e-ISSN 2657-232X
Terbitan II
Mei 2022

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA, STATISTIKA, DAN APLIKASINYA

"MATHEMATICS AND STATISTICS FOR SUPPORTING RESEARCH IN THE NEW NORMAL ERA"

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Mulawarman

Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, dan Aplikasinya
Terbitan II, Mei 2022, Samarinda, Indonesia e-ISSN: 2657-232X

PEMILIHAN MODEL REGRESI BERNOULLI TERBAIK

M. Fathurahman[1*]

[1]Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Mulawarman, Indonesia

Corresponding author: fathur@fmipa.unmul.ac.id

Abstrak. Regresi Bernoulli merupakan model regresi yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel dependen kategorik dan satu atau lebih variabel independen. Penelitian ini bertujuan mengkaji pemilihan model regresi Bernoulli terbaik menggunakan metode *Akaike's Information Criterion* (AIC), *Corrected* AIC (AICc), *Bayesian Information Criterion* (BIC). Ketiga metode ini berhubungan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang digunakan untuk estimasi parameter model regresi Bernoulli. Berdasarkan hasil kajian empiris pada data Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat (IPKM) kabupaten/kota di Pulau Kalimantan, metode AIC menghasilkan nilai terkecil dibanding metode AICc dan BIC untuk semua model yang dibandingkan. Model regresi Bernoulli terbaik untuk data IPKM berdasarkan nilai AIC, AICc, dan BIC terkecil adalah model dengan variabel independennya adalah produk domestik regional bruto per kapita.

Kata Kunci: *regresi Bernoulli, MLE, AIC, AICc, BIC, IPKM.*

1 PENDAHULUAN

Regresi Bernoulli merupakan salah satu pendekatan alternatif yang dapat digunakan untuk memodelkan hubungan antara respon kategorik dan satu atau lebih prediktor kategorik, kuantitatif, atau gabungan antara keduanya. Model regresi Bernoulli adalah model marginal dari model regresi Bernoulli bivariat yang dikembangkan oleh [1]. Variabel respon model regresi Bernoulli mempunyai dua kategori dan berdistribusi Bernoulli univariat. Distribusi ini merupakan distribusi marginal dari distribusi Bernoulli bivariat yang ditemukan oleh Marshall dan Olkin pada tahun 1985 dalam [2] dan [3]. Penelitian ini difokuskan untuk model regresi Bernoulli yang mempunyai satu variabel dependen (univariat), khususnya untuk pemilihan model terbaik.

Model regresi terbaik akan memberikan hasil yang optimal dalam estimasi, inferensi, maupun prediksi. Beberapa penelitian yang mengkaji pemilihan model regresi terbaik diantaranya adalah pemilihan model regresi terbaik dan penerapannya pada bidang pendidikan menggunakan metode *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Schwarz Information Criterion* (SIC) [4]. [5] mengkaji dan menerapkan metode AIC dan *Bayesian Information Criterion* (BIC) pada pemilihan model terbaik dengan menggunakan data psikologi. [6] mengembangkan metode *Corrected* AIC (AICc).

Berdasarkan penelitian sebelumnya, penelitian yang mengkaji pemilihan model regresi Bernoulli terbaik menggunakan metode AIC, AICc, dan BIC masih sangat sedikit. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan mengkaji pemilihan model regresi Bernoulli terbaik menggunakan ketiga metode tersebut dan penerapannya pada data Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat (IPKM) kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018.

2 TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Bernoulli

Distribusi Bernoulli merupakan distribusi khusus dari distribusi binomial [7]. Jika Y adalah variabel random berdistribusi Bernoulli, maka fungsi masa peluang dari Y dinyatakan sebagai berikut:

$$P(Y=y)=\gamma^{y}(1-\gamma)^{1-y},\ y=0,1. \tag{1}$$

Rata-rata dan varians dari Y berdasarkan Persamaan (1) adalah berturut-turut $\mu=E(Y)=\gamma$ dan $\sigma^2=Var(Y)=\gamma(1-\gamma)$, dimana $\gamma=P(Y=1)$ disebut peluang kejadian sukses untuk Y dan $\gamma(1-\gamma)=P(Y=0)$ disebut peluang kejadian gagal untuk Y.

2.2 Regresi Bernoulli

Regresi Bernoulli merupakan model marginal dari model regresi Bernoulli bivariat [1-3]. Jika diberikan sampel random $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ berdistribusi Bernoulli dengan parameter γ, maka model regresi Bernoulli dapat ditulis sebagai berikut [1-3]:

$$h(\boldsymbol{x}_i)=\ln\left[\frac{\gamma(\boldsymbol{x}_i)}{1-\gamma(\boldsymbol{x}_i)}\right]=\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{x}_i, \tag{2}$$

dimana $\boldsymbol{x}_i=[1\quad X_{1i}\quad X_{2i}\quad\cdots\quad X_{ki}]^T$ adalah vektor variabel independen untuk pengamatan ke- i , $i=1,2,\dots,n$. $\boldsymbol{\theta}^T=[\theta_0\quad\theta_1\quad\theta_2\quad\cdots\quad\theta_p]$ adalah vektor parameter. $\gamma(\boldsymbol{x}_i)$ adalah peluang variabel dependen yang mempunyai kategori bernilai 1 untuk pengamatan ke-i dan bergantung pada variabel independen pada pengamatan ke-i, yaitu:

$$\gamma(\boldsymbol{x}_i) = P(Y_i = 1|\boldsymbol{x}_i) = \frac{\exp(\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{x}_i)}{1+\exp(\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{x}_i)}. \quad (3)$$

Untuk mendapatkan model regresi Bernoulli, dilakukan estimasi terhadap parameter modelnya menggunakan metode MLE [1-3]. Estimasi parameter diawali dengan mengambil n sampel random yang saling independen untuk variabel random Y_i berdistribusi Bernoulli dengan parameter $\gamma(\boldsymbol{x}_i)$. Berdasarkan Persamaan (1), diperoleh fungsi likelihood sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) &= \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i)\\ &= \prod_{i=1}^{n} \gamma(\boldsymbol{x}_i)^{y_i}[1-\gamma(\boldsymbol{x}_i)]^{1-y_i}\\ &= \prod_{i=1}^{n} [\exp(\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{x}_i)]^{y_i}[1+\exp(\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{x}_i)]^{-1}. \quad (4)\end{aligned}$$

Selanjutnya, dilakukan transformasi terhadap Persamaan (4) menggunakan fungsi *natural logarithm*, sehingga didapatkan fungsi log-likelihood

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})] = \sum_{i=1}^{n} y_i\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{x}_i - \sum_{i=1}^{n} \ln[1+\exp(\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{x}_i)]. \quad (5)$$

Estimator untuk parameter model regresi Bernoulli dapat diperoleh dengan memaksimumkan fungsi log-likelihood pada Persamaan (5) dengan cara menentukan derivatif parsial pertama fungsi log-likelihood terhadap $\boldsymbol{\theta}$ kemudian disamakan dengan nol, yaitu:

$$\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}^T} = \sum_{i=1}^{n} y_i\boldsymbol{x}_i - \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_i\gamma(\boldsymbol{x}_i) = 0, \quad (6)$$

dimana $\gamma(\boldsymbol{x}_i)$ seperti pada Persamaan (3).

Berdasarkan Persamaan (6), diperoleh sistem persamaan yang implisit. Hal ini menunjukkan bahwa estimator parameter model regresi Bernoulli yang diperoleh dengan metode MLE tidak menghasilkan penyelesaian secara analitik. Oleh karena itu, untuk mendapatkan estimator parameter digunakan pendekatan secara numerik menggunakan metode *Fisher scoring* [8,9] dengan formula sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)} + \boldsymbol{I}^{-1}\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}\right)\boldsymbol{g}\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}\right), t = 0,1,2\ldots \quad (7)$$

dimana $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ adalah estimator parameter; $\boldsymbol{I}^{-1}(\widehat{\boldsymbol{\theta}})$ adalah invers dari matriks informasi Fisher, dengan elemen-elemen dari matriks informasi Fisher adalah derivatif parsial kedua fungsi log-likelihood terhadap parameter yang diestimasi; dan $\boldsymbol{g}(\widehat{\boldsymbol{\theta}})$ adalah vektor gradien dengan elemen-elemennya adalah derivatif parsial pertama fungsi log-likelihood terhadap parameter yang diestimasi, seperti pada Persamaan (6).

Vektor gradien dan matriks informasi Fisher berturut-turut dinyatakan sebagai berikut [8]:

$$\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}^T}\right]^T, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{I}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}) = -E\left[\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta} \partial \boldsymbol{\theta}^T}\right], \tag{9}$$

dengan $E\left[\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta} \partial \boldsymbol{\theta}^T}\right]$ adalah harga harapan dari derivatif parsial kedua fungsi log-likelihood terhadap parameter yang ditaksir.

Berdasarkan Persamaan (7), estimator parameter model regresi Bernoulli dapat diperoleh pada saat proses iterasi *Fisher scoring* memenuhi kondisi konvergen, yaitu $\left\|\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}\right\| \leq \delta$, dengan δ adalah bilangan positif yang sangat kecil [8]. Estimator parameter yang didapat adalah estimator pada saat iterasi terakhir, yaitu $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)}$.

2.3 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model regresi Bernoulli terbaik dapat dilakukan dengan menggunakan metode AIC, AICc, dan BIC. Metode AIC ditemukan oleh Akaike pada tahun 1974 dan metode BIC ditemukan oleh Schwarz pada tahun 1978 [5]. Sedangkan, metode AICc ditemukan oleh Hurvich dan Tsai pada tahun 1989 [6]. Formula yang digunakan untuk menghitung nilai AIC, AICc, dan BIC adalah sebagai berikut [5,6,10]:

$$\begin{aligned} \text{AIC} &= -2\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + 2(p+1), \\ \text{AICc} &= -2\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{2n(p+1)}{n-p-2}, \\ \text{BIC} &= -2\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \ln(n)\,(p+1), \end{aligned} \tag{10}$$

dimana $\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ adalah nilai fungsi log-likelihood untuk estimator parameter, p adalah banyaknya parameter yang diestimasi, dan n adalah banyaknya sampel. Berdasarkan Persamaan (10), model regresi Bernoulli terbaik adalah model yang mempunyai nilai AIC, AICc, dan BIC terkecil.

3 DATA

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan (Balitbangkes) Kementerian Kesehatan dan Badan Pusat Statistik. Data yang diambil dari Balitbangkes Kementerian Kesehatan adalah data hasil publikasi IPKM kabupaten/kota tahun 2018. Data yang diambil dari Badan Pusat Statistik adalah data hasil publikasi dan hasil survei. Data hasil publikasi meliputi data dan informasi kemiskinan tahun 2018, provinsi dalam angka, dan laporan pembangunan manusia tahun 2018, sedangkan data hasil survei meliputi hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) tahun 2018.

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini meliputi variabel dependen dan variabel independen. Variabel dependen (Y) adalah status IPKM kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018. Sedangkan variabel independen (X_j) adalah faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap status IPM kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018. Variabel independen yang digunakan dalam penelitian ini mengacu pada penelitian-penelitian sebelumnya mengenai beberapa faktor yang berpengaruh signifikan terhadap status IPKM [8,11,12]. Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1: Variabel Penelitian

Variabel	Nama Variabel	Skala Pengukuran
Y	Status IPKM, dengan kategori [13]: 0 = IPKM DBK (IPKM < rata-rata) 1 = IPKM B-DBK (IPKM ≥ rata-rata) DBK = Daerah Bermasalah Kesehatan B-DBK = Bukan Daerah Bermasalah Kesehatan.	Nominal
X_1	Status IPM, dengan kategori [14]: 0 = IPM sedang (60 ≤ IPM < 70) 1 = IPM tinggi (70 ≤ IPM < 80)	Nominal
X_2	Persentase penduduk miskin	Rasio
X_3	PDRB per kapita	Rasio
X_4	Persentase penduduk yang berpendidikan minimal SMP	Rasio

Tahapan-tahapan analisis data dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1) Melakukan analisis statistika deskriptif terhadap variabel dependen dan variabel independen.
2) Melakukan pendeteksian multikolinieritas pada variabel independen menggunakan nilai VIF.
3) Melakukan estimasi parameter model regresi Bernoulli menggunakan metode MLE dan *Fisher scoring*.
4) Melakukan pemilihan model terbaik.
5) Melakukan interpretasi terhadap model terbaik.
6) Menarik kesimpulan.

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Pembahasan pada penelitian ini diawali dengan analisis statistik deskriptif terhadap variabel penelitian. Deskripsi dari variabel dependen disajikan pada Tabel 2. Sedangkan deskripsi dari variabel independen disajikan pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Tabel 2. Deskripsi Variabel Dependen

Status IPKM	Frekuensi	Persentase
IPKM DBK	30	53,57
IPKM B-DBK	26	46,43
Jumlah	56	100

Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa status IPKM (Y) kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018 terbanyak adalah IPKM DBK, yaitu sebanyak 30 kabupaten/kota (53,57%).

Tabel 3. Deskripsi Variabel Independen Kategorik

Status IPM	Frekuensi	Persentase
IPM Sedang	33	58,93
IPM Tinggi	23	41,07
Jumlah	56	100

Pada Tabel 3, tampak bahwa status IPM (X_1) kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018 terbanyak adalah IPM sedang, yaitu sebanyak 33 kabupaten/kota (58,93%).

Tabel 4. Deskriptif Variabel Independen Kuantitatif

Variabel	Min	Max	Mean	SD
X_2	2,64	12,83	6,27	2,43
X_3	23,13	353,30	67,20	76,86
X_4	35,58	81,37	54,25	11,05

Berdasarkan Tabel 4, dapat diketahui bahwa rata-rata persentase penduduk miskin (X_2) di Pulau Kalimantan tahun 2018 sebesar 6,27%. Persentase penduduk miskin terendah di Kota Balikpapan, Kalimantan Timur sebesar 2,64% dan persentase tertinggi di Kabupaten Melawi, Kalimantan Barat sebesar 12,83%. Rata-rata PDRB per kapita (X_3) kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018 sebesar 67,2 juta rupiah, dengan PDRB per kapita terendah di Kabupaten Melawi, Kalimantan Barat sebesar 23,13 juta rupiah dan PDRB per kapita tertinggi di Kabupaten Kutai Timur, Kalimantan Timur sebesar 353,3 juta rupiah. Rata-rata persentase penduduk yang berpendidikan minimal SMP (X_4) di Pulau Kalimantan tahun 2018 sebesar 54,25%. Persentase terendah di Kabupaten Sambas, Kalimantan Barat sebesar 35,58%. Sedangkan, persentase tertinggi di Kota Palangkaraya, Kalimantan Tengah sebesar 81,37%.

Pembahasan selanjutnya adalah melakukan pendeteksian multikolinieritas terhadap variabel independen sebagai prasyarat analisis data pada model regresi Bernoulli. Pendekatan yang digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinieritas adalah *Variance Inflation Factor* (VIF). Model regresi Bernoulli bebas masalah multikolinieritas jika semua variabel independennya mempunyai nilai VIF kurang dari 10 [15]. Berdasarkan hasil perhitungan dengan *software* R, diperoleh nilai VIF untuk setiap variabel independen yang disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai VIF Variabel Independen

Variabel Independen	Nilai VIF
X_2	1,25
X_3	1,37
X_4	1,62

Pada Tabel 5, tampak bahwa variabel X_2, X_3, dan X_4 mempunyai nilai VIF kurang dari 10. Hasil ini menunjukkan bahwa tidak terdapat multikolinieritas. Oleh karena itu, variabel independen X_2, X_3, dan X_4 dapat digunakan untuk model regresi Bernoulli.

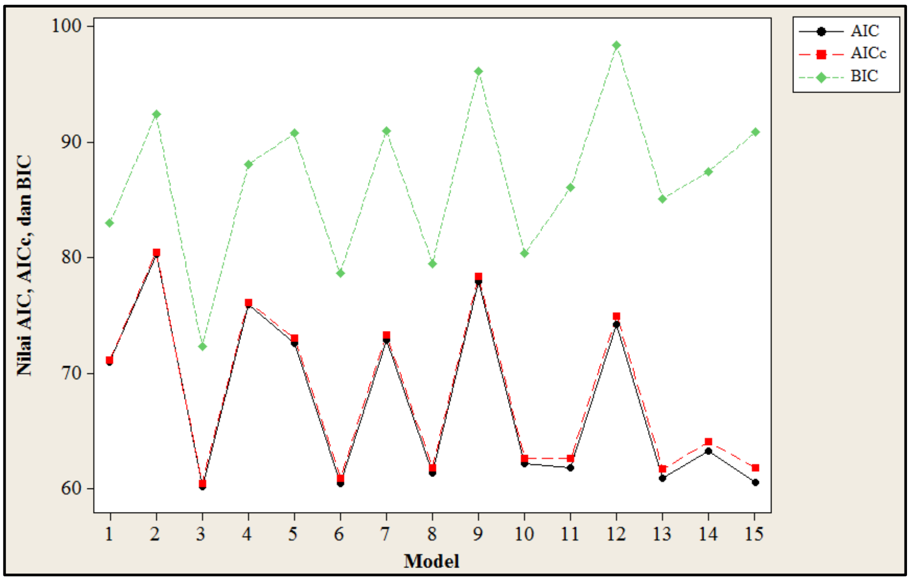
Pemilihan model regresi Bernoulli terbaik untuk data IPKM kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018, diawali dengan melakukan estimasi terhadap parameter model regresi Bernoulli menggunakan metode MLE dan iterasi *Fisher scoring* seperti pada Persamaan (7). Selanjutnya, menghitung nilai AIC, AICc, dan BIC berdasarkan Persamaan (10). Setelah dilakukan perhitungan dengan *software* R, diperoleh hasil yang disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Nilai AIC, AICc, dan BIC Model Regresi Bernoulli Data IPKM

Model	Variabel Independen	AIC	AICc	BIC
1	X_1	70,94	71,17	83,04
2	X_2	80,30	80,52	92,40
3	X_3	60,23*	60,45*	72,33*
4	X_4	75,96	76,18	88,06
5	X_1X_2	72,62	73,08	90,77
6	X_1X_3	60,51	60,97	78,66
7	X_1X_4	72,86	73,33	91,02
8	X_2X_3	61,37	61,84	79,53
9	X_2X_4	77,96	78,42	96,11
10	X_3X_4	62,22	62,69	80,38
11	$X_1X_2X_3$	61,87	62,65	86,07
12	$X_1X_2X_4$	74,22	75,00	98,42
13	$X_1X_3X_4$	60,91	61,70	85,12
14	$X_2X_3X_4$	63,27	64,06	87,48
15	$X_1X_2X_3X_4$	60,59	61,79	90,85

*) Model terbaik

Berdasarkan Tabel 6, terlihat bahwa model regresi Bernoulli dengan variabel independen PDRB per kapita (Model 3) adalah model terbaik untuk data IPKM. Hal ini ditunjukkan oleh nilai AIC, AICc, dan BIC untuk Model 3 terkecil dibanding model-model lainnya. Hasil ini juga disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Nilai AIC, AICc, dan BIC Model Regresi Bernoulli Data IPKM

Model regresi Bernoulli terbaik yang diperoleh dari Tabel 5 dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{h}(\boldsymbol{x}) = -1{,}82 + 0{,}03X_3. \tag{11}$$

Interpretasi dari model pada Persamaan (11) adalah setiap penambahan PDRB per kapita sebesar 1 juta rupiah, maka kabupaten/kota memiliki kecenderungan sebesar 1,03 kali mempunyai status IPKM B-DBK daripada IPKM DBK.

5 KESIMPULAN

Pemilihan model regresi Bernoulli terbaik dapat dilakukan dengan menggunakan metode AIC, AICc, dan BIC karena ketiga metode ini bergantung pada fungsi log-likelihood dari metode MLE yang digunakan untuk estimasi parameter model regresi Bernoulli. Performa dari metode AIC, AICc, dan BIC dievaluasi dengan menerapkannya pada data IPKM kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018. Berdasarkan hasil penerapan pada data IPKM, metode AIC memberikan nilai terkecil dibanding metode AICc dan BIC. Model regresi Bernoulli terbaik untuk data IPKM kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2018 adalah model regresi Bernoulli dengan variabel independennya adalah PDRB per kapita.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bhuyan, M. B., Islam, M. A., & Rahman, M. S. (2018). A Bivariate Bernoulli Model for Analyzing Malnutrition Data. *Health Services and Outcomes Research Methodology, 18*, 109-127.

[2] Islam, M. A., Chowdhury, R. I., & Briollais, L. (2012). A Bivariate Binary Model for Testing Dependence in Outcomes. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 35*(4), 845-858.

[3] El-Sayed, A. M., Islam, M. A., & Alzaid, A. A. (2013). Estimation and Test of Measures of Association for Correlated Binary Data. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 36*(4), 985-1008.

[4] Fathurahman, M. (2009). Pemilihan Model Regresi Terbaik Menggunakan Metode Akaike's Information Criterion dan Schwarz Information Criterion. *Jurnal Informatika Mulawarman, 4*(3), 37-41.

[5] Vrieze, S. I. (2012). Model Selection and Psychological Theory: A discussion of the differences between the Akaike Information Criterion (AIC) and the Bayesian Information Criterion (BIC). *Psychol Methods, 17*(2), 228-243.

[6] Delsole, T., & Tippett, M. K. (2021). Correcting the Corrected AIC. *Statistics and Probability Letters, 173*, 109064.

[7] Johnson, N. L., Kemp, A. W., & Kotz, S. (2005). *Univariate Discrete Distributions* (3rd ed.). New Jersey: John Wiley & Sons.

[8] Fathurahman, M. (2019). Pemodelan Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat Kabupaten/Kota di Pulau Kalimantan Menggunakan Pendekatan Regresi Probit. *Jurnal Varian, 2*(2), 47-54.

[9] Fathurahman, M., Siringoringo, M., Satriya, A. M., & Sari, N. W. (2019). Pemodelan Regresi Logistik dan Regresi Probit pada Indeks Pembangunan Manusia Kabupaten/Kota di Pulau Kalimantan. *Prosiding SNMSA* (pp. 172-182). Samarinda: Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman.

[10] Bilder, C. R., & Loughin, T. M. (2015). *Analysis of Categorical Data with R.* Boca Raton: CRC Press.

[11] Fibriyani, V., Latra, I. N., & Purhadi. (2015). Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression Model (Case Study: Human Development Index Value and Healths Status Areas of Districts/Cities 2013 in Sumatera). *Proceedings of the IConSSE* (pp. 13-19). Salatiga, Indonesia: FSM SWCU.

[12] Fathurahman, M., Hayati, M. N., & Rizki, N. A. (2019). Pemodelan Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat Kabupaten/Kota di Pulau Kalimantan dengan Regresi Spasial. *Prosiding SNMSA* (pp. 183-191). Samarinda: Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman.

[13] Kementerian Kesehatan. (2010). *Pedoman Umum Penanggulangan Daerah Bermasalah Kesehatan Kabupaten/Kota.* Jakarta: Kementerian Kesehatan.

[14] Badan Pusat Statistik. (2019). *Indeks Pembangunan Manusia 2018.* Jakarta: BPS.

[15] Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., & Neter, J. (2004). *Applied Linear Regression Models.* New York: McGraw-Hill/Irwin.

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Mulawarman
Jalan Barong Tongkok No 4 Kampus Gunung Kelua
Samarinda 75123 Kalimantan Timur

9 772657 232004