dari energi yang dihasilkan akan tetapi semakin tinggi frekuensinya. Gelombang elektromagnetik adalah jenis dari gelombang dengan sifat umum yang disebut spektrum elektromagnetik.



Gambar 4.1 Spektrum Gelombang Elektromagnetik

Spektrum gelombang elektromagnetik dengan urutan dari panjang gelombang terbesar atau frekuensi terkecil ke panjang gelombang terkecil atau frekuensi terbesar terbagi menjadi 7 macam gelombang, yakni:

(i) **Gelombang radio** : dimanfaatkan untuk mentransmisikan sinyal pada jarak yang sangat jauh.

(ii) **Gelombang mikro** : ketika gelombang mikro diserap oleh sebuah benda, maka akan muncul efek pemanasan pada benda tersebut.

(iii) **Sinar inframerah** : sinar inframerah tidak dapat terlihat tetapi dapat terdeteksi diatas spektrum cahaya merah yang dipakai untuk memindahkan energi yang tidak terlalu besar.

(iv) **Cahaya tampak** : memiliki spektrum elektromagnetik yang bisa dideteksi oleh mata manusia.

(v) **Sinar ultraviolet** : sumber utama yang memancarkan sinar ultraviolet adalah matahari.

(vi) **Sinar X** : sinar ini memiliki nama lain yakni sinar rontgen. Merupakan salah satu bentuk dari radiasi elektromedik.

(vii) **Sinar gamma** : memiliki frekuensi paling tinggi dan daya tembus paling besar dari semua sinar yang ada di alam semesta.

Aliran energi dalam gelombang elektromagnetik dinyatakan dalam laju energi yang mengalir per satuan luas atau daya per satuan luas.

Persamaan medan listrik ditunjukkan pada persamaan di bawah ini,

$$E = E_{max} \sin(kx - \omega t) \tag{4.1}$$

Sedangkan untuk persamaan medan magnet ditunjukkan pada persamaan di bawah ini:

$$B = B_{max} \sin(kx - \omega t) \tag{4.2}$$

Gelombang elektromagnetik dapat dijelaskan melalui panjang gelombang, energi, dan frekuensinya. Ketiganya menggambarkan sifat cahaya yang berbeda, namun mereka terkait satu sama lain secara matematis. Dua persamaan di bawah ini menunjukkan hubungan:

$$f \times \lambda = c \tag{4.3}$$

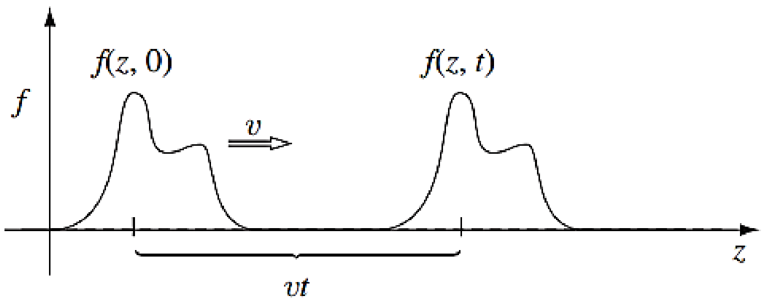
dimana f adalah frekuensi, λ adalah panjang gelombang, dan c merupakan kecepatan cahaya dengan nilai 3 x 10^8 m/s. Persamaan 5.3 menunjukkan hubungan antara frekuensi, panjang gelombang dan kecepatan cahaya. Sedangkan untuk hubungan antara frekuensi dan energi ditunjukkan pada persamaan dibawah ini :

$$E = h \times f \tag{4.4}$$

dimana E adalah energi dan h merupakan konstanta Planck. Persamaan gelombang elektromagnetik akan dijelaskan pada pembahasan berikutnya.

2. Persamaan Gelombang 1 Dimensi

Gelombang adalah gangguan dari medium kontinu yang merambat dengan bentuk tetap dengan kecepatan konstan.



Gambar 4.2 Gelombang dengan waktu yang berbeda

Gambar 4.2 menunjukkan gelombang pada dua waktu yang berbeda, yaitu pada *t* = 0, dan pada beberapa waktu kemudian waktu *t* di setiap titik pada bentuk gelombang hanya bergeser ke kanan sebesar *vt*, di mana *v* adalah kecepatan. Sehingga persamaan gelombang ditunjukkan pada persamaan 4.5 di bawah ini :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \tag{4.5}$$

dimana *v* adalah kecepatan propagasi yang berupa :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{4.6}$$

Persamaan gelombang 4.5 merupakan solusi pada semua fungsi gelombang :

$$f(z,t) = g\ (z - vt) \tag{4.7}$$

semua fungsi yang bergantung pada variabel *z* dan *t* dalam kombinasi khusus $u \equiv z - vt$, dan fungsi tersebut mewakili gelombang merambat ke arah-*z* dengan kecepatan v. Persamaan 4.7 dapat diuraikan menjadi :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{dg}{du}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{dg}{du}, \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{dg}{du}\frac{\partial u}{\partial t} = -v\frac{dg}{du}$$

dan

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{dg}{du}\right) = \frac{d^2 g}{du^2}\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{d^2 g}{du^2},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{dg}{du}\right) = -v\frac{d^2 g}{du^2}\frac{\partial u}{\partial t} = v^2\frac{d^2 g}{du^2}$$

sehingga,

$$\frac{d^2 g}{du^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

dengan catatan bahwa *g(u)* dapat berupa fungsi apa saja (dapat diturunkan) dengan apa pun. Jika gangguan merambat tanpa mengubah bentuk gelombang, maka memenuhi persamaan gelombang.

3. Gelombang Sinusoidal

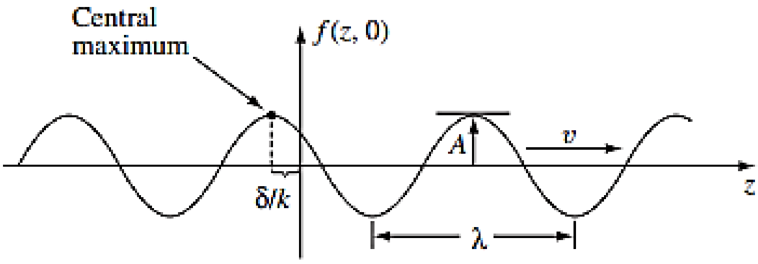
Dari semua kemungkinan bentuk gelombang, gelombang sinusoidal memiliki bentuk fungsi yang paling familiar sebagai berikut :

$$f\ (z,t) = A\cos[k(z - vt) + \delta] \qquad 4.8$$

Penggambaran mengenai fungsi gelombang sinusoidal ditunjukkan pada Gambar 4.3 pada saat t = 0. Dimana A adalah **amplitudo** gelombang (positif, dan mewakili perpindahan maksimum dari kesetimbangan). Argumen cosinus disebut fase, dan δ adalah **konstanta fase**. Sedangkan k merupakan **bilangan gelombang** dan λ merupakan **panjang gelombang**, dengan persamaan :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad 4.9$$

untuk saat z bergerak maju sebesar 2π/k, maka kosinus menjalankan satu siklus gelombang yang lengkap.



Gambar 4.3 Gelombang Sinusoidal

Seiring berjalannya waktu, seluruh rangkaian gelombang bergerak ke kanan, dengan kecepatan v. Pada semua titik-z tetap, dawai bergetar secara naik turun, menjalani satu siklus penuh pada satu **Periode** :

$$T = \frac{2\pi}{kv} \qquad (4.10)$$

Sedangkan untuk frekuensi (v) atau banyaknya osilasi per satuan waktu :

$$v = \frac{1}{T} = \frac{kv}{2\pi} = \frac{v}{\lambda} \qquad (4.11)$$

Selain itu terdapat unit lain yaitu frekuensi sudut (ω), yang merupakan analogi dari gerak melingkar beraturan, maknanya mewakili angka radian yang tersapu per satuan waktu :

$$\omega = 2\pi v = kv \qquad (4.12)$$

Sehingga, persamaan gelombang sinusoidal dengan v dapat diubah dengan menggunakan ω, maka persamaan dapat dituliskan menjadi :

$$f\ (z,t) = A \cos\ (kz - \omega t + \delta) \qquad (4.13)$$

apabila gelombang berjalan ke kanan. Sedangkan persamaan gelombang sinusoidal yang berjalan ke kiri ditunjukkan pada persamaan berikut :

$$f\ (z,t) = A\cos\ (-kz - \omega t + \delta) \tag{4.14}$$

Dalam penulisan dengan menggunakan Notasi Euler pada persamaan 4.15 :

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \qquad 4.15$$

Sehingga persamaan gelombang sinusoidal dapat dituliskan dengan menggunakan notasi Euler, menjadi :

$$f\ (z,t) = Re[Ae^{i(kz-\omega t+\delta)}] \qquad 4.16$$

B. CONTOH SOAL

1. Sebuah gelombang elektromagnetik merambat sepanjang arah-*x*, medan magnet berosilasi pada frekuensi 10^{10} Hz dan memiliki amplitudo sebesar 10^{-5} T, merambat di sepanjang arah sumbu-*y*. Hitunglah panjang gelombang tersebut dan tuliskan persamaan medan listrik dalam kasus ini.

   Solusi :

   $f = 10^{10}$ Hz

   $B_0 = 10^{-5}$ T

   c = cepat rambat cahaya ($3\ x\ 10^8$)

   (i) C = f.λ

   $$C = \frac{c}{f} = \frac{3\ x\ 10^8}{10^{10}} = 3\ x\ 10^{-2}\ \text{m}$$

   (ii) $E = E_0 \sin(kx - \omega t)$

   $$c = \frac{E_0}{B_0}$$

   $$E_0 = c\ x\ B_0 = 3\ x\ 10^8 x 10^{-5} = 3 \text{ x } 10^3$$

   $$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\ x\ 3.14\ x 10^{10}}{3\ x\ 10^8} = 2.09\ x\ 10^2$$

   Dimana,

   $$\omega = 2\pi f = 2\ x\ 3.14\ x 10^{10} = 6.28\ x\ 10^{10}$$

   Sehingga diperoleh panjang gelombang (λ) = 3 x 10^{-18} m. Sedangkan untuk persamaan medan listrik dengan menggunakan persamaan

   $$E = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

   Pada kasus ini diperleh persamaan medan listrik :

   $$\vec{E}(x,t) = 3 \text{ x } 10^3 \sin(2.09\ x\ 10^{18} x - 6.28 x 10^{10} t)$$

2. Hitunglah kecepatan gelombang elektromagnetik pada sebuah medium perambatan apabila amplitudo dari medan listrik (E) dan medan magnetnya (B) secara berurutan adalah 3 x 10^4 N/C dan 2 x 10^{-4}T.

   Solusi :

$$c = \frac{E_0}{B_0}$$

$$c = \frac{3\ x\ 10^4}{2\ x\ 10^{-4}} = 1.5\ x 10^4 \text{ m/s}$$

3. Sebuah magnetron dalam oven microwave memancarkan gelombang elektromagnetik dengan frekuensi *f* = 2450 MHz. Berapa kekuatan medan magnet yang dibutuhkan elektron untuk bergerak dalam lintasan melingkar dengan frekuensi ini

   Solusi :

   Kecepatan sudut atau kecepatan angular (ω)

   $$\omega = 2\pi f = 2\ x\ 3.14\ x\ 2450\ x\ 10^6$$

   $$\omega = 15.386\ x\ 10^6 = 1.54\ x\ 10^{10}$$

   Sedangkan untuk medan magnet dapat dihitung dengan menggunakan persamaan :

   $$B = \frac{m_e \omega}{|q|}$$

   Dimana massa elektron (m_e = 9.22 x 10^{-31} Kg) dan muatan elektron (q = 1.6 x 10^{-19} C).

   $$B = \frac{(9.22\ x\ 10^{-31})\ x\ (1.54\ x\ 10^{10})}{(1.60\ x 10^{-19})} = 8.87425\ x\ 10^{-2} \text{ T} = 0.0887 \text{ T}$$

   Medan magnet ini dapat dengan mudah diproduksi dengan magnet permanen. Jadi, gelombang elektromagnetik dengan frekuensi 2450 MHz dapat digunakan untuk memanaskan dan memasak makanan karena sangat kuat diserap oleh molekul air.

4. Tuliskan persamaan gelombang untuk gabungan dari dua gelombang sinusoidal dengan,

   $$f_3 = f_1 + f_2 = Re\left(\tilde{f_1}\right) + Re\left(\tilde{f_2}\right) = Re\left(\tilde{f_1} + \tilde{f_2}\right) = Re\left(\tilde{f_3}\right)$$

   $$\tilde{f_3} = \tilde{f_1} + \tilde{f_2}$$

Solusi :

Anda cukup menambahkan fungsi gelombang kompleks yang sesuai, dan kemudian mengambil bagian riil nya. Khususnya, jika mereka memiliki frekuensi dan bilangan gelombang yang sama,

$$\widetilde{f_3} = \widetilde{A_1} e^{i(kz-\omega t)} + \widetilde{A_2} e^{i(kz-\omega t)} = \widetilde{A_3} e^{i(kz-\omega t)}$$

dimana,

$$\widetilde{A_3} = \widetilde{A_1} + \widetilde{A_2}$$

atau,

$$A_3 e^{i\delta_3} = A_1 e^{i\delta_1} + A_2 e^{i\delta_1}$$

Dengan kata lain, Anda cukup menambahkan amplitudo (kompleks). Gelombang gabungan masih memiliki frekuensi dan panjang gelombang yang sama,Sehingga persamaan gelombang gabungan dari dua gelombang sinusoidal menjadi :

$$f_3(z,t) = A_3 \cos(kz - \omega t + \delta_3)$$

Selain itu kita dapat mengekpresikan kombinasi linear dari gelombang sinusoidal dengan :

$$\tilde{f}(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(k)\, e^{i(kz-\omega t)} dk$$

C. SOAL LATIHAN

1. Gelombang elektromagnetik memenuhi semua persamaan Maxwell. Pertimbangkan, diruang kosong, vektor medan listrik berikut :

$$\overline{E}_1 = \hat{x}\cos(\omega t - kz)$$
$$\overline{E}_2 = \hat{z}\cos(\omega t - kz)$$
$$\overline{E}_3 = (\hat{x} + \hat{z})\cos(\omega t + ky)$$
$$\overline{E}_4 = (\hat{x} + \hat{z})\cos\left(\omega t + k|x + z|/\sqrt{2}\right)$$

   Apakah vektor medan listrik ini memenuhi persamaan gelombang dan semua persamaan Maxwell? Manakah dari empat bidang yang memenuhi syarat sebagai gelombang elektromagnetik?

2. Diberikan vektor medan listrik,

$$E = \hat{x}E_0 \sin(kx - \omega t)$$

   merepresentasikan gelombang elektromagnetik yang merambat dalam arah sumbu +z. Bagaimana ekspresi vektor medan listrik apabila gelombang merambat ke arah sumbu −z?

3. Spektrum gelombang elektromagnetik yang dikenal mencakup berbagai macam frekuensi. Fenomena elektromagnetik semua dijelaskan oleh persamaan Maxwell dan, dengan konvensi, umumnya diklasifikasikan menurut panjang gelombang atau frekuensi. Gelombang radio, sinyal televisi, sinar radar, cahaya tampak, sinar X, dan sinar gamma adalah contoh gelombang elektromagnetik. Tunjukkan panjang gelombang dalam satuan meter berdasarkan frekuensi gelombang di bawah ini :
   a. 60 Hz
   b. AM radio (535-1605 kHz)
   c. FM radio (88 – 108 MHz)
   d. Cahaya tampak (~ 10^{14} Hz)
   e. Sinar-X (~10^{18} Hz)

4. Perhatikan persamaan gelombang medan listrik berikut ini :

$$E_x(z,t) = E_0\cos(kz - \omega t)$$

   Temukan kecepatan fase ($v_p = \frac{\omega}{k}$) dan kecepatan grup $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

BAB V

RADIASI LISTRIK DAN MAGNET

A. MATERI SINGKAT

Radiasi Dipole

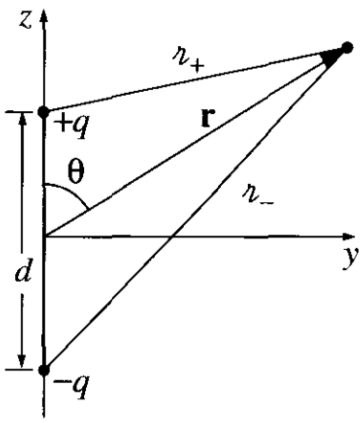
Bayangkan dua buah bola logam kecil terpisah dengan jarak sejauh d dan terhubung dengan kawat (Gambar 5.1). Pada waktu t muatan pada bola yang berada di atas adalah $q(t)$ dan muatan pada bola yang di bawah adalah $-q(t)$. Ketika muatan dibuat bergerak bolak balik sepanjang kawat dari satu ujung ke ujung yang lain (berosilasi) dengan frekuensi sudut ω.

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t) \tag{5.1}$$

Akan menghasilkan dipole yang berosilasi

$$\mathbf{p}(t) = p_0 \cos(\omega t)\hat{\mathbf{z}}, \tag{5.2}$$

dengan $p_0 \equiv q_0 d$ merupakan nilai maksimal dari momen dipol.



Gambar 5.1 Dipol listrik

Tingkat energi radiasi dipole listrik dinyatakan dalam:

$$P_{rad} = \frac{\left\langle \left(\frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} \right)^2 \right\rangle}{6\pi\varepsilon_0 c^3}, \tag{5.3}$$

B. CONTOH SOAL

1. Sebuah dipole elektrik p_0 bervribasi dengan frekuensi ω.

   (a). Bagaimanakah perubahan daya radiasi totalnya jika frekuensinya menjadi dua kali lipat?

   (b). Carilah rasio daya differential pada arah $\theta = 45^\circ$ terhadap sumbu dipole dengan daya differential pada rah tegak lurus dengan sumbu dipole!

   Solusi:

   Soal ini menggunakan konsep radiasi dari dipole yang berosilasi.

   a) Medan radiasi dari dipole elektrik yang berosilasi pada titik pusat (asal) dengan $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 \cos(\omega t)$ adalah:

      $\mathbf{E}_R(\mathbf{r},t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\frac{d^2\mathbf{p}_\perp(t-r/c)}{dt^2}$ dalam satuan SI.

      Disini $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_0\left(\frac{\mathbf{z}}{z}\right)$, jadi

      $$\mathbf{E}_R(\mathbf{r},t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\omega^2 p_0 \cos(\omega(t-r/c))\sin\theta\left(\frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta}\right)$$

      E proporsional terhadap $\sin\theta$. P proporsional terhadap E^2 dan proporsional terhadap $\sin^2\theta$. E proporsional terhadap ω^2. P proporsional terhadap ω^4.

      Jika frekuensinya menjadi 2x lipat, maka total daya radiasinya meningkat dengan factor pengali 16.

   b) Rasio dayanya adalah

      $$\frac{P(45^\circ)}{P(90^\circ)} = \frac{\sin^2 45^\circ}{\sin^2 90^\circ} = 1/2$$

2. Sebuah dipole listrik $\mathbf{p}_0$ membentuk sudut θ derajat terhadap sumbu-z sembari berotasi terhadap sumbu-z dengan kecepatan sudut ω. Tentukanlah tingkat *energy loss* (energy yang lepas dari sistem tersebut) nya!

Solusi:

Soal ini masih menggunakan konsep radiasi dipole listrik. Momen dipole komponen x dan y pada kasus ini berosilasi dengan frekuensi ω. Dipole listrik yang berotasi akan meradiasi tingkat energi sebesar:

$$P_{rad} = \frac{\left\langle \left(\frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} \right)^2 \right\rangle}{6\pi\varepsilon_0 c^3},$$

dan

$$\mathbf{p}(t) = p_0 \cos\theta\,\mathbf{k} + p_0 \sin\theta(\cos(\omega t)\,\mathbf{i} + \sin(\omega t)\,\mathbf{j}))$$

Dengan θ adalah sudut tilt/kemiringannya. Maka

$$\frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} = -\omega^2 p_0 \sin\theta\left[\cos(\omega t)\,\mathbf{i} + \sin(\omega t)\,\mathbf{j}\right],$$

$$\left\langle \left(\frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} \right)^2 \right\rangle = \omega^4 p_0^2 \sin^2\theta,$$

$$\boxed{P_{rad} = \omega^4 p_0^2 \sin^2\theta \Big/ 6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

3. Sebuah loop arus kecil memiliki luasan A dan lilitan N membawa arus yang bervariasu secara sunisouidal $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$.

   a) Carilah momen magnetic dari loop tersebut!

   b) Carilah daya radiasi rerata dari loop tersebut!

   Solusi:

   Soal ini dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep radiasi dopole magnet.

   a) $m(t) = NAI\sin(\omega t)$, untuk menentukan arahnya dapat menggunakan aturan tangan kanan.

   b) Menggunakan Rumus Larmor dipole magnetic akan meradoasikan tingkat energy sebesar:

$$P_{rad} = \frac{\left\langle \left(\frac{d^2\mathbf{m}}{dt^2} \right)^2 \right\rangle}{6\pi\varepsilon_0 c^3},$$

$$\frac{d^2 m}{dt^2} = -\omega N A I_0 \sin(\omega t),$$

$$\boxed{\left\langle P_{rad} \right\rangle = \omega^4 N^2 A^2 I_0^2 \sin^2\theta \big/ 6\pi\varepsilon_0 c^5}$$

BAB VI
ELEKTRODINAMIKA RELATIVISTIK

A. MATERI SINGKAT

1. Bagaimana Transformasi Medan Listriknya?

Karena pengaruh kontraksi Lorentz, muatan dalam kerangka yang bergerak dengan kecepatan v_0, memiliki hubungan

$$\boxed{\mathbf{E}^{\perp} = \gamma_0 \mathbf{E}_0^{\perp}} \tag{6.1}$$

Dengan γ_0 factor kontraksi Lorentz

$$\frac{1}{\gamma_0} = \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}$$

Dan untuk sumbu yang parallel (sejajar) dengan arah pergerakan:

$$E^{\parallel} = E^{\parallel} \tag{6.2}$$

Keterangan: Penurunan persamaan (6.1) dan (6.2) dapat dilihat secara lebih lengkap pada buku Griffiths (1999) halaman 526-526.

2. Bagaimana Transformasi Medan Listriknya?

Seperti halnya medan listrik $\mathbf{E}$, component medan magnet $\mathbf{B}$ yang sejajar terhadap arah pergerakan juga tidak berubah. Adapun transformasi medan magnet dan listrik secara lengkap adalah:

$$\boxed{\begin{array}{lll} \bar{E}_x = E_x, & \bar{E}_y = \gamma(E_y - vB_z), & \bar{E}_z = \gamma(E_z - vB_y), \\ \bar{B}_x = B_x, & \bar{B}_y = \gamma\left(B_y + \dfrac{v}{c^2}E_z\right), & \bar{B}_z = \gamma\left(B_z + \dfrac{v}{c^2}E_y\right). \end{array}} \tag{6.3}$$

Terdapat dua kasus special yang memerlukan perhatian khusus:

a. Jika $\mathbf{B} = 0$ pada kerangka diam S, maka

$$\bar{\mathbf{B}} = \gamma \frac{v}{c^2}(E_z\hat{\mathbf{y}} - E_y\hat{\mathbf{z}}) = \frac{v}{c^2}(E_z\hat{\mathbf{y}} - E_y\hat{\mathbf{z}})$$

atau, karena pergerakan sistem dalam arah x, sehingga $\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{X}},$ maka

$$\boxed{\bar{\mathbf{B}} = \frac{1}{c^2}(\mathbf{v}\times\bar{\mathbf{E}}).} \qquad (6.4)$$

b. Jika $\mathbf{E} = 0$ pada kerangka diam S , maka

$$\bar{\mathbf{E}} = -\gamma v(B_z\hat{\mathbf{y}} - B_y\hat{\mathbf{z}}) = -v(B_z\hat{\mathbf{y}} - B_y\hat{\mathbf{z}})$$

atau

$$\boxed{\bar{\mathbf{E}} = \mathbf{v}\times\bar{\mathbf{B}}.} \qquad (6.5)$$

Keterangan: Penurunan persamaan (7.3) s.d (7.5) dapat dilihat secara lebih lengkap pada buku Griffiths (1999) halaman 528-532.

B. CONTOH SOAL

1. **Sebuah medan listrik dari muatan titik yang bergerak secara seragam.** Sebuah muatan titik q berada dalam keadaan diam di titik asal (origin) sebuah kerangka sistem S_0. Bagaimanakah muatan listriknya ketika muatan yang sama berada pada kerangka S yang berkerak ke kanan relative terhadap S_0 dengan kecepatan v_0?

   Solusi:

   Pada kerangka S_0 besar medannya adalah

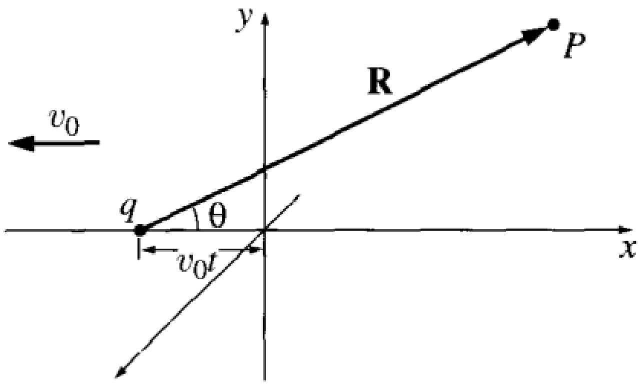
$$\mathbf{E}_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}_0$$

   Atau dapat dijabarkan menjadi

$$\begin{cases} E_{x0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qx_0}{(x_0^2+y_0^2+z_0^2)^{3/2}} \\ E_{y0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qy_0}{(x_0^2+y_0^2+z_0^2)^{3/2}} \\ E_{z0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qz_0}{(x_0^2+y_0^2+z_0^2)^{3/2}} \end{cases}$$

   Karena hanya sumbu y dan z yang tegak lurus terhadap gerak, maka dengan menggunakan transformasi pada persamaan (6.1) dan (6.2), didapatkan

$$\begin{cases} E_x = E_{x0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qx_0}{(x_0^2+y_0^2+z_0^2)^{3/2}} \\ E_y = \gamma_0 E_{y0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\gamma_0 q y_0}{(x_0^2+y_0^2+z_0^2)^{3/2}} \\ E_z = \gamma_0 E_{z0} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\gamma_0 q z_0}{(x_0^2+y_0^2+z_0^2)^{3/2}} \end{cases}$$



Gambar 6.1 Penyelesaian Contoh Soal No.1

Persamaan di atas masih dalam ekpresi kerangka sitem S_0 (koordinat x_0, y_0, z_0) untuk titik tinjau P (Gambar 6.1). Kita dapat menyatakan P dalam kerangka S dengan menggunakan transformasi Lorentz (Sebenernya invers transformasi Lorentz),

$$\begin{cases} x_0 = \gamma_0 (x + v_0 t) = \gamma_0 R_x, \\ y_0 = y = R_y, \\ z_0 = z = R_z, \end{cases}$$

Dengan **R** merupakan vector dari q ke P (Gambar 7.1), sehingga

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\gamma_0 q \mathbf{R}}{\left(\gamma_0^2 R^2 \cos^2\theta + R^2 \sin^2\theta\right)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q(1 - v_0^2/c^2)}{\left[1 - (v_0^2/c^2)\sin^2\theta\right]^{3/2}} \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \end{aligned}$$

Persamaan di atas merupakan medan listrik dari muatan yang bergerak seragam.

2. **Medan magnet dari muatan titik yang bergerak seragam.** Bagaimanakah medan magnet dari muatan titik q yang bergerak dengan kecepatan konstan $\mathbf{v}$?

   Solusi:

   Pada kerangka diam partikel (S_0) medan magnetnya nol (disemua tempat), jadi pada saat kerangka S yang bergerak dengan kecepatan v,

$$\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2}\left(\mathbf{v} \times \mathbf{E}\right).$$

   Selanjutnya kita dapat menghitung medan listrik dengan cara yang sama seperti soal nomor 1. Sehingga medan magnetnya menjadi

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv(1 - v^2/c^2)\sin\theta}{\left[1 - (v_0^2/c^2)\sin^2\theta\right]^{3/2}} \frac{\hat{\phi}}{R^2}$$

   dimana $\hat{\phi}$ berlawanan arah jarum jam (muatan bergerak ke arah anda/pembaca). Limit nonrelativistic ($v^2 \ll c^2$), sehingga persamaan diatas menjadi

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{R}}{R^2}$$

   Hasil ini sama dengan hasil yang didapatkan jika anda mengaplikasikan persamaan Biot-Savart pada muatan titik.

3. Sebuah kapasitor plat sejajar berada dalam keadaan diam pada kerangka S_0 dan dimiringkan, sehingga membentuk sudut 45° terhadap sumbu x_0 (Gambar 7.2). Keping kapasitor membawa muatan dengan densitas $\pm\sigma_0$. Sistem kemudian bergerak (S) ke arah kanan dengan kecepatan v relative terhadap S_0.

   a. Carilah $\mathbf{E}_0$ pada sistem S_0!

   b. Carilah $\mathbf{E}$, pada sistem S!

   c. Carilah sudut yang dibentuk keping terhadap sumpu x!

d. Apakah medannya akan tegak lurus terhadap keping kapasitor dalam sistem S ?

Solusi:

a. Besar medannya adalah σ_0 / ε_0 dan tegak lurus terhadap keping positif, maka

$$\mathbf{E}_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}(\cos 45^\circ \hat{\mathbf{x}} + \sin 45^\circ \hat{\mathbf{y}}) = .\boxed{\frac{\sigma_0}{\sqrt{2}\varepsilon_0}(-\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}}).}$$

b. Dari persamaan (7.3) , maka didapatkan

$$E_x = E_{x0} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}\varepsilon_0};$$

$$E_y = \gamma E_{y0} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}\varepsilon_0};$$

Sehingga

$$\mathbf{E} = \boxed{\frac{\sigma_0}{\sqrt{2}\varepsilon_0}(-\hat{\mathbf{x}} + \gamma\hat{\mathbf{y}}).}$$

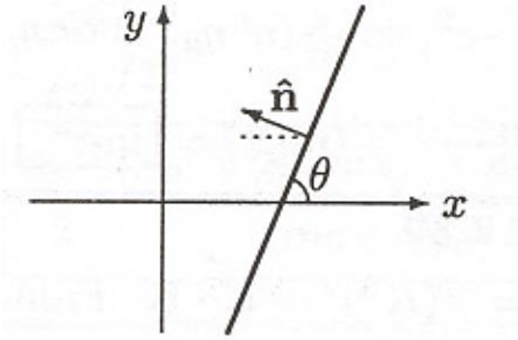
c. Perubahan sudut karena kontraksi Lorentz dirumuskan

$\tan\bar{\theta} = \gamma \tan\theta$

Sehingga sudut yang dibentuk keping terhadap sumpu x (pada kerangka S) adalah

$$\tan\bar{\theta} = \gamma \tan 45^\circ$$
$$\tan\bar{\theta} = \gamma$$
$$\boxed{\bar{\theta} = \tan^{-1}\gamma}$$

d. Anggap $\hat{\mathbf{n}}$ adalah vector satuan yang tegak lurus terhadap keping kapasitor dalam S , jadi



$$\hat{\mathbf{n}} = -\sin\theta\hat{\mathbf{x}} + \cos\theta\hat{\mathbf{y}};$$

$$|E| = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\sqrt{1+\gamma^2}$$

Dengan hubungat dot product, didapatkan ϕ yang merupakan sudut yang dibentuk oleh $\hat{\mathbf{n}}$ dan $\mathbf{E}$, sebagai berikut:

$$\frac{\mathbf{E}\cdot\hat{\mathbf{n}}}{|E|} = \cos\phi = \frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2}}(\sin\theta + \gamma\cos\theta) = \frac{\cos\theta}{\sqrt{1+\gamma^2}}(\tan\theta + \gamma) = \frac{2\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}}\cos\theta$$

Keterangan: nilai tan didapatkan dari soal pada poin c.

$$\gamma = \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta} - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos}^{2}\theta = \gamma^2 + 1 \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2+1}}.$$

jadi, $\boxed{\cos\phi = \left(\frac{2\gamma}{\gamma^2+1}\right)}.$

Maka medannya **tidak** tegak lurus terhadap keping kapasitor pada kerangka S.

4. Muatan q_A berada dalam keadaan diam di titik asal (origin) sistem S. Muatan q_B bergerak dengan kecepatan v dengan lintasan searah sumbu x, tetapi dengan $y = d$. Carilah gaya elektromagnetik pada q_B ketika melewati sumbu y!

Solusi:

Gaya oleh muatan A pada titik B adalah:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{d^2}\hat{\mathbf{y}}$$
$$\mathbf{B} = 0$$

Sehingga gaya pada muatan q_B adalah:

$$\boxed{\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A q_B}{d^2}\hat{\mathbf{y}}}$$

5. Perhatikan kembali permasalahan pada soal nomor 4. Apabila sistemnya menjadi $\bar{S}$ yang bergerak ke kanan dengan kecepatan v. Tentukan gaya pada q_B ketika q_A melewati sumbu x! (gunakanlah dua cara! (i) dengan menggunakan jawaban pada soal nomor 4 yang anda transformasi gayanya, dan (ii) dengan cara menghitung medan pada sistem $\bar{S}$ dan menggunakan hokum gaya Lorentz.)

Solusi:

Cara (i)

Dengan menggunakan transformasi gaya berikut ini

$$\boxed{\begin{aligned}\bar{\mathbf{F}}_\perp &= \frac{1}{\gamma}\mathbf{F}_\perp,\\ \bar{F}_\parallel &= F_\parallel\end{aligned}}$$

Maka

$$\boxed{\bar{\mathbf{F}} = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A q_B}{d^2}\hat{\mathbf{y}}.}$$

Perlu diperhatikan bahwa, dalam hal ini partikel dalam keadaan diam di $\bar{S}$

Cara (ii)

Dengan menggunakan cara yang sama seperti saol nomor 1, kita bisa mendapatkan transformasi medan:

$$\overline{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\gamma_0 q\mathbf{R}}{\left(\gamma_0^2 R^2\cos^2\theta + R^2\sin^2\theta\right)^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(1-v_0^2/c^2)}{\left[1-(v_0^2/c^2)\sin^2\theta\right]^{3/2}}\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2}$$

Dengan menyesuaikan permasalahan pada kasus ini

$$\theta = 90^\circ,$$
$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{y}},$$
$$R = d.$$

Persamaannya menjadi

$$\overline{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A(1-v_0^2/c^2)}{\left[1-(v_0^2/c^2)\right]^{3/2}}\frac{\hat{\mathbf{y}}}{d^2} = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{d^2}\hat{\mathbf{y}}$$

(*ket: ini juga sama dengan transformasi pada persamaan (7.3)*)

Untuk medan magnetnya, $\mathbf{B} \neq 0$, tetapi karena $v_B = 0$ pada $\overline{S}$, maka tetap tidak ada gaya magnetic. Sehingga gayanya adalah:

$$\boxed{\overline{\mathbf{F}} = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A q_B}{d^2}\hat{\mathbf{y}}.}$$

(sama seperti cara sebelumnya).

REFERENSI

Abdurrouf (2014). Penyelesaian Soal ON MIPA-PT Bidang Elektrodinamika. Malang: University of Brawijaya Press.

Irodov, I.E. (2016). Problems in General Physics (6th Edition). India: Arihant Publication.

Griffiths, David J. (1999). Introduction to Electrodynamics. New Jersey: Prentice Hall.

Breinig, M. Physics Problems. Department of Physics and Astronomy - The University of Tennessee.

Morin, D. Chapter 8 : Electromagnetic Waves. Electronic Book Pdf.

Kong, A.K, (2008). Electromagnetic Wave Theory. Cambridge : EMW Publising.

FMIPA UNMUL

Kampus Merdeka
INDONESIA JAYA

Akreditasi A
Universitas Mulawarman
Nomor: 1466/SK/BAN-PT/Akred/PT/V/2017 Tgl 23 Mei 2017