

Solusi Numeris Persamaan Saint Venant pada *Lateral Flow* Aliran Terbuka di Kanal Sempaja

Indriasri Raming^{1,*}, Itsar Mangiri¹, Anis Mujiyarti¹, Rara Suciati¹, Maulidhina Syafitri¹, Riski Alfira Wulandari S¹, Mushalifah¹

¹ *Laboratorium Matematika Komputasi, Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Mulawaman*

Dikirim: September 2022; Diterima: September 2022; Dipublikasi: September 2022

Alamat Email Korespondensi: indriasriraming@fmipa.unmul.ac.id

Abstrak

Banjir merupakan suatu kejadian yang ditandai dengan naiknya muka air melebihi kapasitas volume tampungan air, semisal sungai atau saluran air. Banjir juga dapat diprediksi dengan melihat fenomena alam seperti curah hujan. Penelitian dilakukan dengan mencari data langsung ke lapangan yang terkena dampak banjir di Samarinda. Model matematika diperoleh dalam bentuk persamaan Saint Venant dan diselesaikan dengan cara numerik atau menggunakan metode beda hingga Skema Lax-Friedrichs. Kemudian, setelah menemukan model matematika yang dibutuhkan, akan dilanjutkan dengan memasukkan data hasil observasi. Adapun tujuan dari Penelitian ini adalah untuk menentukan hubungan *later flow* dan kedalaman air pada saluran terbuka serta menentukan cara mengatasi banjir menggunakan model matematika serta sebagai upaya untuk mengurangi dampak yang merugikan akibat banjir.

Kata Kunci:

Banjir, Later Flow, dan Persamaan Saint Venant.

PENDAHULUAN

Banjir merupakan suatu bencana yang disebabkan oleh naiknya volume tampungan air yang melebihi batas saluran air. Banjir terjadinya akibat intensitas curah hujan yang tinggi. Faktor lain yang menyebabkan bencana banjir yaitu penebangan pohon di hutan secara liar. Bencana banjir juga dapat memberikan kerugian seperti rusaknya barang rumah tangga, alat elektronik, surat-surat berharga dan lain-lain. Bencana banjir besar juga dapat menyebabkan rusaknya gedung, jembatan, putusnya suatu jalan bahkan kematian [1].

Banjir juga merupakan masalah besar yang sering terjadi di wilayah Indonesia, salah satunya yaitu wilayah Samarinda. Samarinda merupakan Ibu kota Kalimantan Timur. Permasalahan banjir yang terjadi di Samarinda disebabkan oleh tingginya tingkat volume air di Sungai Karang Mumus. Apabila terjadi hujan dengan durasi waktu 2-3 jam dengan intensitas yang tinggi dalam waktu 2-3 jam, maka akan terjadi banjir di beberapa wilayah Samarinda. Daerah yang rawan terjadinya banjir seperti Sempaja, Jalan S.Parman, Jalan Pemuda, Jalan Abdul Syahroni, Jalan M.panjaitan, Mugirejo, dan Lempake [2].

Penyebab lain banjir yang terjadi di Samarinda adalah kurangnya kesadaran masyarakat dalam pembangunan tata ruang yang salah dan membuang sampah tidak beraturan ke daerah Sungai. Penyebab lain terjadinya banjir di Kota Samarinda yaitu

Indriasri Raming^{1,*}, Itsar Mangiri², Anis Mujiyarti³, Rara Suciati⁴, Maulidhina Syafitri⁵, Riski Alfira Wulandari S⁶, Mushalifah⁷

penebangan hitan yang tidak terkontrol serta tidak baiknya sistem pengaliran air di daerah pemukiman perkotaan. Banjir di Samarinda juga memberikan kerugian terhadap aktivitas warga dan rusaknya lingkungan [2].

Berdasarkan permasalahan tersebut perlu adanya kajian mendalam terkait banjir di Kota Samarinda. Pendekatan matematis yang dapat digunakan dalam mengatasi permasalahan banjir adalah metode numeric, salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial seperti pada persamaan saint venant adalah metode beda hingga [1].

Persamaan saint venant merupakan salah satu model matematika yang sering digunakan untuk saluran terbuka atau aliran fluida. Persamaan saint venant diturunkan oleh Adhemar Jean Claud Barre de Saint-Venant pada tahun 1884. Persamaan Saint Venant merupakan bentuk persamaan Differensial parsial nonlier yang memiliki persamaan kekontinuan dan momentum yang terdiri disebabkan oleh gaya gravitasi, topografi dasar, dan kekasaran dasar. Persamaan Saint Venant sering juga disebut sebagai persamaan gelombang air dangkal (*shallow water wave equation*) dan dapat dipandang sebagai model hidrostatis dari persamaan Navier-Stokes. Model hidrostatis dari persamaan Navier Stokes diturunkan dengan merata-ratakan kedalaman dengan asumsi bahwa skala vertikal lebih kecil dibandingkan skala horizontal, mengabaikan viskositas dan turbulensi yang tidak mempertimbangkan pengaruh angin maupun gaya coriolis.

Pada penelitian ini akan di fokuskan pada penyelesaian persamaan Saint Venant satu dimensi yang diturunkan dari Persamaan Navier Stokes dan Persamaan Reynolds Transport. Pada persamaan ini juga akan memperhatikan variabel khusus (*lateral flow*) sebagai variabel yang sangat mempengaruhi ketidakstabilan kedalaman kanal. Persamaan ini akan diselesaikan dengan metode numerik beda hingga. Hasil dari penelitian ini akan diperhatikan perubahan kedalaman kanal dalam saluran waktu sehingga penelitian dapat menjadi landasan dalam melakukan prediksi luapan kanal. Adapun tujuan yang akan dicapai pada penelitian ini adalah Menentukan hubungan *lateral flow* dan kedalaman air pada saluran terbuka dan menentukan cara mengatasi banjir menggunakan model matematika.

LANDASAN TEORI

Persamaan Saint Venant

Persamaan Saint Venant merupakan persamaan diferensial parsial berorde satu dengan variabel bebasnya yaitu x dan t serta variabel tak bebasnya yaitu h (kedalaman air) dan Q (debit air), untuk setiap titik di aliran sungai. Persamaan ini pertama kali dikemukakan oleh Barre de Saint Venant pada Tahun 1871 untuk penelusuran dinamis. Persamaan ini menurut [3] digunakan pada aliran tak langgeng satu dimensi. Persamaan ini tersusun oleh dua persamaan dasar yaitu persamaan keseimbangan massa yang mengikuti hukum kekekalan massa dan persamaan keseimbangan momentum yang mengikuti hukum kekekalan momentum yang diperoleh dari Hukum II Newton. Persamaan Saint Venant digunakan sebagai persamaan dasar pada aliran sungai, karena persamaan ini menghitung debit aliran dan kedalaman air sebagai fungsi ruang dan waktu, serta aliran di sungai dianggap sebagai aliran yang arahnya

searah dengan alur sungai, sehingga aliran ini diasumsikan sebagai aliran tak langgeng satu dimensi.

Karena Persamaan Saint Venant dapat digunakan pada aliran tak langgeng [3] dan dapat juga memodelkan saluran terbuka seperti sungai [4], maka asumsi-asumsi yang digunakan dalam Persamaan Saint Venant yaitu:

1. Aliran Satu Dimensi.
2. Panjang Sungai yang dipengaruhi oleh gelombang banjir umumnya lebih besar dari kedalaman air.
3. Percepatan vertikal diabaikan dan distribusi tekanan gelombang adalah tekanan hidrostatik.
4. Densitas atau kerapatan massa air konstan.
5. Dasar dan dinding saluran ditentukan tidak berubah-ubah untuk mempermudah pengamatan.
6. Kemiringan dasar saluran relatif kecil.

Persamaan Kekekalan Massa

Pada penyelesaian persamaan saint venant, permasalahan aliran pada kanal terbuka dapat ditinjau dari 3 sudut pandang penampang kanal yakni penampang dari sumbu x dan z , penampang dari sumbu x dan y dan penampang dari sumbu y dan z . Pada permasalahan ini, dibatasi pada keadaan ali

$$\frac{DB_{sys}}{D_t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho b dV + \int_{cs} \rho b (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (1)$$

dengan $\frac{DB_{sys}}{D_t}$ adalah jumlahan besaran sistem yang diamati (pendekatan sistem).

$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho b dV$ adalah jumlah besaran volume kontrol dan $\int_{cs} \rho b (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA$ jumlah besaran yang masuk-keluar dari permukaan atur. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa teorema ini menyatakan bahwa jumlah besaran dalam volume kontrol setiap satuan waktu dikurangi jumlah besaran yang keluar permukaan kontrol setiap satuan waktu adalah jumlah besaran dari sistem yang diamati setiap satuan waktu. Adapun ρ dan V adalah massa jenis dan volume dari fluida. \vec{V} adalah vektor kecepatan. \vec{n} adalah unit dari vektor normal ke pengaturan permukaan dan t adalah waktu.

Salah satu aplikasi dari teorema transport Reynolds ini yang paling terkenal adalah persamaan kontinuitas. Persamaan kontinuitas adalah suatu persamaan yang menyatakan bahwa jumlah massa dalam suatu volume kontrol setiap satuan waktu adalah selisih dari jumlah massa yang masuk dengan massa yang keluar dari permukaan kontrol setiap satuan waktu. Sehingga, dalam hal ini, variabel " B_{sys} " digantikan oleh variabel " M " (massa). Kita tahu dalam pelajaran fisika bahwa besar massa dari suatu sistem tidak akan pernah berubah (hukum kekekalan massa). Sehingga, $\frac{dM}{dt}$ dalam sistem memiliki nilai 0. Dengan demikian pula, variabel " b " berubah menjadi $m/m = 1$. Sehingga, persamaan kontinuitas dapat dituliskan secara matematis ke dalam bentuk berikut.

$$\frac{DB_{sys}}{D_t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho b dV + \int_{cs} \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (2)$$

Dari gambar terlihat bahwa perubahan massa dalam daerah kontrol sama dengan beda antara massa yang masuk dan massa yang keluar dari permukaan kontrol dari daerah kontrol.

$$\text{Total Massa} = \sum \text{massa yang masuk} - \sum \text{massa yang keluar} \quad (3)$$

Persamaan umum dari kontinuitas bisa diberikan untuk aliran buca sebuah geometri irregular. Seperti pada gambar, yang masuk dalam volume kontrol adalah jumlahan aliran Q masuk dari volume kontrol ke hulu akhir dari aliran dan *lateral flow* q masuk ke volume kontrol seperti pendistribusian aliran sepanjang sisi aliran. Dalam hal ini, aliran samping mempunyai dimensi dari aliran per satuan panjang.

$$\rho(Q + qdx) - \rho\left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx\right) = \frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} \quad (4)$$

karena ρ dan dx bernilai konstan maka didapatkan bentuk persamaan kontinuitas seperti berikut:

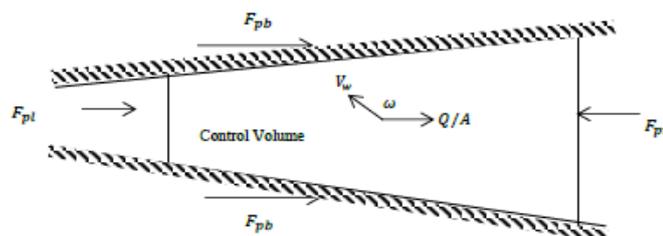
$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0 \quad (5)$$

Persamaan Momentum

Dalam hukum Newton kedua dari suatu sistem, laju perubahan terhadap waktu dari momentum sama dengan jumlah gaya luar yang bekerja dalam sistem. Aplikasikan hukum ini ke dalam teorema transportasi Reynolds.

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho b dV + \int_{cs} \rho V(\vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (6)$$

Dalam hal ini, intensive property b sama dengan kecepatan fluida. Persamaan ini menyatakan jumlahan dari gaya yang diaplikasikan dalam sistem sama dengan jumlah perubahan rata-rata volume kontrol terhadap waktu ditambah rata-rata momentum aliran yang melalui permukaan control.



Gambar 2. Bentuk Penampang Saluran dari Sumbe x dan y [4]

Keterangan:

F_{pl} : Gaya Tekanan dari Sisi Kiri

F_{pr} : Gaya Tekanan dari Sisi Kanan

F_{pb} : Gaya Tekanan dari Samping Saluran

Pada Gambar 2.2 dapat dilihat terdapat beberapa gaya yang mempengaruhi permasalahan estuaria tersebut yakni gaya tekanan dan aliran samping. Di bawah ini bentuk penampang saluran dari sumbu x dan y .

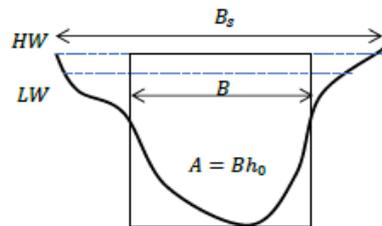
Bentuk penampang berikutnya ditinjau dari sumbu y dan z (Gambar 3) dapat dilihat lebih jelas beberapa variabel dh_0 sebagai besar gelombang yang terjadi, B sebagai lebar saluran dasar dan B_s sebagai lebar saluran.

Gaya yang bekerja dalam volume kontrol sebagai berikut:

1. Gaya gravitasi (F_g)
2. Gaya tekanan (F_p)
3. Gaya gesek (F_f)
4. Gaya yang digerakkan oleh massa jenis (F_ρ)

Sehingga jumlah total gaya pada volume kontrol adalah:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_p + \vec{F}_f + \vec{F}_\rho \quad (7)$$



Gambar 3. Bentuk Penampang Saluran dari Sumbu y dan z

Gaya grafitasiyang bekerja dalam volume control adalah fungsi dari volume fluida, yang mana diberikan seperti:

$$dV = A dx \quad (8)$$

Berat yang sesuai dari fluida bisa diekspresikan seperti:

$$W = \rho dV g = \rho g A dx \quad (9)$$

dengan g merupakan percepatan grafitasi. Komponen berat dalam pengaturan dari aliran menjadi gaya gravitasi.

$$F_g = \rho g A x \sin \theta \quad (10)$$

Dimana θ merupakan sudut kemiringan dasar sungai. Dengan diasumsikan bahwa sudut kemiringan dasar sungai sangat kecil, sinus dari sudut bisa mendekati tangen dari sudut:

$$\sin(\theta) \approx \tan(\theta) \quad (11)$$

Yang bernilai sama dengan kemiringan dari dasar sungai S . Maka,

$$F_g = -\rho g A dx \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad (12)$$

Gaya tekanan adalah hasil dari gaya hidrostatis dari sebelah kiri volume kontrol (F_{pl}), gaya hidrostatis dari kanan volume control (F_{pr}), dan gaya tekanan dari samping volume control (F_{pb}):

$$F_p = F_{pl} - F_{pr} + F_{pb} \quad (13)$$

$$dF_{pl} = \rho dV g$$

$$dF_{pl} = \rho g (h - h_0) B dh_0 \quad (14)$$

Dimana B merupakan lebar aliran

$$F_{pl} = \int_0^h \rho g (h - h_0) B dh_0 \quad (15)$$

Dengan menggunakan ekspansi deret taylor dari gaya hidrostatis di kiri, dan mengabaikan bentuk orde tinggi, suatu tenaga yang dibutuhkan gaya hidrostatis di kanan dari volume control seperti:

$$F_{pr} = \left(F_{pl} + \frac{\partial F_{pl}}{\partial x} dx \right) \quad (16)$$

Diferensial F_{pl} dari x dalam persamaan di tunjukkan dengan hukum Leibniz untuk penurunan

$$\frac{\partial F_{pl}}{\partial x} = \int_0^h \partial \frac{\rho g (h - h_0) B}{\partial x} dh_0 + \rho g (h - h_0) B \frac{\partial h}{\partial x} + \rho g (h - 0) B \frac{\partial 0}{\partial x} \quad (17)$$

dimana bentuk kedua dan ketiga bernilai 0. Maka,

$$\frac{\partial F_{pl}}{\partial x} = \int_0^h \rho g \frac{\partial h}{\partial x} B dh_0 + \int_0^h \rho g (h - h_0) \frac{\partial B}{\partial x} dh_0 \quad (18)$$

Persamaan integral yang pertama dapat disederhanakan menjadi:

$$\int_0^h \rho g \frac{\partial h}{\partial x} B dh_0 = \rho g \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h B dh_0 = \rho g \frac{\partial h}{\partial x} A \quad (19)$$

dengan

$$\int_0^h B dh_0 \quad (20)$$

$$F_{pb} = \left[\int_0^h \rho g (h - h_0) \frac{\partial B}{\partial x} dh_0 \right] dx \quad (21)$$

$$F_p = F_{pl} - \left(F_{pl} + \frac{\partial F}{\partial x} dx \right) + F_{pb} = - \frac{\partial F_{pl}}{\partial x} dx + F_{pb} \quad (22)$$

Substitusi persamaan (18) dan persamaan (21) ke persamaan (22)

$$F_p = - \left(\rho g \frac{\partial h}{\partial x} A + \int_0^h \rho g (h - h_0) \frac{\partial B}{\partial x} dh_0 \right) dx + \left[\int_0^h \rho g (h - h_0) \frac{\partial B}{\partial x} dh_0 \right] dx \quad (23)$$

Hasil dari gaya tekanan yang bergerak dalam volume control bisa ditulis seperti:

$$F_p = - \rho g \frac{\partial h}{\partial x} A \quad (24)$$

Gaya gesek diciptakan oleh tegangan geser sepanjang bagian bawah dan sisi volume control dapat didefinisikan dalam hal ini tegangan geser bawah τ_0 dan dapat diberikan sebagai $\tau_0 P dx$, dimana P adalah keliling yang basah. Tegangan geser dapat didefinisikan sebagai aliran seragam stabil:

$$\tau_0 = \rho g R S_f = \rho \left(\frac{A}{P} \right) S_f \quad (25)$$

Dimana R adalah radius hidrolis didefinisikan sebagai rasio dari luas aliran A dan keliling yang basah P dan S_f adalah kemiringan gesekan, yang tergantung pada kecepatan aliran, ditetapkan sebagai:

$$V = C_h \sqrt{h S_f} \quad (26)$$

berdasarkan pada rumus Chezy, kedalaman h digunakan sebagai pengganti jari-jari hidrolis. Asumsi ini dibenarkan jika lebar estuaria lebih besar dari kedalamannya ($B > h$). Berdasarkan definisi dari tegangan geser yang diberikan dalam persamaan di atas, gaya gesekan yang bekerja pada volume control mengambil bentuk akhir yang diberikan di bawah:

$$F_f = - \rho g A S_f dx \quad (27)$$

atau

$$F_f = -\rho g A \frac{V|V|}{C_h^2 h} dx \quad (28)$$

Gaya yang digerakkan oleh massa jenis. Di estuaria, massa jenis mempunyai peranan yang sangat penting. Besarnya massa jenis adalah fungsi dari perubahan massa jenis sepanjang saluran, $\frac{\partial \rho}{\partial x}$, derivasi ini berlaku untuk semua saluran terbuka (sungai, kanal, ataupun estuaria).

Gaya yang digerakkan oleh kerapatan yang mengarah ke hulu dapat didefinisikan mirip dengan S_f digantikan dengan S_ρ , yang merupakan perubahan massa jenis terhadap x [5].

$$S_\rho = \frac{h}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (29)$$

Oleh karena itu, gaya akibat massa jenis menjadi:

$$F_f = \rho g A S_\rho dx \quad (30)$$

Atau

$$F_f = \rho g A \frac{h}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \quad (31)$$

Jadi, jumlahan dari empat 4 gaya tersebut didefinisikan sebagai gaya total dari sebelah kiri persamaan momentum:

$$\sum \vec{F} = -\rho g A \frac{\partial Z_b}{\partial x} dx - \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} dx + \rho g A \frac{h}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} dx - \rho g A \frac{V|V|}{C_h^2 h} dx \quad (32)$$

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho \vec{V} dV + \int_{cv} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA \quad (33)$$

Dua istilah momentum di sisi kanan mewakili laju perubahan momentum dalam volume control dan total momentum aliran keluar diseluruh permukaan kontrol.

Total momentum keluar adalah momentum aliran keluar dikurang momentum aliran masuk ke volume control. Tingkat inflow massa dengan volume control adalah inflow sungai dan didefinisikan sebagai ρQ .

Momentum *inflow* ke volume control dihitung dengan mengalikan inflow massa dengan kecepatan masing-masing dan faktor momentum,

$$\iint_{inlet} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = \rho (VQ) \quad (34)$$

Momentum aliran keluar dari volume kontrol juga merupakan fungsi dari aliran massa dari volume control yang dapat didefinisikan sebagai ekspansi deret Taylor dari massa aliran masuk. Oleh karena itu, arus perpindahan momentum dari volume control dihitung sebagai

$$\iint_{outlet} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = \rho \left(VQ + \frac{\partial VQ}{\partial x} dx \right) \quad (35)$$

dengan demikian, total momentum aliran keluar dipermukaan kontrol

$$\int_{cs} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = \rho \left(VQ + \frac{\partial VQ}{\partial x} dx \right) - \rho (VQ) \quad (36)$$

Tingkat perubahan momentum terhadap waktu disimpan dalam volume control ditulis sebagai fungsi dari volume pada panjang unsur saluran dx . Momentum dikaitkan

dengan volume unsur ini dapat ditulis sebagai $\rho V A dx$ dan tingkat perubahan momentum terhadap waktu diberikan sebagai:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{V} \rho dV = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx \quad (37)$$

Ketika semua hal digabungkan dan diganti kembali ke dalam persamaan momentum,

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho \vec{V} dV + \int_{cv} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA - \rho g A \frac{\partial z_b}{\partial x} dx - \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} dx + \rho g A \frac{h}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} dx - \rho g A \frac{V|V|}{C_h^2 h} dx \quad (38)$$

$$= \rho \frac{\partial \left(\frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} dx + \rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx \quad (39)$$

Persamaan ini disederhanakan dengan membagi kedua ruas dengan ρdx dan Q diubah dengan AV ,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g \frac{h}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + g \frac{V|V|}{C_h^2 h} = 0 \quad (40)$$

Metode Beda Hingga Skema Lax-Friedrichs

Dimisalkan $x \in [x_{min}, x_{max}]$ dan $t \in [0, T]$. Pada metode beda hingga, diskritisasi grid untuk variabel x dibagi N interval dengan jarak yang sama sehingga terdapat $N+1$ titik dengan $x = i\Delta x, \Delta x = \frac{x_{max}}{N}$, dan $i = 0, 1, \dots, N$. Kemudian untuk variabel t dibagi menjadi M interval sehingga terdapat $M+1$ titik dengan $t = j\Delta t, \Delta t = \frac{T}{M}$, dan $j = 0, 1, \dots, M$. Nilai Δt juga dapat ditentukan menggunakan formula

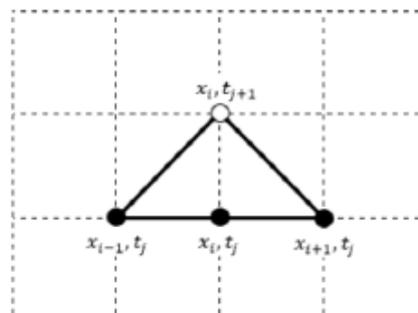
$$\Delta t = \frac{\lambda \Delta x}{\max(c_1, c_2)} \quad (41)$$

Dengan λ merupakan nilai Courant dan

$$c_{1,2} = u_0 \pm \sqrt{gh_0}, \quad h_0 = D + A \quad (42)$$

dengan $g=9.81$ m/s², serta u_0 merupakan kecepatan awal gelombang pada saat $t=0$.

Skema Lax-Friedrichs merupakan bentuk pengembangan dari skema eksplisit sehingga untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial digunakan pendekatan beda maju untuk turunan terhadap variabel waktu t , dan pendekatan beda pusat untuk turunan terhadap variabel ruang x . Pembagian partisi digunakan untuk memudahkan perhitungan secara numerik pada skema Lax-Friedrichs dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Skema Lax-Friedrichs

Dasar dari skema Lax-Friedrichs adalah nilai dari (i, j) pada skema eksplisit diganti dengan rata-rata dari $(i + 1, j)$ dan $(i - 1, j)$ sebagai contoh diperoleh bentuk diskrit dari $\eta(x, t)$, $u(x, t)$, dan $b(x)$ adalah

$$\eta_i^j = \frac{\eta_{i+1}^j + \eta_{i-1}^j}{2}, u_i^j = \frac{u_{i+1}^j + u_{i-1}^j}{2} \quad (43)$$

$$b_i = \frac{b_{i+1} + b_{i-1}}{2} \quad (44)$$

Pada persamaan gelombang aliran sungai 1D terdapat lima turunan yaitu turunan pertama dari A dan V terhadap t serta turunan pertama dari Q , V dan h terhadap x . Menggunakan pendekatan beda maju untuk turunan terhadap variabel waktu t dan pendekatan beda pusat untuk turunan terhadap variabel ruang x , diperoleh:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A_i^{j+1} - A_i^j}{\Delta t}, V_t = \frac{V_i^{j+1} - V_i^j}{\Delta t} \quad (45)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^j - Q_{i-1}^j}{2\Delta x}, V_x = \frac{V_{i+1}^j - V_{i-1}^j}{2\Delta x} \quad (46)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x} \quad (47)$$

Persamaan (46) dan (47) disubstitusikan ke dalam Sistem Persamaan (5) dan (40) sehingga diperoleh penyelesaian numerik persamaan saint venant 1D menggunakan metode beda hingga skema Lax-Friedrichs sebagai berikut:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{Q_i^{j+1} - Q_i^j}{2\Delta x} - q \quad (48)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -(V_i^{j+1} - V_i^j) \frac{V_i^{j+1} - V_i^j}{2\Delta x} - g \frac{\partial z_b}{\partial x} - g \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x} + g \frac{h}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - g \frac{V|V|}{C_h^2 h} \quad (49)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan Saint Venant

Penurunan persamaan Saint Venant 1-D telah dilakukan pada bab sebelumnya. Dari penurunan persamaan tersebut terdapat beberapa variabel utama yang diperhatikan dalam persamaan ini yakni Kecepatan arus, yang apabila dikalikan dengan penampang basah saluran menjadi besaran debit pada cross sectional (V), debit aliran kanal (Q), Kedalaman aliran yang terdiri dari kedalaman dari dasar saluran ditambah dengan simpangan (h), Elevasi dasar kanal atau lereng bawah (z_b), densitas air (ρ), faktor gesekan Chezy; gradien longitudinal dari densitas air ρ yang mendorong Massa air ke permukaan $slope$ (C_h)

Persamaan Kontinuitas

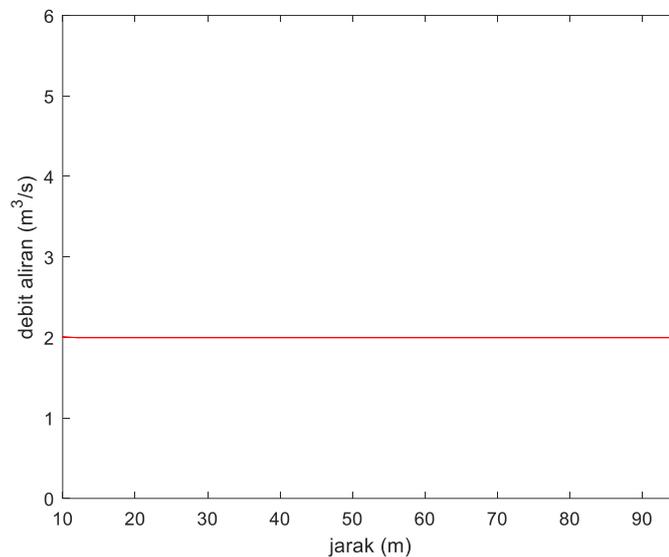
Pada persamaan (5), luas permukaan diturunkan terhadap waktu, debit diturunkan terhadap jarak dan variabel *lateral flow* (q). Dalam penyelesaian numerik metode beda hingga skema Lax-Friedrichs nilai A dan Q ditentukan sebagai syarat awal penyelesaian numerik tersebut. Variabel q akan diberikan nilai dengan dimensi debit per satuan panjang. Pada percobaan ini akan diambil nilai q sebesar $0 \text{ m}^2/\text{detik}$ dan $40 \text{ m}^2/\text{detik}$. Selain variabel, terdapat beberapa parameter yang juga mempengaruhi persamaan ini. Berdasarkan data yang diperoleh dari pengamatan di kanal Sempaja di Jl. Abdul Wahab Syahrani Kota Samarinda. Nilai-nilai parameter tersebut diberikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Nilai-Nilai Parameter untuk Pengujian Sistem

Variabel	Nilai Parameter
Tinggi Kanal	$h_0 = 1 \text{ m}$
Lebar Kanal	$B = 140 \text{ cm}$
Panjang Kanal	$L = 150 \text{ m}$
Luas Penampang Kanal	$A = 13 \text{ m}^2$
Gaya Gravitasi	$g = 9,81 \text{ m}^2/\text{s}$
Debit Air	$Q = 39 \text{ m}^3/\text{s}$

Hasil Perhitungan dengan Matlab

a. Untuk $q = 0 \text{ m}^2/\text{s}$

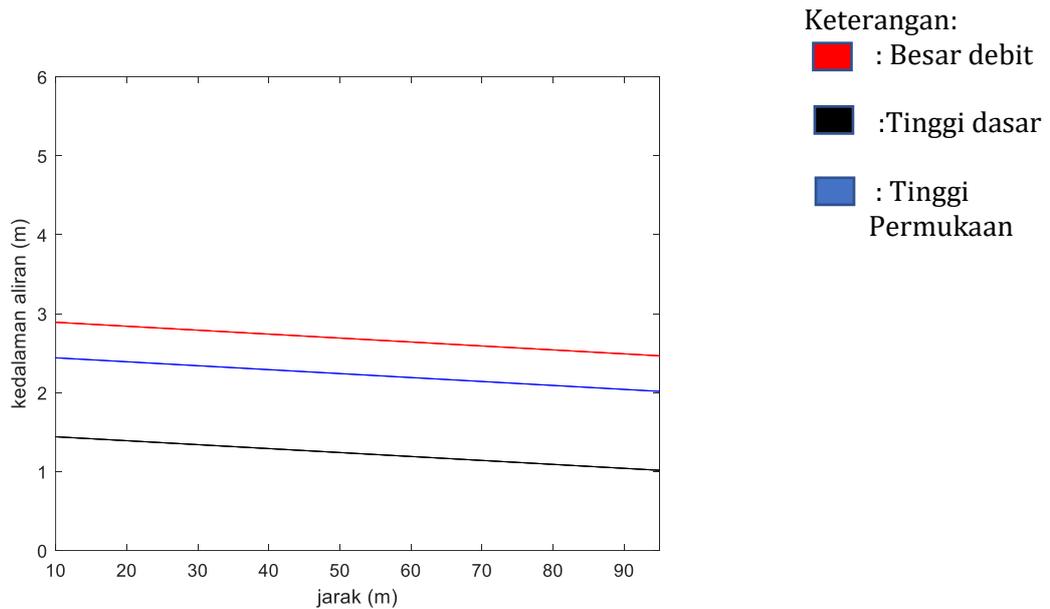


Keterangan:

- Besar debit aliran

Gambar 5. Debit aliran saat diberikan *lateral flow* sebesar $q = 0$.

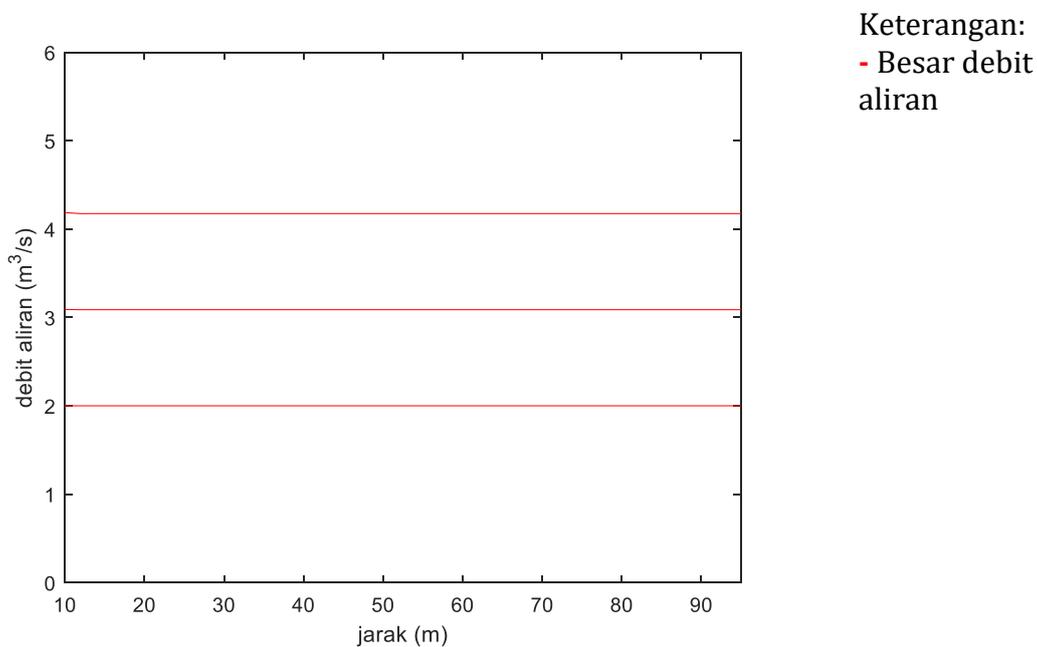
Pada gambar 5 terlihat bahwa debit aliran air tidak mengalami peningkatan seiring dengan jeda waktu $t = 1 \text{ detik}$, $t = 302 \text{ detik}$ dan $t = 601 \text{ detik}$. Pada percobaan $q = 0 \text{ m}^2/\text{s}$ menunjukkan bahwa *lateral flow* yang besar akan tidak memberikan perubahan yang signifikan pada debit aliran.



Gambar 6. Keadaan aliran saat diberikan *lateral flow* sebesar $q = 0$.

Pada gambar 6 terlihat bahwa kedalaman aliran tidak berubah disepanjang saluran kanal. Hal ini mengakibatkan ketinggian permukaan air tidak akan melebihi ketinggian kanal sehingga saat *lateral flow* $q = 0 \text{ m}^2/\text{s}$ tidak akan terjadi luapan untuk setiap waktunya.

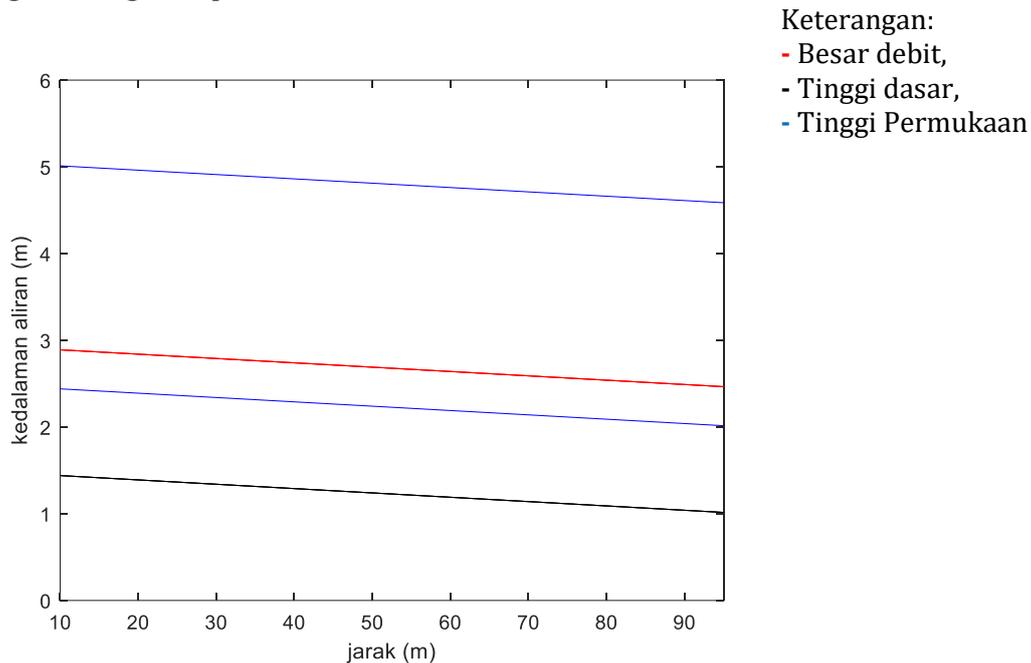
b. Untuk $q = 40 \text{ m}^2/\text{s}$



Gambar 7. Debit aliran saat diberikan *lateral flow* sebesar $q = 40$.

Pada gambar 7 terlihat bahwa debit aliran air akan meningkat secara cepat seiring dengan jeda waktu $t = 1 \text{ detik}$, $t = 302 \text{ detik}$ dan $t = 601 \text{ detik}$. Pada percobaan $q =$

$40 \text{ m}^2/\text{s}$ menunjukkan bahwa *lateral flow* yang besar akan memberikan bedas debit akan meningkat dengan cepat.



Gambar 8. Keadaan aliran saat diberikan *lateral flow* sebesar $q = 40$.

Pada gambar 8 terlihat bahwa perubahan kedalaman air meningkat secara cepat seiring dengan waktu. Hal ini mengakibatkan ketinggian permukaan air akan terus meningkat seiring dengan waktu yang pada akhirnya akan melewati ketinggian kanal. Ketinggian permukaan air melewati ketinggian kanal pada waktu $t = 232 \text{ detik}$. Pada waktu itu mulai terjadi luapan. Pada percobaan $q = 40 \text{ m}^2/\text{detik}$ menunjukkan bahwa *lateral flow* yang diberikan mengakibatkan peningkatan ketinggian permukaan air yang cepat.

KESIMPULAN

Kesimpulan yang diambil dari penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Lateral flow* merupakan variable yang sangat mempengaruhi suatu aliran sungai. Aliran sungai khususnya di Jalan Abdul Wahab Syahrani memiliki batas ketinggian tertentu, sehingga apabila volume airakan meningkat melebihi batas kanal yang telah ditentukan, hal ini disebut sebagai *lateral flow*.
- Semakin besar *lateral flow* yang diberikan maka semakin cepat pula penambahan volume atau ketinggian aliran tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Hasan, Yulianto, T., Amalia, R., Faisol. Penerapan metode beda hingga pada model matematika aliran banjir dari persamaan Saint Venant. *Zeta- Math Journal*, 2 (1): 6-12.

- [2] Anwar Y., Setyasih I., Ningrum R.V., Jedo A. (2022). Dampak Bencana Banjir Terhadap Ekonomi Masyarakat di Kecamatan Samarinda Utara, Kota Samarinda. *Jurnal Pendidikan Geografi*, 9(1): 40-48.
- [3] Makrup, L. (2001). *Dasar-Dasar Analisis Aliran di Sungai dan Muara*. Universitas Islam Indonesia Press. Yogyakarta.
- [4] Gunduz, O., (2012). *ENV5056 Numerical Modeling of Flow and Contaminant Transport in Rivers*. Turkey: Department of Enviromental Engineering.
- [5] Savenije, H.H.G. (2012). *Salinity and Tides in Alluvial Estuaries*. Second Completely Revised Edition ed. New York: Elsevier. p.31.