Volume 1 No 1 (2022) 106-114
http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/basis

Analisis Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi dengan Metode Duffort-Frankel di Wilayah Sungai Karang Mumus

Indriasri Raming[1,*], Alif Jabar[1], Rosi[1], Riska Nur Sofiatunisa[1], Rico Dwi Cahyono[1], Raka Putra Pridiptama[1]

[1]*Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Mulawaman*

Dikirim: September 2022; Diterima: September 2022; Dipublikasi: September 2022

Alamat Email Korespondesi: indriasrirming@fmipa.unmul.ac.id

Abstrak

Banjir adalah salah satu bencana yang sangat merugikan karena debit air yang masuk ke saluran melebihi batas kapasitas oleh karena itu perlu dilakukan penelusuran banjir. Penelusuran banjir merupakan metode yang tepat dan mudah untuk melakukan prakiraan banjir. Kelebihan dari metode Dufort-Frankel untuk penyelesaian model ini adalah belum ada yang menggunakan sebelumnya untuk model ini. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode beda hingga Dufort-Frankel, mengetahui pengaruh kecepatan aliran rata-rata yang berbeda terhadap ketinggian air pada aliran sungai. Metode ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap ketinggian sungai. Hasil simulasi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel menunjukkan bahwa semakin menjauhi hulu sungai maka semakin rendah tinggi aliran sungai tersebut. Selanjutnya dengan menginputkan kecepatan aliran rata-rata (v) yang berbeda maka didapatkan semakin besar kecepatan aliran rata-rata (v) maka semakin rendah ketinggian aliran sungai. Dari hukum fisika tersebut berarti bahwa ketinggian aliran berbanding terbalik dengan kecepatan aliran. Sehingga dengan mengetahui perubahan kecepatan aliran pada daerah hulu maka dapat diprediksi seberapa besar perubahan ketinggian air yang akan terjadi pada setiap titik- titik pengamatan pada bagian hilir ruas saluran atau sungai tersebut.

Kata Kunci:
Banjir, gelombang difusi, Metode Duffort-Frankel

PENDAHULUAN

Banjir adalah keadaan dimana debit air yang masuk ke saluran melebihi batas kapasitas sehingga akan menimbulkan luapan air yang melebihi batas normal. Luapan air yang melebihi batas normal dapat menimbulkan kerusakan/ kerugian seperti kehilangan harta benda dan jiwa seseorang. Oleh karena itu, perlu adanya peringatan dini untuk meminimalisir kerugian.

Penelusuran banjir merupakan metode yang paling tepat dan mudah untuk memberikan peringatan dini dalam prakiraan terjadinya banjir. Peringatan dini dalam pengendalian bencana banjir merupakan sistem yang memberikan peringatan waktu kejadian aliran debit air yang melebihi batas normal untuk penyelamatan harta benda dan jiwa seseorang. Prakiraan banjir dapat ditentukan tingkat akurasinya dengan melihat curah hujan, luas daerah pengaliran sungai, serta parameter kalibrasi banjir yang pernah terjadi.

Model penelusuran banjir gelombang difusi menunjukkan bahwa kemiringan dasar saluran dan kecepatan rata-rata aliran berpengaruh terhadap perilaku aliran gelombang banjir. Pendekatan dalam model penelusuran banjir antara lain: pendekatan model gelombang difusi, model gelombang kinematik dan model gelombang dinamik atau yang dikenal sebagai pendekatan persamaan Saint-Venant yang lengkap [1].

Salah satu cara untuk mengetahui perilaku banjir adalah dengan cara menganalisis solusi model penelusuran banjir dengan menggunakan model numerik. Banyak peneliti yang sudah mengembangkan dan menganalisis model penulusuran banjir untuk mengetahui prakiraan terjadinya banjir. Analisis bentuk konservatif persamaan massa dan momentum model penelusuran banjir [2]. Membangun model matematika penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif [3]. Model matematika penelusuran banjir gelombang difusi bentuk nonkonservatif serta menganalisisnya dengan menggunakan metode volume hingga [1]. Analisis model matematika gelombang banjir dengan menggunakan metode beda hingga, algoritma penyelesaian sistem persamaan aljabar non-linearnya dengan iterasi Newton-Raphson [4].

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan model matematika sangat banyak salah satunya yaitu metode Dufort-Frankel. [5] menggunakan metode Dufort-Frankel dalam menentukan harga opsi pada model black-scholes. Aplikasi metode Dufort-Frankel dalam menyelesaikan persamaan adveksi difusi 2-D untuk transfer polutan [6].

Kelebihan metode Dufort-Frankel dalam menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi ini yaitu belum terdapat peneliti yang menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel. Setelah model penelusuran banjir gelombang difusi ini diselesaikan dengan metode Dufort-Frankel lalu model ini disimulasikan dengan menggunakan program Matlab untuk memperoleh hasil numeriknya dengan menginputkan beberapa parameter dan beberapa kondisi yang ditetapkan.

LANDASAN TEORI

Penelusuran Banjir

Penelusuran banjir dapat juga diartikan sebagai penyelidikan perjalanan banjir (*flood tracing*) yang didefinisikan sebagai upaya prakiraan corak banjir pada bagian hilir berdasarkan corak banjir di daerah hulu (sumbernya). Oleh karena itu, dalam kajian hidrologi penelusuran banjir (*flood routing*) dan penyelidikan banjir (*flood tracing*) digunakan untuk peramalan banjir dan pengendalian banjir [7].

Estimasi perilaku dari suatu sistem saluran dapat ditentukan dengan menggunakan penelusuran aliran terdistribusi berdasarkan persamaan differensial lengkap aliran tidak tunak satu dimensi (Persamaan Saint-Venant). Persamaan ini menghitung secara komputasi debit aliran dan kedalaman air sebagai fungsi ruang dan waktu. Persamaan asal Saint-Venant adalah persamaan konservasi massa (1) dan persamaan konservasi momentum (2), yaitu:

$$\frac{\partial (AV)}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}-q=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+V\frac{\partial V}{\partial x}+g\left(\frac{\partial h}{\partial x}+S_f\right)=0 \tag{2}$$

dengan,

t : waktu,
x : jarak sepanjang aliran air
A : luas penampang

V : kecepatan
q : *inflow* atau *outflow* lateral terdistribusi sepanjang x`
h : elevasi permukaan air
S_f : kemiringan gesekan yang dapat dievaluasi secara seragam.

Gelombang Difusi (*Diffusive Wave*)

Gelombang difusi merupakan suatu proses meningkatnya kecepatan pertukaran atau pemindahan sifat dari suatu massa air ke massa air lainnya melalui moleku-molekulnya. Model ini mempertimbangkan pengaruh *backwater* tetapi tidak menunjukkan distribusi secara langsung terhadap waktu sepanjang penelusuran, keakurasiannya juga rendah untuk *hydrograph* menaik cepat, seperti kejadian kerusakan bendung, gelombang hujan badai, atau pelepasan cepat air dari bendungan dan terputus-putus, dimana propagasi melalui pengaliran berkemiringan sedang sampai datar. Jika persamaan Saint Venant berlaku maka persamaan gelombang difusi menjadi

$$\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{\partial vy}{\partial x}=0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=S_0-S_f \tag{4}$$

Persamaan (3) merupakan persamaan kontinuitas gelombang difusi dan persamaan (4) merupakan persamaan momentum gelombang difusi [8].

Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi

Model penelusuran banjir gelombang difusi terbagi menjadi dua bentuk yaitu

a. Model Bentuk Konservatif

Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif dilakukan untuk mendapatkan debit aliran banjir sebagai variabel terikat. Model ini terdiri atas persamaan konservasi massa (5) dan persamaan konservasi momentum (6).

$$\frac{\partial h}{\partial t}+V\frac{\partial h}{\partial x}+h\frac{\partial V}{\partial x}=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{V\partial V}{\partial x}+g\frac{\partial h}{\partial x}=gS_0-gS_f \tag{6}$$

Untuk mendapatkan persamaan konveksi-difusi dari bentuk konservatif persamaan (5) dan (6) diselesaikan secara simultan. Dengan bentuk suku pertama dan kedua pada persamaan (6) dapat diabaikan maka persamaan (6) akan menjadi

$$\frac{\partial h}{\partial x}=S_0-S_f \tag{7}$$

dengan asumsi bahwa lebar saluran konstan dan penampang melintang sungai ada segiempat maka luas penampang saluran adalah $A = bh$

dengan

A : luas penampang saluran

b : lebar saluran

h : kedalaman air

Penyelesaian model penelusuran banjir bentuk nonkonservatif dilakukan untuk mendapatkan ketinggian muka air banjir sebagai variable yang terikat. Dalam paper ini, model fisis penelusuran banjir dibagi menjadi 5 volume kendali dengan jumlah node sebanyak 5 pada masing-masing volume kendalinya. Nilai pada tiap-tiap node inilah yang akan dicari sebagai variasi ketinggian air pada ruas saluran. Persamaan pembangun diselesaikan secara simultan sehingga diperoleh persamaan dalam bentuk persamaan konveksi-difusi. $V(x, t)$ dieliminasi dengan persamaan (5) dan persamaan (7) maka akan didapatkan bentuk

$$\frac{\partial h}{\partial t} + c\frac{\partial h}{\partial x} - S\frac{\partial^2 h}{\partial^2 x} = 0 \tag{9}$$

Persamaan (8) adalah persamaan difusi konveksi penelusuran banjir gelombang difusi. Selanjutnya untuk menentukan koefisien difusi (S) dan kecepatan gelombang banjir (c) digunakan persamaan Chezy, yaitu

$$S_f = \frac{Q^2}{C^2 b^2 h^3}$$

dengan C : koefisien Chezy

Dengan $S = \frac{AV}{2bS_f}$ (koefisien difusi) dan $c = \frac{3}{2}V$

Selanjutnya persamaan Chezy (9) diturunkan terhadap Q dan h. Maka akan diperoleh

Metode Dufort-Frankel

Penyelesaian model matematika dalam metode Dufort-Frankel ini menggunakan dua indeks yaitu x yang merupakan ruang yang ditunjukkan dengan i dan t merupakan waktu yang ditunjukkan dengan k. Untuk mendapatkan turunan metode beda hingga Dufort-Frankel ini dapat digunakan beda hingga pusat seperti berikut [9].

$$\left.\frac{df}{dx}\right]_i^n = \frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} + O[\Delta t^2] \tag{10}$$

$$\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right]_i^n = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n}{\Delta x^2} + O[\Delta x^2] \tag{11}$$

selanjutnya f_i^n akan diubah dengan rata-rata dari keadaan sebelum dan setelahnya, rata-rata dari f_i^n tersebut adalah sebagai berikut

$$f_i^n = \frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2} + O[\Delta t^2] \tag{12}$$

subtitusikan persamaan (10) ke persamaan (11), dan dinyatakan menjadi persamaan diferensial $\left.\frac{df}{dx}\right]_i^n = \left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right]_i^n$, sehingga akan menjadi

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} + O[\Delta t^2] = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{\Delta x^2} + O[\Delta x^2] \tag{13}$$

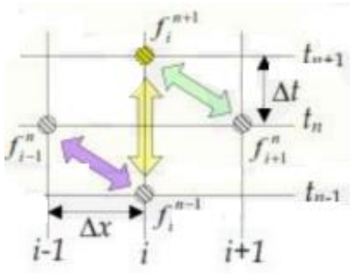
Dengan demikian kesalahan pemotongan untuk metode Dufort-Frankel adalah sebagaiberikut

$$\begin{bmatrix} DufortFrangkle \\ TruncationError \end{bmatrix} = O[(\Delta t)^2] + O\left[\frac{(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2}\right] + O[(\Delta x)^2]$$

sehingga pendekatan beda hingga Dufort-Frankel untuk waktu dan ruang yaitu

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{\Delta x^2} \quad \textbf{(14)}$$

skema yang digunakan pada metode Dufort-Frankel dapat dilihat pada Gambar 1

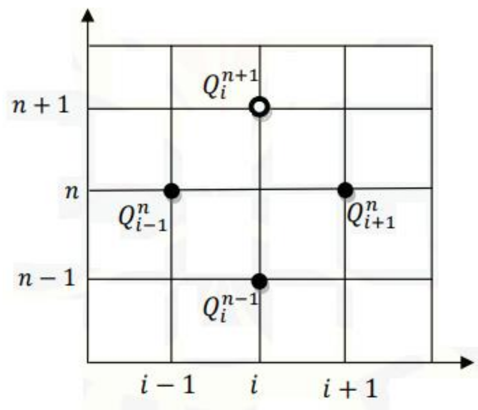


Gambar 1. Skema Dufort-Frankel

HASIL DAN PEMBAHASAN

Diskritisasi Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi Dengan Metode Dufort-Frankel

Bentuk solusi numerik dari persamaan diferensial parsial adalah diskrit. Oleh karena itu, persamaan (8) selanjutnya akan didiskritisasi menggunakan beda hingga skema Dufort-Frankel. Dalam kisi skema Dufort-Frankel untuk mencari solusi h_i^{n+1}terdapat titik disekitarnya yaitu h_{i-1}^n , h_{i+1}^ndan h_i^{n-1}. Kisi skema Dufort-Frankel dalam model penelusuran banjir gelombang difusi dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Skema Dufort-Frankel, lambang ○ menunjukkan titik eksekusi dan Lambang ● menunjukkan titik disekitarnya

Sehingga dapat dilihat pada Gambar 4.1 bahwa untuk mencari solusi h_i^{n+1} harus mengetauhi nilai dari h_{i-1}^n, h_{i+1}^n dan h_i^{n-1}. Sesuai dengan persamaan (14), perubahan hingga skema Dufort-Frankel terhadap ruang dan waktu sebagai berikut.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{i+1}^n - h_i^{n+1} - h_i^{n-1} + h_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (15)$$

(16)

(17)

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{h_i^{n+1}-h_i^{n-1}}{2\Delta t}$$

Betuk diskrit dari $\frac{\partial h}{dx}$ adalah

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{h_{i+1}^{n}-h_{i-1}^{n}}{2\Delta x}$$

Sehingga persamaan diskritisasi dari persamaan (8) adalah

$$\frac{h_i^{n+1}-h_i^{n-1}}{2\Delta t}+c\left(\frac{h_{i+1}^{n}-h_{i-1}^{n}}{2\Delta x}\right)-S\left(\frac{h_{i+1}^{n}-h_i^{n+1}-h_i^{n-1}+h_{i-1}^{n}}{\Delta x^2}\right)=0$$

$$\frac{h_i^{n+1}}{2\Delta t}-\frac{h_i^{n-1}}{2\Delta t}+\frac{ch_{i+1}^{n}}{2\Delta x}-\frac{ch_{i-1}^{n}}{2\Delta x}-S\,\frac{h_{i+1}^{n}}{\Delta x^2}+S\,\frac{h_i^{n+1}}{\Delta x^2}+S\,\frac{h_i^{n-1}}{\Delta x^2}-S\,\frac{h_{i-1}^{n}}{\Delta x^2}=0$$

$$h_i^{n+1}+h_{i+1}^{n}\left(\frac{\Delta t(c\Delta x-2S}{2\Delta x^2+2S\Delta t}\right)-h_i^{n-1}+h_{i-1}^{n}\left(-\frac{c}{2\Delta x}-\frac{S}{\Delta x^2}\right)+h_{i-1}^{n}\left(-\frac{c}{2\Delta x}-\frac{S}{\Delta x^2}\right)=0$$

Persamaan (18) dibagi kedua ruas dengan

$$\frac{1}{2\Delta t}+\frac{S}{\Delta x^2}$$

Maka diperoleh persamaan sebagai berikut

$$h_i^{n+1}+h_{i+1}^{n}\left(\frac{\Delta t(c\Delta x-2S}{2\Delta x^2+2S\Delta t}\right)-h_i^{n-1}\left(\frac{\Delta x^2-2S\Delta t}{\Delta x^2+2S\Delta t}\right)+h_{i-1}^{n}\left(\frac{\Delta t(-c\Delta x-2S)}{\Delta x^2+2S\Delta t}\right)=0$$

Selnjutnya dimisalkan

$$\alpha_i=\left(\frac{\Delta t(c\Delta x-2S}{2\Delta x^2+2S\Delta t}\right)$$

$$\beta_i=\left(\frac{\Delta x^2-2S\Delta t}{\Delta x^2+2S\Delta t}\right)$$

$$\gamma_i=\left(\frac{\Delta t(-c\Delta x-2S)}{\Delta x^2+2S\Delta t}\right)$$

Maka persmaan menjadi berikut $h_i^{n+1}+h_{i+1}^{n}\alpha_i-h_i^{n-1}\beta_i+h_{i-1}^{n}\gamma_i=0$

Persamaan 20 untuk $1<i<i-1$maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

Untuk $i=1$ maka $h_1^{n+1}+h_2^{n}\alpha_1-h_1^{n-1}\beta_1+h_0^{n}\gamma_1=0$

Untuk $i=2$ maka $h_2^{n+1}+h_3^{n}\alpha_2-h_2^{n-1}\beta_2+h_1^{n}\gamma_2=0$

Untuk $i=3$ maka $h_3^{n+1}+h_4^{n}\alpha_3-h_3^{n-1}\beta_3+h_2^{n}\gamma_3=0$

….

Untuk $i=I-1$ maka $h_{I-1}^{n+1}+h_I^{n}\alpha_{I-1}-h_{I-1}^{n-1}\beta_{I-1}+h_I^{n}\gamma_{I-1}=0$

Jika disajikan dalam bentuk matriks, sistem persamaan tersebut adalahsebagai berikut

$$\begin{bmatrix} h_1^{n+1} \\ h_2^{n+1} \\ h_3^{n+1} \\ \vdots \\ h_{I-1}^{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_2 & 0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma_I & \dots & \alpha_{I-2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_1 & \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_2 & \beta_2 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \beta_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma_I & \dots & \beta_{I-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1^{n-1} \\ h_2^{n-1} \\ h_3^{n-1} \\ \vdots \\ h_{I-1}^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bentuk diskritisasi persamaan (14) dengan metode beda hingga skema Dufort-Frankel dapat disederhanakan sebagai berikut.

$$\begin{gathered} h^{n+1} + Ah^n - Bh^{n-1} = 0 \\ h^{n+1} = -Ah^n + Bh^{n-1} \end{gathered} \tag{21}$$

Dengan

$$Q^{n+1} = \begin{bmatrix} Q_1^{n+1} \\ Q_2^{n+1} \\ Q_3^{n+1} \\ \vdots \\ Q_{I-1}^{n+1} \end{bmatrix}, Q^{n-1} = \begin{bmatrix} Q_1^{n-1} \\ Q_2^{n-1} \\ Q_3^{n-1} \\ \vdots \\ Q_{I-1}^{n-1} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_2 & 0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma_I & \dots & \alpha_{I-2} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \beta_1 & \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_2 & \beta_2 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \beta_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma_I & \dots & \beta_{I-1} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya untuk iterasi yang kedua mencari nilai h_i^1 yang dilakukan dengan mendiskritkan model penelusuran banjir (14) menggunakan skema beda hingga maju. Perubahan hingga skema beda hingga maju terhada waktu dan ruang yang digunakan dalam mendiskritkan model penelusuran banjir gelombang difusi yaitu sebagai berikut.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i+1}^n - h_i^n}{\Delta x} \tag{22}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_{i+1}^n - h_i^n}{\Delta t} \tag{23}$$

Turunan kedua terhadap ruang pada model penelusuran banjir gelombang difusi didiskrikan dengan menggunakan skema beda hingga tengah atau pusat sebagai berikut.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{i+1}^n - 2h_i^n + h_{i-1}^n}{\Delta x^2} \tag{24}$$

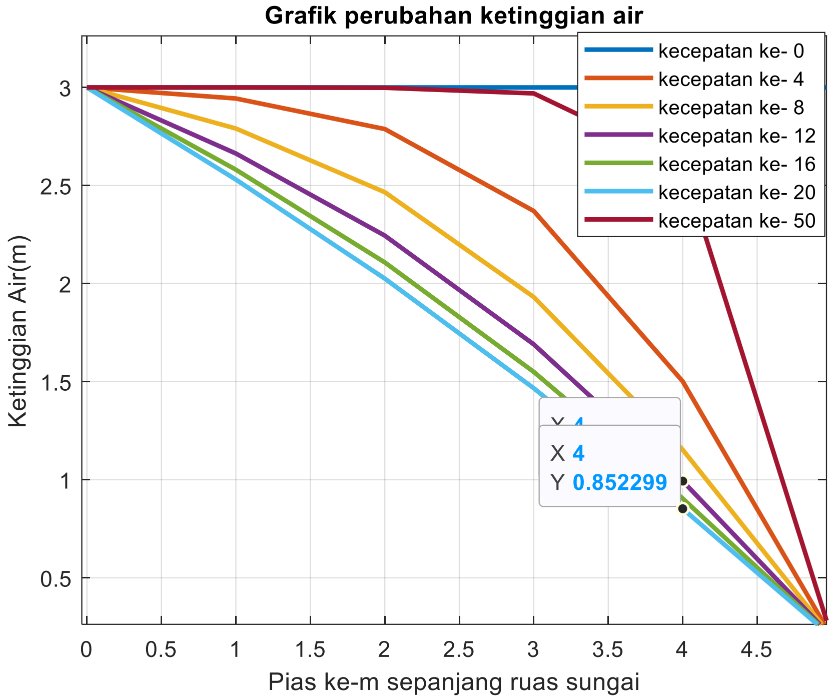
Dengan menggunakan persamaan (22, 2 3 dan 2 4) maka model penelusuran banjir gelombang difusi menjadi sebagai berikut

$$\frac{h_{i+1}^n - h_i^n}{\Delta t} + c\left(\frac{h_{i+1}^n - h_i^n}{\Delta x}\right) - S\,\frac{h_{i+1}^n - 2h_i^n + h_{i-1}^n}{\Delta x^2} = 0 \tag{25}$$

Dari persamaan (25) akan dicari nilai h_{i}^1 . Setelah nilai h_{i}^1 diketahui maka kisi skema Dufort-Frankel dapat dilihat.

Selanjutnya akan mensimulasikan model penelusuran banjir gelombang difusi dengan metode beda hingga Dufort-Frankel. Parameter yang digunakan adalah kecepatan aliran rata-rata (v) sebesar 4 m/s , 8 m/s dan 12 m/s. Selain itu diinputkan nilai-nilai yang telah ditetapkan yaitu panjang ruas saluran (L) =10.000 m, lebar saluran (b) = 50 m, koefisien chezy (C) = 50,2, kedalaman air rata-rata (h) = 4 m, kondisi batas hulu ($h_{Æ}$) = 25 m^3/s, kondisi batas hilir (h_B) = 20 m^3/s dan debit awal (h_0) = 25 m^3/s, dengan output yang dihasilkan berupa pengaruh kecepatan aliran rata-rata (v) yang berbeda terhadap debit aliran sungai (h). Berikut merupakan simulasi program dengan dengan pias sebesar 5.

Simulasi dengan pias sebesar 5 ini dilakukan dengan cara membagi x = 10.000 m dengan 5 pias sehingga didapatkan Δx = 750 m serta dengan Δt = 0,01 detik. Berikut merupakan simulasi dengan kecepatan sebesar sebesar 4 m/s , 8 m/s dan 12 m/s. Simulasi program yang pertama yaitu pengaruh kecepatan aliran rata-rata sebesar 2 m/s terhadap debit aliran sungai. Grafik simulasi program dapat dilihat pada gambar 1. Dalam kasus ini setiap kecepatan yang diberikan menghasilkan nilai ketinggian muka air yang berbeda terhadap titik node sepanjang ruas saluran.



Gambar 1 Perubahan Ketinggian muka air sepanjang ruas saluran/sungai

PENUTUP

Dari hasil simulasi model penelusuran banjir gelombang difusi menunjukkan bahwa kemiringan dasar saluran dan kecepatan rata-rata aliran berpengaruh terhadap perilaku aliran gelombang banjir dengan kesimpulan:

1. Semakin besar kecepatan aliran rata-rata pada saluran/sungai maka semakin kecil ketinggian muka air yang dihasilkan sepanjang ruas saluran/sungai dan semakin kecil kecepatan aliran rata-rata pada saluran/sungai maka semakin besar ketinggian muka air.
2. Semakin besar kemiringan dasar saluran maka semakin besar ketinggian muka air yang dihasilkan sepanjang ruas saluran/sungai dan semakin kecil kemiringan dasar saluran maka semakin kecil ketinggian muka air.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Siing, M., dan Basuki, W. (2011). Penyelesaian Numerik Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi Menggunakan Metode Volume Hingga. *Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA*, Universitas Negeri Yogyakarta. M77-M84.

[2] Gosiorowski, D., dan Szymkiewicz, R. (2007). Mass And Momentum Conservation In The Simplified Flood Routing Models. *Jurnal of Hydrology,* **346:** 51- 58.

[3] Novak, P., Guinot, V., Jeffrey, A. and Reeve, D.E. (2010). *Hydraulic Modelingan Introduction. Principles, Methods and Application*. New York: Spon Press.

[4] Chagas, P. F. (2010). Aplication of Mathematical Modeling to Study Flood Wave Beahvior in Natural Rivers as Function of Hydraulic and Hydrological Parameters of the Basin. *Hydrology Day*

[5] Siswanto, H., Purnomo, K. D., dan Kusbudiono. (2014). Penentuan Harga Opsi Pada Model Balck-Scholes Menggunakan Metode Beda Hingga Dufort Frankel. *Prosiding Seminar Nasional Matematika*, Universitas Jember.329-335.

[6] Alman, Kusuma, J., dan Amiruddin. (2013). Penyelesaian Numerik Persamaan Adveksi Difusi 2-D Untuk Transfer Polutan dengan Menggunakan Metode Beda Hingga Dufort Frankel. *Jurnal Matematika*, 1-14. Universitas Hasanudin.

[7] Tikno, S. (2002). Penerapan Metode Penelusuran Banjir (Flood Routing) untuk Program Pengendalian dan Sistem Peringatan Dini Banjir Kasus : Sungai Ciliwung. *Jurnal sains dan Teknologi Modfikasi Cuaca*, Universitas Diponegoro. 53-60.

[8] Kodoatie, R. (2002). *Hidrolika Terapan Aliran Pada Saluran Terbuka dan Pipa.* Yogyakarta: Andi.

[9] Caretto, L. (2002). *Computational Fluid Dynamics*. California: University Nortridge