

**LEMBAR KERJA MAHASISWA I
METODOLOGI WORKSHOP
PENDIDIKAN MATEMATIKA
POLA BILANGAN**

Disusun Oleh:

Drs. Kukuh, M.Pd



**KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN,
RISET DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS MULAWARMAN
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
2021**

LEMBAR KERJA I

NAMA/NIM :

WAKTU :

POLA BILANGAN

1. Definisi: $E_0 = 0$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$E_n = E_{(n-1)} + 2$$

Tentukan $E_{1,234} = \dots$

Untuk dapat menjawab pertanyaan tersebut,

lakukan langkah-langkah sebagai berikut:

	Jawab
1. $E_0 = 0$	
2. $E_1 = E_{(1-1)} + 2 = E_0 + 2 = 0 + 2 = 2$...
3. $E_2 = E_{(2-1)} + 2 = E_1 + 2 = 2 + 2 = \dots$...
4. $E_3 = E_{(3-1)} + 2 = E_2 + 2 = \dots$...
5. $E_4 = \dots$...
6. $E_5 = \dots$...
7. $E_{10} = \dots$...
8. $E_{20} = \dots$...
9. $E_{123} = \dots$...

Apakah anda sudah dapat menentukan jawaban no 7 sampai 9, Bila belum dapat, lakukan langkah berikut.

10. $E_1 = 2 = 2 \times \dots$...
11. $E_2 = 4 = 2 \times \dots$...
12. $E_3 = 6 = 2 \times \dots$...
13. $E_4 = 8 = 2 \times \dots$...

$$14. E_5 = 10 = 2 \times \dots \dots$$

Sekarang anda dapat menentukan E_6 dan seterusnya dengan memperhatikan pola di atas

$$15. E_{10} = 2 \times \dots \dots$$

$$16. E_{15} = 2 \times \dots \dots$$

$$16. E_{\dots} = 2 \times 25 \dots$$

$$17. E_{\dots} = 2 \times 35 \dots$$

$$18. E_{1234} = 2 \times \dots \dots$$

$$19. E_{1856} = 2 \times \dots \dots$$

$$20. \text{Untuk setiap bilangan bulat positif } n, E_n = \dots ? \dots$$

Jadi diperoleh rumus

$$\boxed{\boxed{E_n = 2 \times n}}$$

2. Definisi: $A_1 = 1$, dan untuk setiap bilangan bulat positif $n > 1$ berlakulah:

$$\boxed{\boxed{A_n = A_{(n-1)} + 2}}$$

Tentukan $A_{134231} = \dots$

Untuk dapat menjawab pertanyaan tersebut, Kerjakan soal-soal berikut:

Jawab

$$1. A_1 = 1$$

$$2. A_2 = A_{(2-1)} + 2 = A_1 + 2 = 1 + 2 = \dots \dots$$

$$3. A_3 = A_{(3-1)} + 2 = A_2 + 2 = \dots \dots$$

$$4. A_4 = A_{(4-1)} + 2 = A_3 + 2 = \dots \dots$$

$$5. A_5 = \dots \dots$$

$$6. A_6 = \dots \dots$$

$$7. A_{10} = \dots \dots$$

$$8. A_{20} = \dots \dots$$

$$9. A_{123} = \dots \dots$$

Apakah anda sudah dapat menentukan jawaban no 7 sampai 9, Bila belum dapat, lakukan langkah berikut.

$$10. A_1 = 1 = 2 - \dots = E_1 - \dots = \dots \dots$$

$$11. A_2 = 3 = 4 - \dots = E_2 - \dots = \dots \dots$$

$$12. A_3 = 5 = 6 - \dots = E_3 - \dots = \dots \dots$$

$$13. A_4 = 7 = 8 - \dots = E_4 - \dots = \dots \dots$$

$$14. A_5 = 9 = 10 - \dots = E_5 - \dots = \dots \dots$$

$$15. A_6 = 11 = 12 - \dots = E_6 - \dots = \dots \dots$$

Sekarang anda dapat menentukan A_7 dan seterusnya dengan memperhatikan pola di atas

$$16. A_7 = E_7 - \dots = \dots \dots$$

$$17. A_9 = E_9 - \dots = \dots \dots$$

$$18. A_{100} = E_{\dots} - \dots = \dots \dots$$

$$19. A_{986} = E_{\dots} - \dots = \dots \dots$$

$$20. \text{Untuk setiap bilangan bulat positif } n, A_n = E_n - \dots \dots$$

21. Karena Untuk setiap bilangan bulat positif n , $E_n = \dots \times n$, maka

$$A_n = \dots - 1$$

Jadi Rumusnya adalah

$$A_n = 2 \times n - 1 = \dots$$

$$22. A_{12345} = (2 \times \dots) - 1 = \dots - 1 = \dots \dots$$

$$23. A_{44444} = (2 \times \dots) - 1 = \dots - 1 = \dots \dots$$

Tentukan ganjil atau genap

$$24. A_{12.345.678} \dots \dots$$

25. $E_{18,569}$. . .
26. Untuk setiap bilangan bulat positif n , A_n adalah bilangan . . .
27. Untuk setiap bilangan bulat positif n , E_n adalah bilangan . . .
28. $E_{10002} + E_{88879}$ adalah bilangan . . .
29. $A_{45678} + A_{757579}$ adalah bilangan . . .
30. $E_{2727275} + A_{65472}$ adalah bilangan . . .

3. Definisi: $N_0 = 0$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$N_n = N_{(n-1)} + 1$$

Tentukan $N_{2016} = \dots$

Untuk dapat menjawab pertanyaan tersebut, Kerjakan soal-soal berikut:

- | | Jawab |
|--|-------|
| 1. $N_0 = 0$ | |
| 2. $N_1 = N_{(1-1)} + 1 = N_0 + 1 = 0 + 1 = 1$ | |
| 3. $N_2 = N_{(2-1)} + 1 = N_1 + 1 = 1 + 1 = \dots$ | . . . |
| 4. $N_3 = N_{(3-1)} + 1 = N_2 + 1 = \dots$ | . . . |
| 5. $N_4 = \dots$ | . . . |
| 6. $N_5 = \dots$ | . . . |
| 7. $N_6 = \dots$ | . . . |
| 8. $N_{10} = \dots$ | . . . |
| 9. $N_{20} = \dots$ | . . . |
| 10. $N_{123} = \dots$ | . . . |
| 11. $N_{1234} = \dots$ | . . . |
| 12. $N_{1856} = \dots$ | . . . |

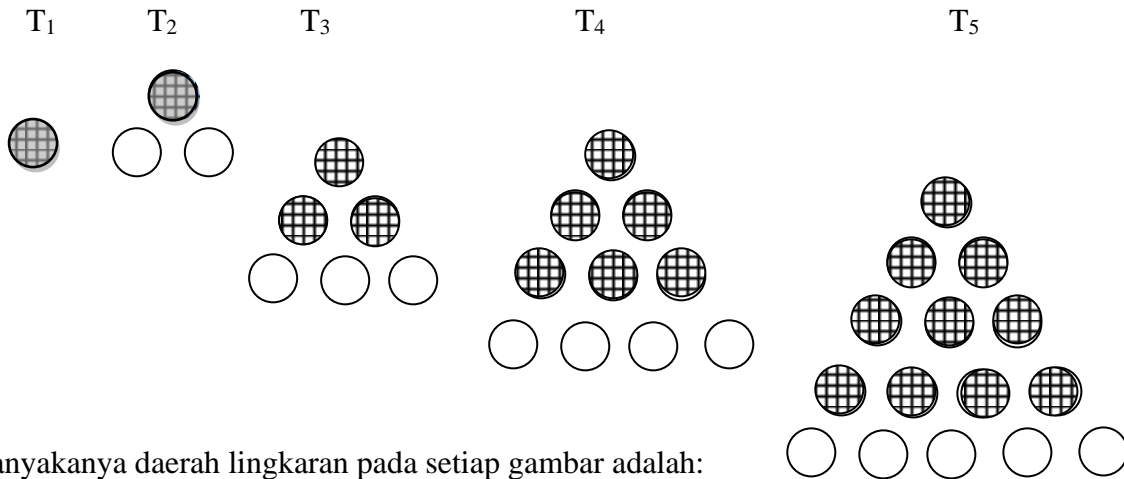
13. Untuk setiap bilangan bulat positif n , berlakualah $N_n = \dots$

Jadi Rumusnya adalah

$N_n = \dots$

4. Barisan bilangan segi tiga

Perhatikan gambar di bawah



Banyaknya daerah lingkaran pada setiap gambar adalah:

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 3$$

$$T_3 = 6$$

$$T_4 = \dots\dots\dots$$

$$T_5 = \dots\dots\dots$$

Dapatkan saudara menentukan $T_6 = \dots$ dan seterusnya.

Jika belum, maka Tentukan definisi rekursif dari $T_n = \dots$

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 3 = 1 + \dots = T_1 + \dots = T_{(\dots-1)} + \dots$$

$$T_3 = 6 = 3 + \dots = T_2 + \dots = T_{(\dots-1)} + \dots$$

$$T_4 = 10 = 6 + \dots = T_3 + \dots = T_{(\dots-1)} + \dots$$

$$T_5 = \dots = \dots + \dots = T_{\dots} + \dots = T_{(\dots-1)} + \dots$$

$$T_6 = \dots = \dots + \dots = T_{\dots} + \dots = T_{(\dots-1)} + \dots$$

$$T_7 = \dots$$

$$T_8 = \dots$$

$$T_n = \dots$$

Definisi: $T_1 = 1$, dan untuk setiap bilangan bulat positif $n > 1$ berlakulah:

$$T_n = T_{(n-1)} + \dots$$

Tentukan $T_{1,999} = \dots$

Untuk menentukannya carilah mulai dari T_1, T_2, T_3 , dan seterusnya, kemudian tentukan tentukan rumus umumnya.

1. $T_1 = 1$
2. $T_2 = T_{(2-1)} + \dots = T_1 + \dots = \dots + \dots = \dots$
3. $T_3 = T_{(3-1)} + \dots = T_2 + \dots = \dots + \dots = \dots$
4. $T_4 = \dots$
5. $T_5 = \dots$
6. $T_6 = \dots$
7. $T_7 = \dots$
8. $T_8 = \dots$
9. $T_9 = \dots$
10. $T_{10} = \dots$
11. $T_{19} = \dots$
12. $T_{199} = \dots$
13. $T_{1,999} = \dots$

Jika masih kesulitan mengerjakan no 11 sampai 13, maka kerjakan terlebih dahulu no 14 dan seterusnya

14. $T_1 = 1 = \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2$
15. $T_2 = 3 = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$
16. $T_3 = \dots = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$
17. $T_4 = \dots = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$
17. $T_5 = \dots = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$

$$18. T_6 = \dots = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$$

$$19. T_7 = \dots = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$$

$$20. T_8 = \dots = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$$

$$21. T_9 = \dots = \frac{1}{2} \times \dots = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$$

Dengan mudah saudara dapat menentukan hasil dari pertanyaan berikut

$$22. T_{19} = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$$

$$22. T_{199} = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$$

$$23. T_{1.999} = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots$$

Dapatkan saudara menyimpulkan untuk rumus $T_n = \dots$

$$T_n = \frac{1}{2} \dots \times \dots$$

5. Definisi: $S_0 = 0$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$S_n = S_{(n-1)} + A_n$$

Tentukan $S_{1000} = \dots$

Untuk menentukannya lakukan seperti saat menentukan A_n , E_n , N_n dan T_n

6. Definisi: $B_0 = 0$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$B_n = B_{(n-1)} + E_n$$

Tentukan $B_{9.999} = \dots$

7. Definisi: $P_0 = 0$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$P_n = P_{(n-1)} + 4n$$

Tentukan $P_{149.999} = \dots$

8. Definisi: $Q_0 = 1$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$Q_n = Q_{(n-1)} + 1$$

Tentukan $Q_{999} = \dots$

9. Definisi: $R_0 = 0$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$R_n = R_{(n-1)} + 5$$

Tentukan $R_{11.111} = \dots$

10. Definisi: $U_0 = 1$, dan untuk setiap bilangan bulat positif n berlakulah:

$$U_n = U_{(n-1)} \cdot \frac{(n+1)}{n}$$

Tentukan $U_{1.234} = \dots$

11. Definisi: $V_1 = 1$, dan untuk setiap bilangan bulat positif $n > 1$ berlakulah:

$$V_n = V_{(n-1)} \cdot \frac{(n+1)}{(n-1)}$$

Tentukan $V_{19.999} = \dots$

Kesimpulan

Untuk setiap bilangan bulat positif n

1. $E_n = 2n$ adalah barisan bilangan **genap**, yaitu 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...
2. $A_n = 2n - 1$ adalah barisan bilangan **Ganjil (gasal)**, yaitu 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...
3. $N_n = n$ adalah barisan bilangan Asli (**Natural**), yaitu 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...
4. $T_n = \frac{1}{2}n(n + 1)$ adalah barisan bilangan **Segitiga**, yaitu 1, 3, 6, 10, 15, ...
5. $S_n = n^2$ adalah barisan bilangan persegi (**Square**), yaitu 1, 4, 9, 16, 25, ...
6. $B_n = n(n + 1)$ adalah barisan bilangan Bentuk panjang atau Persegi panjang, yaitu 2, 6, 12, 20, 30, 42, ...
7. $P_n = 2n(n + 1)$ adalah barisan bilangan Panjang Dua yaitu, 4, 12, 24, 40, 60, 84, ...

Penggunaan Pola pada matematika

Kerjakan latihan berikut:

1. Pada acara reuni disuatu sekolah dihadiri sebanyak 2.000 orang. Setiap dua orang berjabat tangan satu kali. Berapa banyak jabat tangan dalam acara reuni tersebut.
2. Terdapat 2001 garis lurus yang saling berpotongan pada titik yang berbeda. Tentukan banyaknya titik potong yang terjadi.
3. Perhatikan gambar di bawah, jika terdapat 199 persegi yang dirangkai horizontal. Tentukan banyaknya persegi dan persegipanjang pada gambar tersebut.



Tugas 1. (Pasangan)

1. Buatlah 5 definisi rekursif selain yang telah di bahas di atas.
2. Buatlah 3 contoh penggunaannya.
3. Buktikan secara deduktif bahwa rumus-rumus pada kesimpulan berlaku untuk setiap bilangan bulat positif n .