DASAR-DASAR STATISTIK KEHUTANAN

PENULIS :

Fajar Pambudhi
Heru Herlambang

DAFTAR ISI

D I K T A T

STATISTIKA – I

(Dasar-Dasar Statistika

I. PENDAHULUAN

Penelitian pada dasarnya memerlukan statistika sebagai alat dalam membantu memecahkan masalah yang dihadapi dan mengadakan pengambilan keputusan.

Meskipun statistika biasanya berkecimpung dengan angka-angka, namun, bukan berarti suatu penelitian yang bergerak tanpa angka tidak bisa merangkul statistika sebagai teman (partner) kerjanya. Karena informasi-informasi (bukan data atau angka-angka) yang bersifat kualitatif dicirikan oleh suatu masalah tertentu bisa saja dibuat berwujud kuantitatif melalui penyekoran (acering) sesuai tingkatan (rank) atau bobot informasi. Misalnya, tiga jenis kuah (air sop) yang berkategori kurang asin, cukup asin dan sangat asin, berturut-turut dapat disekor dengan angka 1, 2 dan 3. Angka yang nilainya kecil menyatakan hal yang kurang, sedangkan besar merupakan hal yang bobotnya berlebih. Disamping itu, memang perlu disadari bahwa, informasi yang bersifat kualitatif dapat menimbulkan kelemahan pada kesimpulan yang diperoleh karena proses pengolahan datanya bersumber kepada sistem penyekoran yang biasanya bersifat perbandingan itu. Namun demikian, bagi seorang pengambil keputusan (decision maker), dapat saja meramalkan atau memperkirakan hal-hal baru yang mungkin akan timbul berdasarkan kesimpulan yang ada.

Dengan berpatokan, semua informasi dalam suatu penelitian adalah bersifat kuantitatif atau dapat dikuantitatifkan, maka nilai statistik sampel random sebagai penduga nilai parameter populasi yang dihadapi dipermudah. Nilai statistik ini dapat dikatakan sebagai penduga terbaik dan bisa dipercaya bila satuan-satuan sampel (sample unite) yang dipakai adalah secara rambang atau acak (random). Suatu sampel bisa dibuat atau diambil/ditarik dari populasi yang ada. Pelaksanaannya bisa secara undian (bila sampel berukuran kecil) atau melalui tabelrandom dan kalkulator/komputer yang dilengkapi program bilangan random untuk sampel berukuran besar. Suatu sampel dikatakan berukuran besar bila banyaknya satuan sampel paling sedikit 30.

Ada beberapa parameter yang biasanya diduga tetapi yang lebih banyak dipakai sehari-hari adalah nilai rata-rata (mean) μ (baca : mu) dan ragam/varians σ^2 (baca : sigma kuadrat) di mana penduga-penduganya masing-masing dan S^2. Huruf "m" ini kadang-kadang berubah sesuai dengan nama variabel/peubah yang dipakai dalam mencirikan suatu kharakter populasi. Misalnya, jika peubahnnya X, maka sebagai m adalah $\bar{X}$ (baca : X rata-rata) ; jika Y, maka menjadi $\bar{Y}$, dan seba

gainya. Statistik penduga parameter μ bukan saja rata-rata hitung (arithmetic mean) seperti diatas tetapi juga dapat berupa dua nilai rataan (average) lainnya yaitu, median M_e dan modus M_o.

Statistika, bagaimanapun cukup berperan bagi suatu penelitian, Karena dengan statistika dua nilai yang semulanya berbeda tetapi kemudian secara statistik dapat ditunjukkan tidak berbeda. Hal ini perlu disadari oleh para pengambil keputusan di dalam menentukan langkah-langkah kebijaksanaan lanjutan jika ada masalah yang sama dihadapi kembali.

Sesuai dengan judul diktat, di dalam tulisan ini hanya akan dibicarakan secara sederhana tentang pengertian dan penaksiran parameter (rata-rata dan ragam) serta pengujian hipotesis dengan disertai contoh-contoh soal dan penyelesaiannya. Pembicaraan yang bersifat teoritis seperti statistika matematik (*mathematical statistica*) tidak akan ditampilkan secara metodologis tulisan ini dibatasi pada hal-hal yang menyangkut dugaan parameter dan beberapa pengujian hipotesis yang sederhana.

II. PENDUGAAN PARAMETER

Ada dua macam pendugaan parameter suatu populasi. Yang pertama adalah pendugaan titik (*point estimate*) dan berikutnya adalah pedugaan berdasarkan selang (interval estimate). Sebagai contoh, nilai tunggal rata-rata hitung matemetic mean, biasanya disebut mean saja) $\bar{x}$ dari suatu statistik $\bar{X}$, dihitung dari sampel berukuran n, adalah suatu dugaan titik dari parameter populasi. Sedangkan dugaan interval dari parameter μ merupakan suatu interval bentuk $a < \mu<b$, di mana a dan b masing-masing adalah batas bawah dan juga yang mana bergantung pada dugaan titik $\bar{x}$ untuk sampel terpilih tertentu juga pada distribusi penyampelan (sampling distribution) dari statistika.

Parameter-parameter suatu populasi yang biasanya diduga adalah rata-rata mean μ dan ragam (variance) σ^2. Yang pertama diduga oleh m ($\bar{X}$ atau lainnya), merupakan S^2 merupakan penduga bagi yang kedua. Disini perlu diingat bahwa S^2 masing-masing merupakan statistik penduga, sedangkan $\bar{x}$ dan s^2 masing-masing adalah nilai dugaan bagi μ dan σ^2.

Nilai rata-rata $\bar{x}$ diperoleh dengan membagi total semua nilai pengamatan sampel oleh ukuran sampelnya (n). Jadi,

$$\bar{x} = (\sum_{i=1}^{n} x_{\mathrm{i}})/n$$

Nilai x_i adalah nilai pengamatan sampel ke-i = 1, 2,....., n.

Hanya suatu ragam sampel s^2 merupakan hasil jumlah kuadrat semua deviasi pengamatan sampel terhadap nilai rata-ratanya. Rumusnya adalah :

$$s^2 = (\sum_{i=1}^{n}(x_{\mathrm{i}} - \bar{x})^2)/(n-1)$$

(rumus definisi)

$$= (\sum_{i=1}^{n} x_{\mathrm{i}}^{2} - (\sum_{i=1}^{n} x_{\mathrm{i}})^{2}/n)/(n-1)$$

(rumus kalkulasi/pintas)

di mana notasinya sama seperti dalam rumus nilai rata-rata terdahulu.

Kedua nilai dugaan ($\bar{x}$ dan s^2) di atas akan di bahas lebih lanjut dalam contoh-contoh soal dan penyelesaiannya pada pasal-pasal berikut.

1. Pendugaan Titik

Pendugaan macam ini adalah mencirikan pendugaan nilai tunggal bagi parameter populasi, baik rata-rata μ maupun ragam σ^2. Pendugaan nilai rata-rata dapat berupa nilai rata-rata hitung (biasanya disebut dengan rata-rata saja atau mean dalam bahasa inggris), nilai tengah (median) dan nilai modus (mode). Sedangkan pendugaan nilai ragam hanya berupa sebuah nilai yaitu, nilai ragam sampel s^2.

Untuk membedakan ketiga nilai dugaan bagi μ di atas, rata-rata, median dan modus, serta bagaimana memperoleh nilai ragam s^2, di bawah ini disajikan pemecahannya melalui tiga buah contoh soal bersama penyelesaian. Contoh soal pertama membicarakan nilai-nilai dugaan yang diperoleh berdasarkan data pengamatan sampel random yang tidak dikelompokkan (ungrouped data). Sedangkan yang kedua dan ketiga mengetengahkan hal yang sama seperti yang pertama tetapi bagi data yang dikelompokkan (goruped data); yang ke tiga lebih menekankan pada sifat distribusi dan hubungan antar ketiga nilai dugaan tersebut.

<u>Contoh-contoh soal dan penyelesaian.</u>

<u>CS.1.1.</u> Suatu sampel random yang diambil dari populasi nilai ulangan mata pelajaran IPA murid-murid kelas II sebuah SMA di kota K mempunyai nilai-nilai pengamatan seperti tertera pada Tabel 1. Sampel ini berukuran n = 20 ditarik dari populasi (jumlah seluruh murid kls.II SMA tersebut) yang berukuran N = 80.

Tabel 1. Hasil pengamatan sampel (data hipotesis) nilai-nilai ulangan mata pelajaran IPA dari 20 murid kls.II sebuah SMA di kota K.

No Sampel (i)	Nilai Ulangan (x_i)	No Sampel (i)	Nilai Ulangan (x_i)	No Sampel (i)	Nilai Ulangan (x_i)	No Sampel (i)	Nilai Ulangan (x_i)
1.	75	6.	65	11.	72	16.	81
2.	65	7.	75	12.	45	17.	68
3.	98	8.	75	13.	55	18.	60
4.	25	9.	65	14.	54	19.	35
5.	43	10.	90	15.	92	20.	38

Tentukan dari sampel tersebut diatas nilai-nilai dugaan :

a. Rata-rata, $\bar{x}$

b. Median, M_e

c. Modus, M_o

d. Ragam (variance), s^2

e. Simpangan baku (standard deviation), s

f. Sesatan baku (standard error), $s\bar{x}$

g. Koefisien variasi, KV

h. Sesatan sampling (sampling error), SE (%)

i. Kuartil ke tiga, Q_3

J. Desil ke enam, D_6

k. Persentil ke 40, P_{40}

<u>CS.1.2.</u> Dari data CS.1.1. (Tabel 1) tersebut diatas, jika diadakan pengelompokkan (grouping) yaitu disusun dalam suatu tabel frekuensi dengan banyaknya kelas lima buah, tentukanlah nilai-nilai dugaan seperti disebutkan pada contoh soal CS.1.1.

<u>CS.1.3.</u> Sehubungan dengan CS.1.2, tentukan sifat distribusi secara gratis.

<u>Penyelesaian CS.1.1.</u>

a. Rata-rata, $\bar{x}$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n} x_{\mathrm{i}} = \left(\frac{1}{20}\right)(75 + 65 + \cdots + 38) = \left(\frac{1}{20}\right)(1276) = 63{,}8.$$

b. Median, M_e. Untuk memperoleh nilai M_e, data tabel 1 di atas perlu ditata (disusun) dari nilai yang kecil ke besar (ascending order). Penantaannya adalah :

25, 35, 38, 43, 45, 54, 55, 60, 65, <u>65, 65,</u> 68, 72, 75, 75, 75, 81, 90,

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) (18)

Dari deretan nilai-nilai ini diperoleh M_e yang merupakan nilai tengah adalah jatuh pada nilai pengamatan nomor : (n + 1)/2, atau

$$M_{\mathrm{e}} = x_{(n+1)/2} = x_{10\frac{1}{2}} = (x_{10} + x_{11})/2 = (65 + 65)/2 = \underline{65.}$$

c. Modus, M_o, adalah nilai yang mempunyai frekuensi muncul terbanyak. Disini, yang sering muncul terbanyak ada dua nilai pengamatan yaitu, 65 dan 75, masing-masing tiga kali. Sehingga di peroleh dua nilai modus (dalam istilah inggris disebut "bimodal" untuk dua modus ; satu modus disebut "mode", sedangkan "multimodal" untuk banyak modus). Jadi, M_o diperoleh dari hasil rata-rata kedua modus tadi yaitu :

$M_{\mathrm{o}} = (M_{\mathrm{o}(1)} + M_{\mathrm{o}(2)})/2 = (65 + 75)/2 = \underline{70,}$ dengan syarat keduanya bertentangga (neighborhoad). Tetapi, dari kenyataan yang ada, keduanya tidak, sehingga M_o adalah dua buah, masing-masing dengan nilai 65 dan 75.

d. Ragam suatu sampel dilambangkan dengan S^2 dan nilainya adalah s^2 di peroleh dari rumus :

$$S^2 = \left(\frac{1}{N-1}\right)\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{\mathrm{i}}\right)^2/n\right)$$

$$= \left(\frac{1}{19}\right)\left((75^2 + 65^2 + \cdots + 38^2) - \frac{(75 + 65 + \cdots + 38)^2}{20}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{19}\right)\left(88796 - \frac{(1276)^2}{20}\right)$$

$$= \underline{388{,}80.}$$

e. Simpangan baku sampel diperoleh dari akar kuadrat ragamnya. Jadi, $s = \sqrt{s^2 =} \sqrt{388,80} = 19,7$.

f. Sesatan baku sampel atau simpangan baku dari rata-rata x̄ adalah

$$^{s}\bar{x} = \sqrt{\left(\frac{s^2}{n}\right)\left(1 - \frac{n}{N}\right) =} \quad \sqrt{\left(\frac{388,80}{20}\right)\left(1\text{-}\frac{20}{80}\right)} = 3,8.$$

<u>Catatan</u> :

(1) Faktor (1-n/N) diatas disebut faktor koreksi populasi terbatas : Faktor ini dimasukkan dalam perhitungan bila I = (n/N) > 5% di mana I adalah intensitas sampling (Cechran, 1977).

(2) Nilai $^{s}\bar{x}$ biasanya dipakai dalam pendugaan selang untuk parameter μ seperti yang akan dibicarakan pada pasal 2.

g. Koef. Variasi , KV (%) = (s/x̄)(100) = (19,7/63,8) (100) = 30,9.

h. Sesatan sampling biasanya dinyatakan dalam persen dan dilambangkan dengan SE(%), diperoleh dari :

SE(%) = t ($^{s}\bar{x}$) (100)/ x̄ = 2,093 (3,8) (100) / 63,8 = 12,5.

Dimana t adalah suatu nilai tabel yang disusun menurut "student"(nama samaran dari W.S. Gesset, 1876-1937, seorang "scientist" pada perusahaan bir "Guiness" di eropa, berkebangsaan Irlandia, dan sebelumnya menjadi mahasiswa Karl pearson (1957-1936), seorang ahli fisika matematik). Nilai t ini diperoleh pada derajat bebas error (n-1) = 19 dengan taraf signifikasi (probabilitas error) ∝ = 5% (dilihat lamp. 1): jika yang dipakai adalah ∝ = 1%, nilai t menjadi 2,861. Perlu diingat bahwa, dalam percobaan-percobaan sains, ∝ yang dipakai biasannya 5 atau 1%, sedangkan untuk percobaan kedokteraan yang berhubungan dengan kesehatan manusia, ∝ adalah 5 atau 1 persil.

i. Nilai kuartil, Q_i. Seperti halnya dengan median yang membagi suatu distribusi menjadi dua bagian sama besar, kuartil membaginya atas empat kuarter sama besar dengan rumus:

$$Q_i = x\,(\tfrac{1}{4}in + \tfrac{1}{2})$$

Di mana i menyatakan indeks atau posisi kuartil dan n adalah ukuran sampel. Untuk mencari nilai-nilai kuartil, nilai-nilai pengamatan terlebih dahulu harus disusun dari kecil ke besar atau sebaliknya seperti biasanya dalam mencari nilai median. Kemudian nilai Q_3 dapat di tentukan sebagai berikut :

$$Q_3 = x\,(\tfrac{3}{4}n + \tfrac{1}{2} = x_{15}\tfrac{1}{2} = \left(\tfrac{x_{15}+x_{16}}{2}\right) = \tfrac{75+75}{2} = 75$$

j. Nilai desil, D_i. Juga sama seperti diatas, desil membagi suatu distribusi menjadi 10 bagian yang sama besar dengan rumus :

$$D_i = x(\tfrac{in}{10} + \tfrac{1}{2})$$

Dimana i menunjukkan indeks atau posisi desil dan n adalah ukuran sampel. Dengan menyusun nilai-nilai pengamatn dari kecil ke besar, diperoleh :

$$D_6 = x\left(\frac{6n}{10} + \frac{1}{2}\right) = x_{12}\frac{1}{2} = \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = \frac{68 + 72}{2} = 70.$$

k. Nilai persentil, P_i. Di sini, caranya sama seperti diatas, hanya distribusi yang bersangkutan dibagi menjadi 100 bagian (satuan persen) oleh persentil, dimana setelah nilai-nilai pengamatan tersusun dari kecil ke besar, di peroleh persentil yang ke-i adalah :

$$P_i = x(\tfrac{in}{100} + \tfrac{1}{2})$$

Dengan demikian,

$$P_{40} = x(\tfrac{40n}{100} + \tfrac{1}{2}) = x_8\tfrac{1}{2} = \tfrac{x_8+x_9}{2} = \tfrac{60+65}{2} = 62{,}5$$

Catatan : Nilai persentil ini biasanya berguna untuk antara lain penentuan posisi nilai skor ulangan/ujian suatu mata pelajaran seorang atau sekumpulan murid. Misalnya, pada contoh soal diatas, pada posisi 60%, nilai sekornya adalah P_{60}=$x_{12}\frac{1}{2} = \frac{68+72}{2} = 70.$

Penyelesaian CS.1.2.

Sebelum butir demi butir dalam soal ini diselesaikan, pertama-tama disusun suatu tabel distribusi frekuensi untuk nilai sekor ulangan yang bersangkutan. Dengan diketahuinya banyak kelas k=5 dan diperolehnya nilai jangkauan/rentangan (range) r = (x maks – x min)= 98-25=73, maka lebar selang kelas (class interval) 1 dapat ditentukan sebagai berikut

1 = r/k = 73/5 = 14,5 = 15 (biasanya dibulatkan ke atas).

Dengan demikian tabel tersebut dapat dibuat seperti terlihat pada tabel 2 berikut:

Tabel 2. Distribusi frekuensi per kelas nilai ulangan mata pelajaran IPA kls.II berdasarkan sampel 20 murid sebuah SMA di Kota K.

KLS. (1)	SELANG	BATAS-BATAS	FREK (f_i)	NILAI TENGAH (x_i)	$f_i\ x_i$	$f_i\ x_i^2$
I	24-38	23,5-38,5	3	31	93	2883
II	39-53	38,5-53,5	2	46	92	4232
III	54-68	53,5-68,5	7	61	427	26047
IV	69-83	68,5-83,5	5	76	380	28880
V	84-98	83,5-98,5	3	91	273	24843
Total	-	-	20	-	1265	86885

Melalui Tabel 2 ini, butir-butir pertanyaan dapat diperoleh jawabannya .

a. Nilai rata-rata, $\bar{x} = (\frac{1}{n}) \sum_{i=1}^{k=5} f_i x_i = \left(\frac{1}{20}\right)(1265) = 63{,}2$.

b. Nilai median, $M_e = B_L + (\frac{1}{f_k})(\frac{1}{2}n - f_B)(1)$

Dimana :

B_L = batas bawah kels yang berisi median ; dalam hal ini B_L= 53,5;

n = ukuran (banyaknya satuan) sampel disini, n= 20.

f_k = banyaknya nilai pengamatan (observasi) di dalam kelas yang berisi median; dalam hal ini, $f_k = 7$;

f_B = frekuensi kumulatif sebelum kelas yang berisi median ; disini, f_B= 3+2= 5;

1 = lebar kelas selang ; seperti telah diperoleh,1= 15.

Jadi,

M_e = 53,5+(1/7)(10-5)(15) = 64,2.

c. Nilai modus, M_o = $B_L + (d_1/(\ d_1 + d_2))(1)$

dimana :

B_L = batas bawah kelas yang berisi modus (kelas yang berfrekuensi terbesar) disini, B_L= 53,5;

$d_1 =$ beda (selisih) frekuensi antara yang berada pada kelas, modus dan yang berada pada kelas sebelumnya ;disini, $d_1 = 7 - 2 = 5$;

$d_2 =$ beda frekuensi antara yang berada pada kelas, modus dan yang berada pada kelas sesudahnya ;disini, $d_2 = 7 - 5 = 2$;

1 = lebar kelas selang ; seperti di atas, 1 = 15.

Jadi,

M_o = 53,5 + (5/(5+2))(15) = 64,2.

d. Nilai ragam, $s^2 = (\frac{1}{n-1})(\sum_{i=1}^{k=5} f_i\ x_i{}^2 - (\sum_{i=1}^{k=5} f_i\ x_i)^2/n)$

$= (\frac{1}{19})(86885 - \frac{(1265)^2}{20})$

= 361,78.

e. Nilai simpangan baku, s = $\sqrt{s^2}$=$\sqrt{361{,}78 =}$ 19,0.

f. Nilai sesatan baku, $s_{\bar{x}} = \sqrt{\left(\frac{s^2}{n}\right)\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$= $\sqrt{(361{,}78/20)}\ \left(1 - \frac{20}{80}\right) = 3{,}7.$

g. Nilai koef. Variasi , Kv(%) = (s/x̄)(100) = (19,0/63,2)(100) = 30,1.

h. Nilai sesatan sampling, SE(%) = t($s_{\bar{x}}$)(100)/ x̄

= 2,131(3,2)(100)/63,2

= 10,7.

Catatan : Disini, nilai t diperoleh dari tabel (lamp.1) pada taraf signifikasi ∝ = 5% dengan

(n - k) = 15 derajat bebas erorr ; n dan k masing-masing adalah banyak (ukuran) sampel
dan kelas distribusi.

i. Nilai kuartil, Q_i = $B_L + (1/f_k)(\frac{1}{2}$i n - $f_B)(1)$
di sana notasinya mempunyai keterangan yang sama seperti pada median hanya, kata median diganti dengan kata kuartil berindeks i. Jadi,

$$Q_3 = B_L + (\frac{1}{5})(\frac{3_N}{4} - 12)(15)$$

= 68,5 + (1/5)(15-12)(15)
= 77,5.

j. Nilai desil, sama seperti di atas (kuartil) hanya faktor $\frac{1}{4}$ diganti dengan 1/10, diperoleh :

$D_6 = B_L + (1/f_k)(6_n /10 - f_B)(l)$
= 53,5 + (1/7)(12 - 5) (15)
= 68,5.

k. Nilai persentil, P_{40}. Juga sama seperti di atas (desil) hanya faktornya bukan 1/10 melainkan 1/100. Jadi,

$P_{40} = B_L + (1/f_k)(40_n /100 - f_B)(l)$
= 53,5 + (1/7)(8 - 5) (15)
= 59,9.

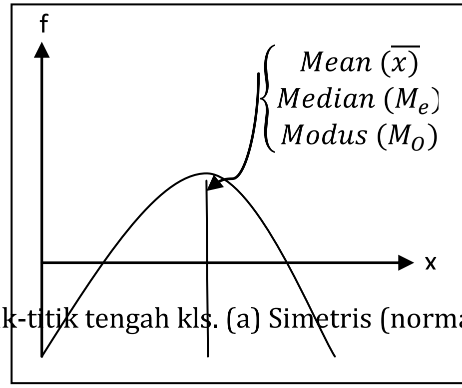
Perlu ditambahkan untuk bahan pengetahuan bahwa, di dalam menentukan banyak (ukuran) kelas distribusi frekuensi dari nilai-nilai pengamatan suatu sampel, Sturge (dikutip Nasoetion, 1970) berdasarkan pengalaman telah merumuskan sebagai berikut :

k = 1 + 3,3, log n

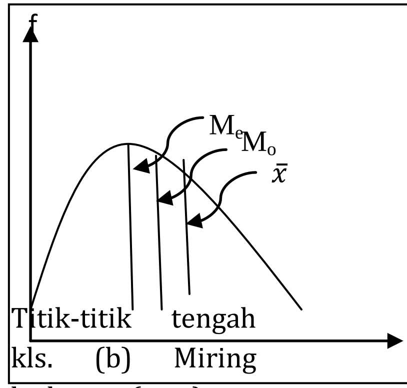
di mana k dan n masing-masing adalah ukuran kelas dan sampel.

<u>Penyelesaian CS.1.3.</u>

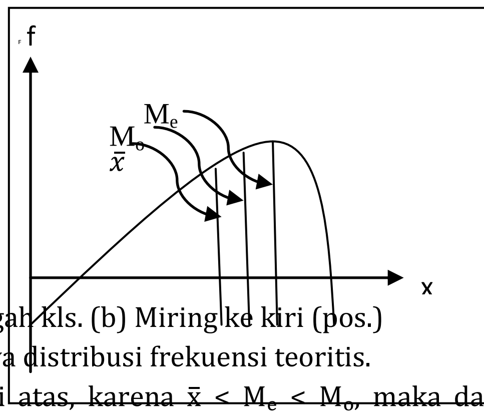
Berdasarkan teori, ada tiga jenis distribusi frekuensi (f) yang berhubungan dengan sifat kemiringan/kemencengan (skewness) kurva (garis lengkung) yaitu, seperti pada Gbr.1 berikut :



Titik-titik tengah kls. (a) Simetris (normal)



Titik-titik tengah kls. (b) Miring ke kanan (pos.)



Titik-titik tengah kls. (b) Miring ke kiri (pos.)

Gbr. 1. Kurva-kurva distribusi frekuensi teoritis.

Jadi, pada persoalan CS.1.2 di atas, karena $\bar{x} < M_e < M_o$, maka dapat dikatakan bahwa distribusi frekuensi kelima kelas tersebut mempunyai sifat (c) atau miring kekiri (lihat gambar 1.). Jika diinginkan untuk memilih mana sebagai nilai statistik yang lebih mewakili nilai parameter populasi μ, maka akan dipilih M_e atau M_o karena keduanya sama. Namun, dalam nilai-nilai sekor seperti yang dihadapi, sebaiknya M_e lebih diutamakan karena selain alasan diatas M_e secara teoritis biasanya berada diantara $\bar{x}$ dan M_o.

Perlu juga diketahui bahwa, secara teoritis telah diperoleh ukuran kemencengan (K) bagi suatu distribusi yaitu :

K= (Mean – Modus) / (Simpangan baku)

Atau menurut pengalaman pearson (dikutip Kaznier, 1976), untuk distribusi yang tidak terlalu menceng.

K= 3(Mean – Median) / (Simpangan baku)

Sehingga secara praktis terdapatlah hubungan :

(Mean –Modus) = 3 (Mean –Median).

Koefisien K akan positif atau distribusi akan miring ke kanan bila mean selalu lebih besar dari median. Akan berlaku sebaliknya (distribusi menceng kekiri atau K bertanda negatif) bila mean selalu lebih kecil dari median.

2. Pedugaan Selang

Yang akan dibicarakan adalah pendugaan tentang besarnya kisaran, baik dari nilai rata-rata parameter populasi μ maupun dari perbedaan nilai rata-rata antara dua parameter populasi μ1 dan μ2. Di sini, populasi adalah normal atau dianggap normal dalam distribusinya. Jika ukuran sampel $n > 30$, distribusi dapat dianggap normal. Sedangkan, bila $n < 30$, distribusi tidak akan selalu normal karena nilai simpangan baku sampel s akan berfluktuasi dari sampel, dan hal ini perlu didekati dengan distribusi t dalam menaksir parameter. Distribusit ini, seperti telah disinggung didepan (contoh soal CS.1.1.h), adalah suatu distribusi pendekatan normal yang dikembangkan oleh student, nama samaran dari William Sealy Gosset (1876-1937); sering pula disebut distribusi t-student.

Di dalam pendugaan selang biasanya dipakai suatu derajat kepercayaan/konfidensi (degree of confidence) untuk menyakinkan kisaran suatu nilai parameter. Karena suatu nilai kisaran selalu berada di antara dua nilai ujung, maka parameter yang diduga tentu mempunyai selang dengan taraf kepercayaan (confidence level), TK tertentu. Dalam hal ini TK dibatasi sebesar (1-∝) , di mana ∝ adalah taraf signifikasi (level of significance), taraf yang menyatakan kesalahan/sesatan atau resiko pendugaan. Seperti juga telah disinggung pada CS.1.1.h, nilai ∝ yang memadai untuk percobaan-percobaan sains adalah 5 atau 1 %, sedangkan untuk penelitian yang memerlukan ketelitian lebih tinggi (mis, dalam bidang kedokteran manusia) $\propto$ sebesar 5 atau 1 persil dianggap mewakili.

Selang kepercayaan (confidence interval), SK dengan taraf $(1-\propto)$ ini selanjutnya dapat dirumuskan sebagai berikut :

(1) SK $(1 - \propto)$ untuk μ dengan $n > 30$ dan simpangan baku populasi σ diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = \bar{x} \pm z\ \sigma\ \bar{x}$$

(2) SK $(1 - \propto)$ untuk μ dengan $n > 30$ dan σ tidak diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = \bar{x} \pm z\ s_{\bar{x}}$$

(3) SK $(1 - \propto)$ untuk μ dengan $n < 30$ dan σ diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = \bar{x} \pm t\ \sigma\ \bar{x}$$

(4) SK $(1 - \propto)$ untuk μ dengan $n < 30$ dan σ tidak diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = \bar{x} \pm t\ s_{\bar{x}}$$

(5) SK $(1 - \propto)$ untuk $\mu_1 - \mu_2$ dengan n_1 dan n_2 masing-masing > 30 serta dan σ_1 dan σ_2 diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm z\ \sigma\ (\bar{x}_1-\bar{x}_2)$$

(6) SK $(1 - \propto)$ untuk $\mu_1 - \mu_2$ dengan n_1 dan n_2 masing-masing > 30 serta dan σ_1 dan σ_2 tidak diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm z\ s\ (\bar{x}_1-\bar{x}_2)$$

(7) SK $(1 - \propto)$ untuk $\mu_1 - \mu_2$ dengan n_1 dan n_2 masing-masing < 30 serta dan σ_1 dan σ_2 diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t\ \sigma\ (\bar{x}_1-\bar{x}_2)$$

(8) SK $(1 - \propto)$ untuk $\mu_1 - \mu_2$ dengan n_1 dan n_2 masing-masing < 30 serta dan σ_1 dan σ_2 tidak diketahui adalah

$$SK\ (1 - \propto) = (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t\ s\ (\bar{x}_1-\bar{x}_2)$$

di mana :

SK $(1- \propto)$ = Selang kepercayaan pada taraf $(1- \propto)$, dinyatakan dalam persen: jika $\propto$ =5%, maka SK $(1- \propto)$= SK (95%);

n - ukuran sampel ; sampel dengan $n<30$ dikatakan berukuran kecil, sedangkan berukuran besar bila $n >30$.

$\bar{x}$ - nilai statistik rata-rata (mean) sampel yang bersifat tunggal (single); perlu dibedakan dari huruf besar $\bar{X}$ yang melambangkan statistik rata- rata sampel karena huruf kecil $\bar{x}$ adalah nilainya :

$\bar{x}_1, \bar{x}_2$ = masing-masing nilai rata-rata dari sampel-sampel tunggal I dan II;

z - nilai tabel dari fungsi distribusi normal baku (standard normal) ; lihat lamp.2, jika $\propto = 5\%$, z = 1,96 dan jika $\propto = 1\%$, z =2,576; tabel yang dipakai adalah dua arah/ekor (two tails) karena didalam pendugaan selang diperlukan dua nilai yang masing-masing merupakan batas bawah (sebelah kiri kurva normal) dan atas (sebelah kanan kurva normal);

t - nilai tabel menurut fungsi distribusi t-student pada taraf signifikasi dan derajat bebas tertentu; jika $\propto$= 5% dan n = 20, maka t= t½ $\propto$ (n-) = t 0,025(19) = 2,093 ; disini juga dipakai tabel dengan sistem dua arah karena mempunyai alasan yang sama seperti di atas (tabel – z) ; derajat bebas adalah sebesar (n-1) untuk sebuah sampel, sedangkan untuk dua buah sampel dengan ukuran n_1 dan n_2, derajat bebasnya adalah (n_1+ n_2- $_2$); tetapi, jika kedua sampel tersebut tidak berasal dari sebuah populasi atau dengan kata lain $\sigma_1 \neq \sigma_2$, maka derajat bebas gabungannya bukan (n_1+n_2-$_2$) melainkan apa yang disebut derajat bebas terkoreksi, db* yang di peroleh dari rumus :

$$\text{db*} = \frac{(W_1+W_2)^2}{\frac{W_1^2}{n_1+1}+\frac{W_2^2}{n_2+1}} - 2$$

$$; W_1 = \frac{S_1^2}{n_1};\ W_2 = \frac{S_2^2}{n_2}$$

Dan nilai t terkoreksi, t* adalah

t*= $(W_1 t_1 + W_2 t_2)/(W_1 + W_2)$

; $t_1 = t\frac{1}{2} \propto (n_1\text{-}1)$; ; $t_2 = t\frac{1}{2} \propto (n_2\text{-}1)$

Atau t* (pendekatan) = $t\frac{1}{2}\propto$(db*);

$\sigma\bar{x}$ - sesatan baku (standard error) dari rata-rata populasi yang berdistribusi normal, diperoleh dari hubungan :

(1) Jika (n/N) < 0,05 di mana n dan N adalah masing-masing ukuran sampel dan populasi,

$$\sigma\bar{x} = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{n} \quad \sigma^2 = \left(\sum_i^N x\frac{2}{1} - \sum_i^N x_i\right)^2 /N)/N;$$

(2) Jika (n/N) > 0,05

$$\sigma\bar{x} = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{n}(1 - \frac{n}{N})$$

$s_{\bar{x}}$ - sesatan baku dari rata-rata sampel, diperoleh dari :

(1) Jika (n/N) < 0,05

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{s^2}; \; s^2 = (\textstyle\sum_i^n x_i^2 - (\sum_i^n x_i)^2/\text{n})/(\text{n-}1);$$

(2) Jika (n/N) > 0,05

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{s^{2/n)(1-n/N)}};$$

$\sigma(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ - sesatan baku dari perbedaan rata-rata dua populasi yang berdistribusi normal μ_1 dan μ_2 diperoleh dari :

(1) Jika $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ serta (n_1/N_1) dan (n_2/N_2) masing-masing < 0,05

$$\sigma(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\sigma^{2(1/n_{1+1/n_{2)}}}}$$

(2) Jika $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ serta (n_1/N_1) dan (n_2/N_2) masing-masing > 0,05

$$\sigma(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\sigma^{2((1/n_1)}\left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right) + (\frac{1}{n_2})(1 - n_2/N_2}$$

(3) Jika $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma$ serta (n_1/N_1) dan (n_2/N_2) masing-masing < 0,05

$$\sigma(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\sigma^2_{\bar{X}_1} + \sigma^2_{\bar{X}_2}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

(4) Jika $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma$ serta (n_1/N_1) dan (n_2/N_2) masing-masing > 0,05

$$\sigma(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{(\sigma_1^2/n_1)(1 - \frac{n_1}{N_1} + (\sigma_2^2/n_2)(1 - \frac{n_2}{N_2}}$$

$s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ - sesatan baku dari perbedaan rata-rata dua sampel $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$. Rumus-rumusnya adalah sama seperti yang ada pada $\sigma(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ hanya lambang huruf σ diganti dengan s.

<u>Catatan :</u> Untuk dua sampel yang berpasangan, rumus sesatan baku adalah :

(1) Jika n/N < 0,05, di mana n dan N masing-masing adalah ukuran sampel dan ukuran populasi yang berpasangan,

$$s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = s_d = \sqrt{(\textstyle\sum_i^n d_i^2 - (\sum_i^n d_i)^2/n)/(n-1)}$$

$$d_i = x_{1i} - x_{2i}$$

(2) Jika n/N > 0,05,

$$s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = s_d = \sqrt{s_d^2}(1 - \frac{n}{N})$$

<u>Contoh-contoh soal dan penyelesaian.</u>

CS.2.1. Seperti pada contoh soal CS.1.1. di atas, tentukan selang kepercayaan 95% untuk μ.

CS.2.2. Untuk melihat sampai seberapa lebar selang beda antar nilai-nilai rata-rata populasi hasil ulangan IPA murid-murid kls. II SMA dikota yang sama K, telah diadakan lagi penarikan sampel random kedua berukuran n = 30 pada SMA lain (bukan yang dari CS.1.1) dengan hasil pengamatan seperti tercantum pada tabel 3 berikut. Ukuran populasi, N = 100. Tabel 3. Hasil pengamatan (data hipotesis) nilai-nilai ulangan IPA dari 30 murid SMA lain dikota K berdasarkan sampel ke dua.

No. Sampel	Nilai	No. Sampel	Nilai	No. Sampel	Nilai
1	72	11	65	21	97
2	70	12	65	22	95
3	48	13	70	23	86
4	45	14	71	24	75
5	73	15	62	25	75
6	95	16	64	26	67
7	58	17	74	27	63
8	90	18	82	28	55
9	87	19	69	29	54
10	85	20	66	30	73

Tentukan SK (95%) untuk (μ_1-μ_2); μ_1 adalah rata-rata populasi No.1 (SMA pada contoh soal CS.1.1) dan μ_2 adalah rata-rata populasi No.2 (SMA pada contoh soal ini, CS.2.2.)

Penyelesaian CS.2.1.

Di sini, n =20 dan N = 80, sehingga I =n/N = 0,25 > 0,05. Kemudian, karena n = 20 < 30 merupakan sampel berukuran kecil dan σ tidak diketahui, maka diperoleh $s_{\bar{x}}$ adalah (lihat CS.1.1.f.)

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{s^{2/n)(1-n/N)}} = \sqrt{\left(\frac{388,80}{20}\right)\left(1-\frac{20}{80}\right)} = 3,8$$

Dan bukan nilai z yang dicari melainkan t. Distribusi nilai t memerlukan derajat bebas sedangkan z tidak.

Nilai t menurut tabel (Lamp.1) untuk $\propto = 5\%$ dan derajat bebas (n-1) =19 adalah :

t = $t_{0,025(19)} = 2{,}093$

Selanjutnya, SK(95%) untuk μ adalah (lihat CS.1.1.a)

SK(95%) = $\bar{x} \pm t\, s_{\bar{x}}$ = 63,2 ± 2,093 (3,8) = 63,2 ± 8,0

Atau SK(95%) untuk μ terletak diantara 55,2 dan 71,2.

<u>Penyelesaian CS.2.2</u>.

Pertama-tama lebih dahulu diperinci ukuran sampel dan populasi serta nilai-nilai statistik bagi kedua sampel. Perinciannya adalah :

<u>Sampel No.1 (SMA-CS.1.1)</u>	<u>Sampel No.2 (SMA-CS.2.2)</u>
n_1 = 20	n_2 = 30
N_1 = 80	N_2 = 100
$\bar{x}_1$ = 63,2	$\bar{x}_2$ = 71,7
s_1^2 = 388,80	s_2^2 = 181,18
$s_{\bar{x}_1}$ = 3,8	$s_{\bar{x}2}$ = 2,1
$t_1 = t_{0,025(19)} = 2{,}093$	$t_2 = z_{0,025} = 1{,}96\ (lih. Lamp. 2)$
$t_1\ (s_{\bar{x}})$ = 8,0	$t_2\ (s_{\bar{x}})$ = 4,0

Catatan : Pada sampel No.2, nilai z yang dipakai bukan nilai t, karena sampel tersebut berukuran besar (n =30). Begitupun untuk sampel gabungan (No.1 dan No.2) nilai z yang dipakai, karena derajat bebas gabungannya adalah > 29 dengan tambahan anggapan kedua populasi berdistribusi normal.

Selanjutnya SK(95%) untuk (μ_1-μ_2) dapat diperoleh sebagai berikut :

(1) Jika dianggap kedua sampel memiliki ragam bersama, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

Maka

Ragam gabungan, $s^2 = ((n_1 - 1)s_1^2 + (n_2-1)\ s_2^2)/(n_1+n_2-2)$

$= (19(388{,}80)+29(181{,}18))/48$

$= 263{,}36$;

$$s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{s^2(\left(\frac{1}{n_1}\right)\left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right) + \left(\frac{1}{n_2}\right)\left(1 - \frac{n_2}{N_2}\right)}$$

$$= \sqrt{263{,}36(\left(\frac{1}{20}\right)\left(1 - \frac{20}{80}\right) + (\frac{1}{30})(1 - \frac{30}{100})}$$

$= 4{,}0$;

Derajat bebas gabungan, d bg = $(n_1+n_2-2) = 48$;

Nilai z (Lamp.2) = $z_{0{,}025} = 1{,}96$

Dan SK (95%) untuk $(\mu_1-\mu_2)$ adalah

SK(95%) = I $\bar{x}_1-\bar{x}_2$ I ± z $(\overline{sx}_1 - \bar{x}_2)$

= 7,9 ± 1,96 (4,0)

= 7,9 ± 7,8

= 0,1 sampai 15,7.

(2) Jika dianggap $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, maka

$$s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{s^2(\left(\frac{1}{n_1}\right)\left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right) + s_2^2\left(\frac{1}{n_2}\right)\left(1 - \frac{n_2}{N_2}\right)}$$

$$= \sqrt{388{,}80\left(\frac{1}{20}\right)\left(1 - \frac{20}{80}\right) + 181{,}18\left(\frac{1}{30}\right)\left(1 - \frac{30}{100}\right)}$$

= 4,3

dbg (terkoreksi) dan /atau t (terkoreksi) dalam hal ini di abaikan karena bagaimanapun nilai db* akan > 29 begitupun nilai t* akan mendekati nilai z, sehingga nilai z saja yang perlu di cari, yaitu

z = $z_{0{,}025} = 1{,}96$; *dan*

SK(95%) untuk $(\mu_1-\mu_2)$ adalah

SK(95%) = I $\bar{x}_1-\bar{x}_2$ I ± z $(\overline{sx}_1 - \bar{x}_2)$

= 7,9 ± 1,96 (4,3)

= 7,9 ± 8,5

= -0,6 sampai 16,4

III. PENGUJIAN HIPOTESIS

Dalam hal ini, perlu dibedakan dua macam sifat pengujian yaitu, yang bersifat parametrik dan nonparametrik. Pengujian yang besifat parametrik adalah suatu pengujian terhadap anggapan-anggapan bahwa antara (antar) parameter-parameter populasi ada atau tidak ada perbedaan. Parameter disini, dapat berupa rata-rata, ragam, simpangan baku atau proporsi. Pengujian yang bersifat nonparametrik mengarah pada peubah-ubah fungsi distribusi populasi. Peubah-ubah tersebut tidak memiliki suatu fungsi distribusi tertentu, dan biasanya disebut peubah-ubah yang statistiknya bebas distribusi (distribution-free statistics).

Menghadapi suatu masalah, biasanya ada dua jenis hipotesis yang diperlukan baik terhadap yang bersifat parametrik maupun tidak yaitu, hipotesis nol (H_o) dan hipotesis tandingan/alternatif (H_1 atau H_0), masing-masing dapat dirumuskan secara umum sebagai berikut :

H_o : (1) Tidak ada perbedaan antara (antar) parameter-parameter
populasi...........(parameterik)

(2) Tidak ada ketergantungan antara (antar) peubah-peubah fungsi distribusi
populasi.......(nonparametrik)

(7) Dua proporsi yang berpasangan

(8) Beberapa proporsi

(9) Dua ragam

(10) Beberapa ragam ;

(11) Dua simpangan baku

Dari kesebelas macam perbedaan di atas hanya empat yang disebut pertama saja yang akan dibahas. Yang sisa dapat dilihat dan diperlajari pada buku-buku teks yang sebagiannya terdaftar sebagai referensi di bagian akhir tulisan ini. Pembahasan akan diperlihatkan dalam bentuk penyelesaian contoh-contoh soal. Perlu ditambahkan, dari kesebelas macam perbedaan tersebut, hanya No.4 yang bersifat nonparametrik.

1. Uji Beda Dua Nilai Rata-Rata Populasi Tak Berpasangan

Seperti telah disinggung di atas, di dalam statistika, dikenal dua jenis hipotesis, H_o dan H_1. Untuk dua nilai parameter populasi μ_1 dan μ_2, perbedaannya dapat dirumuskan di dalam H_o dan H_1 sebagai berikut :

H_o :

(1) $\mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$ vs. $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$;

(uji dua arah/ two-tailed test)

(2) $\mu_1 < \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 < 0$ vs. $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 > 0$;

(uji satu arah/one-tailed test ; arah ke kanan)

(3) $\mu_1 > \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 > 0$ vs. $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 < 0$;

(uji satu arah/one-tailed test ; arah ke kiri)

Contoh soal dan penyelesaian.

CS.3.1. Lihat contoh soal CS.1.1. dan CS.2.2 diatas, Jika ingin bandingkan parameter μ_1 (CS.1.1) terhadap parameter μ_2 (CS.2.2), maka

(a) Bagaimana bunyi hipotesisnya?

(b) Uji hipotesisi tersebut untuk taraf signifikasi 5%.

Penyelesaian CS.3.1.

(a) Bunyi hipotesis ini adalah :

1. Jika dipakai uji dua arah,

$H_o : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$ vs. $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$;

2. Jika dipakai satu arah.,

2.1 $H_o : \mu_1 < \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 < 0$ vs. $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 > 0$;

2.2 $H_o : \mu_1 > \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 > 0$ vs. $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 < 0$;

Catatan : Disini, perlu ada suatu praduga untuk memutuskan bentuk hipotesis mana yang cocok dipakai. Jika ada praduga bahwa mutu murid-murid SMA (CS.1.1) lebih rendah daripada yang berada di SMA (CS.2.2), maka berlaku uji satu arah dengan bunyi hipotesis sebagai berikut :

$H_o : \mu_1 > \mu_2$ vs. $H_1 : \mu_1 < \mu_2$.

(b) Untuk menguji hipotesis tentang perbedaan dua parameter populasi μ_1 dan μ_2, diperlukan satu diantara dua anggapan dasar berikut :

1. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

2. $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Ad 1. Jika dipakai $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ dan $H_o : \mu_1 > \mu_2$ vs. $H_1 : \mu_1 < \mu_2$, maka langkah-langkah pengujian adalah sebagai berikut (lihat penyelesaian CS.2.2 di depan) :

(1) Cari $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$ masing-masing sampel. Diperoleh $\bar{x}_1 = 63{,}8$ dan $\bar{x}_2 = 71{,}1$.

(2) Cari ragam gabungan S^2 kedua sampel. Diperoleh $S^2 = 263{,}36$

(3) Tentukan sesatan baku $s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$. Diperoleh $s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) =$ 4,0.

(4) Tentukan nilai z (tabel) untuk taraf signifikasi $\propto = 5\%$. Di peroleh z (tabel) = $z_{0,05=-1,645}$ (Lamp.2 uji satu arah) ;

(5) Cari z (hitung) dengan rumus : z(hitung) = $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ / $s(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$. Diperoleh z (hitung) = -1,97.

(6) Bandingkan z(hitung) terhadap z(tabel) dengan kriteria keputusan sebagai berikut :

Jika z (hitung) $\begin{cases} \leq \ z\ (tabel), H_0\ diterima\ atau\ H_1\ ditolak\ ; \\ > \ z\ (tabel), H_0\ ditolak\ atau\ H_1\ diterima\ ; \end{cases}$

(7) Tarik kesimpulan. Di sini, ternyata H_0 ditolak H_1 diterima, karena z(hitung) = -1,97 < z(tabel). Jadi, dapat diputuskan bahwa tingkat kepandaian murid-murid kelas. II SMA (CS.1.1) lebih rendah dalam menerima mata pelajaran IPA daripada murid-murid kelas. II SMA (CS.2.2).

Ad 2. Jika anggapan ke dua ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) yang menjadi pedoman dan H_0 : $\mu_1 \geq \mu_2$ vs Hı : $\mu_1 < \mu_2$, prosedur pengujian adalah sama seperti pada Ad 1 di atas, hanya butir(2) ditiadakan (karena tidak memiliki ragam bersama) dan butir(3) yang menyangkut nilai statistik $s_{\bar{x}_1}$ - $s_{\bar{x}_2}$ berubah menjadi (lihat penyelesaian CS.2.2 terdahulu) 4.3. Sehingga mengakibatkan nilai z(hitung) pada butir(5) turut berubah menjadi -1,84.

Ternyata hasil pengujian menunjukkan hal yang sama seperti pada Ad 1 di atas yaitu, H_0 ditolak atau H_1 diterima, karena z(hitung) = -1,84 < z(tabel) = -1,645. Dengan demikian, keputusannya pun sama seperti semula.

Catatan : Perlu diingat, dalam pengujian satu-arah (arah ke kiri), nilai statistik uji (z atau t) biasanya bertanda negatif sehingga nilai tabelnya pun harus dipakai yang negatif. Sebaliknya, untuk pengujian yang sama tetapi arahnya ke kanan, baik nilai tabel maupun nilai hitungan dari z atau t yang bertanda positif dengan kriteria keputusan sebagai berikut :

Jika z(hitung) atau t(hitung)

$\begin{cases} \leq z(tabel)\ atau\ t(tabel), H_0 : \mu_1 \leq \mu_2\ diterima\ atau\ H_1 :\ \mu_1 > \mu_2\ ditolak; \\ > z(tabel)\ atau\ t(tabel), H_0\ ditolak\ atau\ H_1\ diterima. \end{cases}$

Sedangkan untuk pengujian dua-arah dengan H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ vs Hı : $\mu_1 \neq \mu_2$, nilai-nilai z dan t, baik tabel maupun hitungannya bertanda mutlak. Kriteria keputusan pengujiannya sebagai berikut :

Jika z(hitung) atau t(hitung)

$$\begin{cases} \leq z(tabel)\ atau\ t(tabel), H_0\ diterima\ atau\ H_1\ ditolak; \\ > z(tabel)\ atau\ t(tabel), H_0\ ditolak\ atau\ H_1\ diterima. \end{cases}$$

2. Uji Beda Dua Nilai Rata-Rata Populasi Berpasangan

Contoh soal dan penyelesaian.

CS.3.2.1. Untuk melihat efek dari metode mengajar IPA mana yang lebih memadai, dua metode A dan B telah dipraktekkan bagi murid-murid kelas.II SMA-X di kota K. Metode A diajarkan pada Semester Ganjil, sedangkan B pada semester Genap dalam tahun ajaran yang sama. Setiap akhir semester diadakan ulangan, dan dari 10 murid yang diambil sebagai sampel random mempunyai nilai-nilai ulangan seperti tercantum pada Tabel 4 berikut. Ukuran populasi N=160.

Tabel 4. Hasil ulangan IPA kelas.II SMA-X di kota K pada akhir dua semester (ganjil dan genap), masing-masing dilayani oleh Metode A dan B; data bersifat hipotesis dari 10 murid sampel.

NO. SAMPEL (i)	NILAI ULANGAN		
	Metode A (Y_1)	Metode B (Y_2)	Beda, $Y_1 - Y_2$ (d_1)
1.	72	54	18
2.	60	60	0
3.	85	70	15
4.	75	80	-5
5.	68	42	26
6.	56	40	16
7.	70	71	-1
8.	84	62	22
9.	48	45	3
10.	80	78	2
Total	698	602	96
Rata-rata	69,8	60,2	9,6

6) Bandingkan t (hitung) terhadap t (tabel) dengan kriteria keputusan sebagai berikut : Jika t (hitung) $\begin{cases} \leq\ t\ (tabel), H_0\ diterima\ atau\ H_1\ ditolak\ ; \\ >\ t\ (tabel), H_0\ ditolak\ atau\ H_1\ diterima\ ; \end{cases}$
7) Tarik kesimpulan. Kesimpulannya, karena t (hitung) = 2,86 > t (tabel) = 1,833, H_0 ditolak atau Hı diterima. Dengan kata lain, dalam menaikkan taraf berfikir murid-murid kelas II SMA-X di kota K unutk mata pelajaran IPA, Metode A lebih memadai di pakai daripada Metode B

Catatan : Uji ini bisa juga berlaku untuk jenis pengujian dua-arah asalkan tidak ada praduga/prasangka sebelumnya seperti : "perlakuan (dalam hal ini metode) yang satu lebih baik efeknya daripada yang lain". Bunyi hipotesis untuk pengujian dua-arah tersebut adalah

$H_0 : \mu d\ =\ 0\ vs.$ Hı $: \mu d\ \neq\ 0$

dengan kriteria keputusan sama dengan di atas. Derajat bebas juga sama yaitu (n-1) = 9 tetapi, taraf siginifikansinya terbagi dua yaitu.

$\propto/2\ =\ 0{,}025\ ;\ nilai\ t\ (tabel)\ dalam\ hal\ ini\ adalah\ t_{0,025(9)} =\ 2{,}262$

3. Uji Beda Beberapa Nilai Rata-Rata

Uji ini biasanya diawali dengan apa yang dinamakan analisis ragam (*analysis of variance*, ANOVA) suatu uji-F. Uji ini akan diteruskan dengan suatu uji-beda jika hasil uji-F menunjukkan keadaan yang signifikan dari beda antar sesama parameter rata-rata populasi μ. Ada beberapa uji − beda yang telah dirumuskan, antara lain : uji − t atau uji − beda signifikan terkecil (*least significant difference*, LSD) yang diprakarsai oleh student, uji-q atau uji-beda signifikan jujur (*honestly significant difference*, HSD) dari Tukey, uji-jarak berganda dari *Duncan* (*Duncan multiple range*, DMR), dan uji-kontrol dari Dunnett. Pada tulisan ini akan hanya dibicarakan uji-t seperti terlihat pada dua buah contoh soal berikut. Uji-uji beda lainnya mempunyai prinsip kerja yang pada umumnya sama seperti uji-t, dan hal ini diserahkan kepada pembaca untuk mempelajarinya lewat buku-buku teks statistika yang beberapa di antaranya ada terdaftar di sini, pada referensi.

Uji-F biasa dinamakan juga <u>uji perbandingan ragam</u> (*variance ratio test*) dan mempunyai kriteria keputusan sebagai berikut :

Jika F(hitung)

$$\begin{cases} \leq F(tabel), H_0: \mu_1 = \mu_2 = \ldots \mu_k \; diterima \; atau \; H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \ldots \neq \mu_k \; (atau \; sek \\ \binom{k}{2} pasangan \; pembandingan \; tidak \; sama) \; ditolak; \; k = banyaknya \; paramete \\ \quad > F(tabel), H_0 \; ditolak \; atau \; H_1 \; diterima. \end{cases}$$

Konsep dasar tentang analisis ragam mula-mula dikembangkan oleh Ronald A. Fisher begitupun tentang uji-F dalam tahun 1925. Huruf F diambil dari inisial Fisher demi menghormati jasanya (Kazmier, 1976). Uji ini bersifat satu-arah, arah ke kanan/positif dari titik nol/asal dari fungsi distribusi F (Steel dan Terrie, 1960 ; Kazmier, 1976), karena distribusi ini merupakan suatu distribusi rasio dari dua peubah random bebas $\mathcal{X}^2$ yang dibagi oleh derajat bebasnya masing-masing (Meed, Graybill dan Boes, 1974); seperti diketahui, peubah random $\mathcal{X}^2$ selalu memiliki nilai-nilai positif. Sebagai ilmuan di kalangan statistika di bidang pertanian, biologi dan genetika kebangsaan Inggris,dilahirkan pada tahun 1890 (Steel dan Torrie, 1960) dan meninggal tahun 1962 (Anonimus, 1983).

<u>Contoh-contoh soal dan penyelesaian</u>.

<u>CS.3.3.1.</u> Ada empat kelas paralel dari suatu kursus dan latihan IPA (KLIPA) bagi guru-guru SMTA. Tersedia pula empat metode mengajar (M_1, M_2, M_3 dan M_4) sebagai perlakuan yang ditempatkan secara random pda setiap kelas ; setiap kelas hanya mendapat suatu metode. Untuk melihat apakah ada efek (pengaruh) dari perlakuan terhadap hasil belajar dan kalau ada perlakuan mana yang efeknya terbaik, diadakan pengambilan sampel random berukuran n = 5 peserta dari setiap kelas dengan mencatat nilai-nilai ujian mereka setelah akhir KLIPA seperti tercantum pada Tabel 5 berikut :

Tabel 5. Nilai-nilai hasil ujian akhir peserta suatu KLIPA guru-guru SMTA disusun menurut metode mengajar ; data hipotesis.

METODE MENGJAR	NO. SAMPEL					TOTAL ($\Upsilon_{i.}$)	RATA-RATA ($\overline{\Upsilon}_{i.}$)
	1	2	3	4	5		
M_1	96	89	91	80	94	450	90
M_2	68	82	71	73	81	375	75
M_3	76	90	89	82	88	425	85
M_4	60	70	72	60	63	325	65
Total	-	-	-	-	-	1575 = $\Upsilon_{..}$	78,75 = $\overline{\Upsilon}_{..}$

Jika variasi antar kelas dianggap homogen, maka :

a. Tentukan model matematik unutk percobaan ini.
b. Tentukan pula bunyi hipotesis percobaan ini.
c. Uji hipotesis tersebut.
d. Sehubungan dengan (c), bila ada efek yang signifikan dari perlakuan (metoda mengajar), teruskan ujinya untuk melihat metoda mana yang terbaik ; pakai uji-t.

CS.3.3.2. Sama seperti CS.3.3.1 di atas, hanya ada sedikit tambahan bahwa setiap kelas diisi merata oleh para peserta yang asal sekolah tempat mengajarnya lima macam yaitu, SMA, STM, SPG, SKK dan SMEA. Dari setiap kelas ditarik sampel random berukuran n=5 peserta yang masing-masing seorang dari setiap macam asal sekolah tempat mengajarnya. Setelah KLIPA berakhir diberikan ujian dan hasilnya seperti terdaftar pada Tabel 6. Jika macam asal sekolah tempat mengajar peserta merupakan blok percobaan, selesikanlah hal-hal seperti ditanyakan pada CS.3.3.1 (a – d) di atas.

Tabel 6. Nilai-nilai hasil ujian akhir peserta suatu KLIPA guru-guru SMTA disusun menurut metode mengajar dan blok ; data hipotesis.

Penyelesaian CS.3.3.1

METODE MENGAJAR	BLOK					TOTAL ($\Upsilon_{i.}$)	R
	B_1(SMA)	B_2(STM)	B_3(SPG)	B_4(SKKA)	B_5(SMEA)		
M_1	94	85	89	85	92	445	
M_2	78	80	61	70	71	360	
M_3	86	85	80	72	80	403	
M_4	63	60	60	55	50	288	
Total ($\Upsilon_{.j}$)	321	310	290	282	293	1496 (= $\Upsilon_{..}$)	
Rata-Rata ($\overline{\Upsilon}_{.j}$)	80,25	77,50	72,50	70,50	73,25	--	7

a. Model matematik percobaan ini :

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$

di mana :

y_{ij} - nilai pengamatan dari perlakuan (metode) ke-i pada ulangan (sampel) ke-j ; i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3, 4, 5;

μ - nilai parameter rata-rata populasi, ditaksir oleh $\hat{\mu} = \overline{\Upsilon}_{..}$;

α_i - efek (pengaruh) perlakuan ke-i, ditaksir oleh $\hat{\alpha}_i = \overline{\Upsilon}_i - \overline{\Upsilon}_{..}$;

εij - efek sesatan percobaan (*experimental error effect*) karena adanya randomisasi perlakuan ke-i yang mendapat ulangan ke-j, ditaksir oleh

$\hat{\varepsilon}ij = y_{ij} - \overline{\Upsilon}_i.$

<u>Catatan :</u> Model persamaan di atas bersifat aditif (bukan multipikatif). Karena nilai pengamatan y_{ij} ditaksir mempunyai besar sama dengan jumlah aljabar semua nilai komponen yang ada di ruas kanan persamaan tersebut (μ, efek perlakuan α_i dan efek error ε_{ij})

yang secara teoritis, jika tidak ada variasi alam sehingga baik α_i maupun ε_{ij} adalah nol, maka $y_{ij} = \mu$. Dan inilah yang diharapkan.

b. Hipotesis percobaan ini adalah :

$H_0 = \alpha_1 = 0$; i = 1, 2, 3, 4 ;

$H_1 = \alpha_1 \neq 0$ atau sekurang-kurangnya sebuah $\alpha_1 \neq 0$

c. Uji hipotesis

Untuk memproses ini dipakai alat uji yaitu uji-F melalui analisis ragam/variansi (ANAVA) dengan langkah-langkah penyelesaian berikut (lihat Tabel 5) :

(1) Tentukan faktor koreksi, FK.

$FK = (\sum_{i=i}^{t=4} \sum_{j=1}^{r=5} y_{ij})^2 / (tr) = (\sum_{i.j} y_{ij})^2 / (tr) = (\Upsilon..)^2 / (4(5))$

$= (96+89+...+63)^2 / 20 = (1575)^2 / 20 = 124031,25$;

(2) Cari jumlah kuadrat terkoreksi (disingkat JK) bagi sumber-sumber variasi percobaan : total, perlakuan dan sesatan percobaan (experimental error, disingkat error).

JK (Total) = $\sum_{i.j} y^2_{ij}$ – FK = $(96^2+89^2+...+63^2)$ – 124031,25

= 126451 – 124031, 25 = 2419,75 ;

JK (Perlakuan) = $(\sum_{i.j}(\overline{\Upsilon}i. - \overline{\Upsilon}..)^2$ ..... rumus definisi

$= r \sum_i(\overline{\Upsilon}i. - \overline{\Upsilon}..)^2{}_i$

$= (\sum_i \Upsilon_i^2. / r) - \Upsilon^2.. / (tr)$ ... rumus kalkulasi

$= ((450^2 + 375^2 + 425^2 + 325^2)/5)$ - FK

= 125875) – 124031,25 = 1843,75;

JK (Error) $= (\sum_{i.j}(y_{ij} - \overline{\Upsilon}i.)^2$ ..... rumus definisi

= JK (Total) – JK (Perlakuan) ... rumus kalkulasi

= 2419,75 – 184,75 =576,00 ;

(3) Batasi derajat bebas (DB) bagi sumber-sumber variasi percobaan.

DB (Total) = tr – 1 = 19

DB (Perlakuan) = t – 1 = 3

(4) Buatkan tabel ANAVA

Tabel ANAVA disusun seperti terlihat pada Tabel 7 berikut :

Tabel 7. ANAVA hasil percobaan dengan data Tabel 5.[1]

SUMBER VARIASI (SV)	DERAJAT BEBAS (DB)	JUMLAH KUADRAT (JK)	KUADRAT RATAAN (KR)	F (Hit.)
Perlakuan	3	1843,75	614,583	17,07**
Error	16	576,00	36,000	--
Total	19	2419,75	--	--

**Signifikan pada taraf 1%, karena F(hit.) = 17,07 > F (tab.) = 5,29

[1]Kuadrat rataan diperoleh dengan jalan membagi JK oleh DB. Jadi, KR (Perlakuan) = JK (Perlakuan)/DB (Perlakuan) = KR (Perlakuan) dengan KR (Error). Sedangkan F(tab.) diperoleh dari lamp.3 pada taraf signifikansi ∝ = 1% dengan DB = 3 (pembilang) dan 16 (penyebut) ; jadi, F(tab.) = $F_{0,01\,(3/16)}$ = 5,29. Perlu ditambahkan bahwa percobaan ini dirancang mengikuti pola/rancangan random lengkap (completely randomized design).

(5) Tarik kesimpulan.

Karena F(hit.) > F(tab), maka H_0 ditolak atau H_1 diterima. Jadi, ada efek yang signifikan pada taraf 1% dari perlakuan terhadap hasil percobaan. Dengan kata lain, metode mengajar mempunyai efek terhadap hasil belajar peserta KLIPA. Hanya perlu diselidiki lebih lanjut metode mengajar mana yang berefek terbaik dari empat macam yang ada. Hal ini dapat ditunjukkan pada bahasan berikut.

d. Uji lanjutan

Uji ini memerlukan hipotesis baru yaitu,

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$ vs. $H_1 : \alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3 \neq \alpha_4$ atau sekurang-kurangnya sepasang α dari $\binom{4}{2}$ = 6 pasangan yang ada tidak sama ($\alpha_1 \neq \alpha_1'$; i < i ' ; i = 1, 2, 3 ; i ' = 2, 3, 4).

Langkah-langkah penyelesaian pengujiannya sebagai berikut :

(1) Lihat tabel ANAVA (Tabel 7) diatas. Ambil nilai KR(Error) sebagai nilai ragam percobaan s^2 = 36.000 dan tentukan sesatan baku (standard error. SE) untuk setiap beda rata-rata sesatan perlakuan. Di sini, karena ulanagan r adalah sama untuk semua perlakua, maka :

SE = $\sqrt{2(s^2)/r}$;

Jika jumlah ulangan tak sama, misalnya, dari perlakuan M_1 dan M_2 masing-masing ulangannya r_1 dan r_2, maka SE untuk beda rata-rata keduanya :

SE = $\sqrt{s^2 (1/r_1 + 1/r_2)}$.

Dari percobaan di atas, diperoleh :

SE = $\sqrt{2(36,000)/5}$ = 3,759

(2) Tentukan nilai t(hit.) untuk masing-masing pasangan beda rata-rata perlakuan. Di sini, karena uji ini bersifat dua-arah (di kenal dari H_1 yang bercirikan tanda " ≠ "), maka :

t(hit.) = $(|\overline{Y}i. - \overline{Y}i'.|)/SE$

Untuk pasangan pembandingan (contrast) M_1 dan M_2,

$\overline{M}_1$ vs. $\overline{M}_2$, t(hit.) = $(|90 - 75|)/3{,}795$ = 3,95**

Dengan jalan yang sama diperoleh nilai t(hit.) untuk pasangan-pasangan lainnya seperti terlihat pada Tabel 8 berikut :

Tabel 8. Nilai-nilai t(hit.) setiap pasangan pembandingan, diperoleh berdasarkan data Tabel 5.

NILAI RATA-RATA PERLAKUAN	$\overline{M}_2$	$\overline{M}_3$	$\overline{M}_4$
$\overline{M}_1$	3,95**	1,32^{NS}	6,59**
$\overline{M}_2$	--	2,64	2,64*
$\overline{M}_3$	--	--	5,27**

**Signifikan pada taraf 1%; *Signifikan pada taraf 5%; [NS]Nonsignifikan.

<u>Catatan</u> : Sesungguhnya, tanda-tanda signifikansi pada Tabel 8 ini ditulis kemudian setelah nilai t(hit.) diperbandingkan terhadap nilai t(tabel). Kriteria keputusan untuk ini dapat dilihat pada butir(3) berikut.

(3) Bandingkan t(hit.) terhadap t(tabel). Nilai t(tabel) terdapat pada Lamp.1 Pada taraf signifikansi $\propto$ = 5 dan 1% dengan derajat bebas error masing-masing DBE = 16, nilai t(tabel) diperoleh berturut-turut: $t_{0,025(16)}$ = 2,120 dan $t_{0,005(16)}$ = 2,921. Kriteria keputusan untuk menerima atau menolak hipotesis adalah sebagai berikut :

$$\text{Jika t (hit.)} \begin{cases} \leq\ t\ (tabel), H_0\ diterima\ atau\ H_1\ ditolak\ ; \\ >\ t\ (tabel), H_0\ ditolak\ atau\ H_1\ diterima\ ; \end{cases}$$

(4) Tarik kesimpulan. Dari butir (2) dan (3) di atas, dapatlah ditarik kesimpulan: H_0 atau H_1 diterima. Di sini, antar metode-metode mengajar, M_1, M_2, dan M_4 terdapat perbedaan pengaruh yang signifikan di mana M_1 mempunyai pengaruh yang terbesar terhadap hasil belajar. Berikutnya berturut-turut M_2 dan M_4. Sedangkan antara M_1 dan M_3 tidak terdapat perbedaan pengaruh yang signifikan. Selanjutnya, dapatlah dianjurkan untuk memakai metode M_1 jika jumlah tenaga pengajar untuk itu terpenuhi; jika masih kurang, Metode M_3 bisa sebagai adisi atau substitusi, dam dengan demikian, baik Metode M_2 maupun M_4 tak perlu dipakai lagi.

<u>Penyelesaian CS.3.3.2.</u>

a. Model matematik percobaan ini :

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \rho_j + \varepsilon_{ij}$

di mana :

y_{ij} - nilai pengamatan dari perlakuan (metode) ke-i pada blok ke-j; i=1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3, 4, 5;

μ – nilai parameter rata-rata populasi, ditaksir oleh $\widehat{\mu} = \overline{Y}..$;

α_i – efek dari perlakuan ke-i, ditaksir oleh $\hat{\alpha}_i = \overline{Y}i. - \overline{Y}i..$;

ρ_j – efek dari blok ke-j, ditaksir oleh $\hat{e}_j = \overline{Y} - \overline{Y}..$;

ε_{ij} – efek sesatan percobaan karena adanya randomisasi perlakuan ke-i pada blok-j, ditaksir oleh

$\hat{\varepsilon}_{ij} = y_{ij} - \overline{Y}_1. - \overline{Y}_j + \overline{Y}..$

Catatan : Model ini didasarkan pada percobaan yang menggunakan rancangan random berblok lengkap (randomized complete block design, RCBD).

b. Hipotesisnya adalah :

(1) Untuk perlakuan : $H_0 : \alpha_i = 0$; i = 1, 2, 3, 4;

$H_1 : \alpha_i \neq 0$;

(2) Untuk blok : $H_0 : \rho_j = 0$; j = 1, 2, 3, 4, 5;

$H_1 : \rho_j \neq 0$;

Catatan : Biasanya untuk blok tidak perlu dihipotesiskan dan diuji lagi, karena sebelumnya telah diselidiki atau ditentukan berbeda atas ciri-ciri tertentu. Hanya bila dianggap perlu baru diadakan pengujian khususnya untuk masalah-masalah tertentu seperti antara lain di dalam contoh soal ini, karena ingin diselidiki tentang apakah masalah asal sekolah tempat para peserta mengajar turut mempengaruhi kemajuan belajar.

c. Uji hipotesis. Hal inisejalan dengan di atas (CS.3.3.1) hanya perlu ditambahkan sumber variasi baru yaitu, blok. Selanjutnya, langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut (lihat Tabel 6) :

(1) $FK = Y^2../(tr) = (1496)^2/(4(5)) = 111900{,}8$;

(2) JK dari sumber-sumber variasi :

JK (Total) = $\sum_{i=1}^{t=4}\sum_{j=1}^{r=5} y^2_{ij}$ – FK = $(94^2+85^2+...+50^2)$ – 111900,8

= 115116 - 111900,8 = 3215,2 ;

JK (Perlakuan) = $(\sum_{i.j}(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)^2$ ..... rumus definisi

$= r\sum_i(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)^2$

$= (\sum_i Y_i^2. / r) - FK$ ... rumus kalkulasi

$= ((445^2 + 360^2 + 403^2 + 288^2)/5) - 111900{,}8$

$= 2694{,}8;$

JK (Blok) $= \sum_{i.j}(\bar{Y}.j - \bar{Y}..)^2$ ..... rumus definisi

$= t \sum_{j}(\bar{Y}.j - \bar{Y}..)^2$

$= \sum_{j} \bar{Y}^2.j/t) - FK$ ... rumus kalkulasi

$= (321^2 + 310^2 + 290^2 + 282^2 + 293^2)/(4) - 111900{,}8$

$= 252{,}7;$

JK (Error) $= \sum_{i.j}(y_{ij} - \bar{Y}i. - \bar{Y}.j + \bar{Y}..)^2$ ..... rumus definisi

= JK (Total) – JK (Perlakuan) - JK (Blok) ..... rumus kalkulasi

= 267,7

(3) Derajat bebas (DB) bagi setiap sumber variasi:

DB (Total) = tr – 1 = 19
DB (Perlakuan) = t – 1 = 3
DB (Blok) = r – 1 = 4 _
DB (Error) = (t-r)(r-1) = 12

(4) Tabel ANAVA. Tabelnya dapat ditunjukkan sebagai berikut (Tabel 9)

Tabel 9. ANAVA hasil percobaan berdasarkan data Tabel 6.

SUMBER VARIASI (SV)	DERAJAT BEBAS (DB)	JUMLAH KUADRAT (KR)	KUADRAT RATAAN (KR)	F (hit.)
Perlakuan	3	2694,8	698,267	40,27**
Blok	4	252,7	63,175	2,83^{NS}
Error	12	267,7	22,308	--
Total	19	3215,2	--	--

Cara mengisi tabel ini sama seperti pada Tabel 7. Untuk nilai F(tab.), lihat Lamp.3.

(5) Kesimpulan.

1. Untuk blok. Di sini, H_0 diterima atau H_1 ditolak, karena nilai F(hit.) = 2,83 < nilai F (tab.) = 3,26. Jadi, antar blok tidak ada perbedaan pengaruh yang signifikan. Dengan kata lain, asal sekolah tempat mengajar para peserta tidaklah merupakan indikator bagi keberhasilan belajar di KLIPA bersangkutan. Uji lanjutan (uji-beda, dalam hal ini uji-t) tak perlu diteruskan, karena F(hit.) < F(tab.) pada taraf signifikansi 5%.
2. Untuk perlakuan. Karena F(hit.) = 40,27 > F(tab) = 5,95, maka H_0 ditolak atau H_1 diterima. Hal ini menunjukkan bahwa antar perlakuan (metode mengajar) terdapat perbedaan pengaruh yang signifikan. Namun, metode mana yang terbaik, diperlukan uji lebih lanjut, yaitu antara lain dengan uji-t.

d. Uji lanjutan. Yang dimaksud di sini adalah uji-t, dan hanya berlaku untuk uji mengenai perbedaan pengaruh antar perlakuan dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$ vs. $H_1 : \alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3 \neq \alpha_4$ atau sekurang-kurangnya sepasang α dari $\binom{4}{2} = 6$ pasangan yang ada tidak sama ($\alpha_i \neq \alpha_{i'}$; $i > i'$; $i = 1, 2, 3$; $i' = 2, 3, 4$). Langkah-langkah penyelesaian pengujiannya adalah sama seperti pada CS.3.3.1.d di atas, dan hal ini diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

4. Uji kebebasan (Independensi) Dua peubah random

Uji ini tidak melihat kepada bentuk distribusi dari satu atau lebih peubah random (*random variable*), atau dari satu atau lebih parameter. Kecimpung dalam lapangan nonparametrik biasanya disebut statistika nonparametrik atau statistik bebas sebaran/distribusi.

Di sini, akan dibicarakan dua buah peubah random yang mungkin saling bergantungan (*dependent*) atau bebas (*independent*) antara sesamanya. Hal ini penting sebab sering ditemukan dalam praktek atau kehidupan sehari-hari. Tentang sebuah peubah random yang biasanya diuji kecocokannya (*goodness of fit test*) tidak disinggung di sini. Untuk ini dan beberapa uji-nonparametrik lainnya seperti antara lain :

(1) Uji tanda ;
(2) Uji ‘run” ;
(3) Uji “rank” bertanda dari dua buah sampel berpasangan menurut wilcoxon ;
(4) Uji satu atau buah sampel menurut menurut Kolmogorov-Smirnov

Diharapkan kepada pembaca atau yang berminat dapat mempelajarinya lewat buku-buku teks statistika atau pada referensi di bagian akhir tulisan ini.

Dibawah ini disajikan sebuah contoh soal yang berhubungan dengan pokok pembicaraan. Mungkin dengan contoh ini pembaca dapat terangsang untuk mencari masalah-masalah lain di sekitarnya dan berusaha menguji hipotesis yang dibuatnya dengan cara seperti yang akan dibentangkan ini.

Contoh-contoh dan penyelesainnya.

CS.3.4.1. Lihat contoh soal CS.3.3.2 di atas. Namun, dalam masalah ini, bukan nilai sekor atau pengukuran (*measurement*) yang diinginkan melainkan nilai pencacahan atau perhitungan (*counting*) yang berupa jumlah atau frekuensi keberadaan/kehadiran. Misalnya frekuensi kelulusan. Pada CS.3.3.2, jika peserta yang bernilai sekor 60 atau lebih besar dinyatakan lulus ujian akhir KLIPA, maka untuk 80 orang yang telah dipilih sebagai sampel random dari populasi peserta yang lulus (N = 156) mempunyai distribusi frekuensi seperti terlihat pada Tabel 10 berikut :

Tabel 10. Distribusi frekuensi observasi (o_{ij} ; i = 1, 2, 3, 4 ; j = 1, 2, 3, 4, 5) kelulusan para peserta KLIPA guru-guru SMTA berdasarkan metode mengajar dan asal sekolah tempat peserta mengabdi ; data hipotesis.

METODE MENGJAR	ASAL SEKOLAH TEMPAT MENGAJAR					TOTAL ($0_{i.}$
	SMA	STM	SPG	SKKA	SMEA	
M_1 M_2 M_3 M_4	$^{0}11 = 8$ $^{0}21 = 3$ $^{0}31 = 2$ $^{0}41 = 3$	$^{0}12 = 5$ $^{0}22 = 5$ $^{0}32 = 4$ $^{0}42 = 2$	$^{0}13 = 6$ $^{0}23 = 2$ $^{0}33 = 4$ $^{0}43 = 4$	$^{0}14 = 4$ $^{0}24 = 2$ $^{0}34 = 6$ $^{0}44 = 4$	$^{0}15 = 4$ $^{0}25 = 4$ $^{0}35 = 3$ $^{0}45 = 5$	$0._{1} = 27$ $0._{2} = 16$ $0._{3} = 19$ $0._{4} = 18$
Total ($0._{j}$)	$0._{1} = 16$	$0._{2} = 16$	$0._{3} = 16$	$0._{4} = 16$	$0._{5} = 16$	$0.. = 80$

Jika ingin diselidiki apakah antara metode mengajar di KLIPA dan asal sekolah tempat peserta mengabdi saling berhubungan/bergantung dalam keberhasilan belajar, maka :

a. Tentukan bunyi hipotesisnya.
b. Uji hipotesis tersebut untuk taraf signifikansi $\propto = 5\%$

<u>Penyelesaiannya CS.3.4.1.</u>

a. Hipotesisnya adalah :

   H_0 : Metode mengajar di KLIPA dan asal sekolah tempat peserta mengajar bebas (tidak saling berpengaruh) ;

   H_1 : Ada hubungan antara metode mengajar dan asal sekolah.

b. Statistik uji yang dianggap relevan untuk hal ini adalah uji-χ^2 (baca : kai-kuadrat) dengan langkah-langkah penyelesaian sebagai berikut :

   (1) Tentukan nilai frekuensi ekspektasi (e_{ij}) bagi setiap sel pada Tabel 10 di atas. Nilai e_{ij} diperoleh dari rumus :

   $e_{ij} = (0_{i.})(0._{j})/0..$

   dengan demikian,

   $e_{11} = (0_{1.})\ (0._{1})/0.. = 27(16)/80 = 5{,}4$

   $e_{12} = (0_{1.})\ (0._{2})/0.. = 27(16)/80 = 5{,}4$

   . . .

   . . .

   . . .

   $e_{45} = (0_{4.})\ (0._{5})/0.. = 18(16)/80 = 3{,}6$ +

   Total ($\sum_{i.j} e_{ij}$) . . . . = 80,0

(2) Cari nilai χ^2 (hit.). Rumusnya adalah :

χ^2 (hit.) = ($\sum_{i.j}((e_{ij}$ - e_{ij})^2 / e_{ij})

= ((8-5,4)^2 / (5,4) + (5-5,4)^2 / (5,4) + ...+ (5-3,6)^2 / (= 7,96

(3) Tentukan nilai χ^2 (tab.) pada $\propto$ = 5% dengan derajat bebas (b-1)(k-1) = (3)(4) = 12 ; b = jumlah baris, dan k = jumlah kolom dari Tabel 10.

Nilai χ^2 (tab.) = $\chi^2_{0,05\ (12)}$ = 21,0 (lihat Lamp.4).

(4) Bandingkan χ^2 (hit.) terhadap χ^2 (tab.) dengan kriteria keputusan sebagai berikut :

Jika χ^2(hit.) $\begin{cases} \leq \chi 2\ (tab.), H_0\ diterima\ atau\ H_1\ ditolak\ ; \\ > \chi 2\ (tab.), H_0\ ditolak\ atau\ H_1\ diterima\ ; \end{cases}$

(5) Tarik kesimpulan. Dari masalah di atas, ternyata bahwa χ^2(hit.) = 7,96 < χ^2(tab.) = 21,03. Jadi, H_0 diterima, sehingga dapatlah disimpulakan bahwa efek dari perubahan metode mengajar tidaklah mengganggu keberhasilan belajar para guru SMTA di KLIPA sekalipun menerima metode-metode tersebut mempunyai latar belakang asal sekolah tempat mengajar beraneka ragam.

IV. PENUTUP

Sebagaimana telah dikatakan di depan pada Bab Pendahuluan, tulisan ini hanya berupa sekedar metode statistika dalam pemakaian praktis di lapangan khususnya tentang pendugaan parameter-parameter populasi dan pengujian hipotesis yang berhubungan dengan parameter-parameter tersebut, baik untuk sampel-sampel bebas maupun untuk sampel-sampel berpasangan. Suatu ringkasan tentang bagaimana suatu pengujian statistik (z atau t) dapat diaplikasikan ada tercantum sebagai lampiran (Lamp.5).

Hal-hal yang menyangkut studi kasus tidak ditampilkan di sini, karena maksud tulisan ini bukan untuk menunjukkan hasil nyata suatu penelitian lapangan teteapi hanya menampilkan bagaimana cara menentukan nilai dugaan suatu parameter termasuk batas-batasnya serta bagaimana caranya menguji suatu hipotesis yang sebelumnya telah dirumuskan sesuai dengan keadaan masalahnya. Suatu kerangka berfikir secara ilmiah tantang pemecahan suatu masalah mulai dari perumusannya sampai dengan penarikan kesimpulan merupkan suatu kewajaran. Hal ini, secara diagram arus (flow chart), ada ditampilkan pada Lamp.6.

Secara umum, statistika mencirikan sekumpulan konsep dan metode yang berguna dalam pengumpulan dan penginterpretasian data pengamatan serta penarikan kesimpulan. Dengan lain perkataan, statistika berperan di dalam : (1) pengumpulan informasi/data, (2) analisis data, (3) perumusan tujuan termasuk hipotesis, dan (4) penarikan kesimpulan yang disertai pernyataan atau pengumuman hasil penilitian.

Sesungguhnya tulisan ini dapat dikategorikan sebagai tulisan dasar yang mana ditujukan kepada mereka yang baru mulai mencoba mengadakan penelitian ilmiah. Disarankan agar penelitian yang akan diadakan cukup terbatas pada masalah-masalah sederhana yang tidak mengaitkan banyak faktor. Karena analisis faktor memerlukan suatu rancangan khusus yang berhubungan dengan percobaan faktorial yang analisisnya cukup kompleks di samping berhubungan pula dengan analisis regresi yang metode statistiknya tersendiri. Jadi, pada arena khusus ini hal yang demikian kurang begitu menarik untuk ditampilkan sekalipun cukup diperlukan dalam kalangan ilmuan. Untuk itu, kepada yang berminat, dapat saja mempelajarinya lewat buku-buku teks statistika yang sebagaiannya ada terdaftar di dalam referensi tulisan ini.

REFERENSI

ANONIM. 1983. Filsafat Ilmu. Materi Dasar Pendidikan Program Akta Mengajar V. Proyek Pengembangan Institusi Pendidikan tinggi, Di Rektorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Dep. Pendidikan Dan Kebudayaan, Jakarta

COCHRAN, W.G. 1977. Sampling Techniques. Third Edition. John Willey & Sons, Inc., New York.

COCHRAN, W.G. dan G.M.COX. 1957. Experimental Designs. Second Edition. John Willey & Sons, Inc., New York.

FREESE, F. 1967. Elementary Statistical Methods For Foresters. Agriculture Handbook 317. US Dept. Of Agriculture Forest Service, Washington D.C

KAZMIER, L.J. 1976. Schaum's Outline of Theory and Problems Of Business Statistics. Mcgraw-Hill Book Company, New York.

MODE, E.B. 1961. Elements of Statistics. Third Edition. Prentice-Hall, Inc., New Jersey

MOOD,A.M.,F.A GRAYBILL dan D.C. BOES. 1974. Introduction To The Theory of Statistics. Third Edition. Mcgraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

NASOETION, A.H.1970. Statistika Pertanian. Jilid Pertama. CV Yasaguma, Jakarta

SIEGEL, S.1956. Nonparametrics Statistics. McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

SNEDECOR, G.W. dan W.G. COCHRAN. 1976. Statistical Methods. Iowa State University Press, Ames, Iowa.

STEEL, R.G.D. dan J.H.TORRIE. 1960. Principles and Procedures of Statistics with Special Reference to The Biological Sciences. Mcgraw-Hill Book Company, Inc., New York

WALPOLE, R.E. 1974. Introduction to Statistics. MacMillan Publishing Co., New York

Lamp. 5 Tabel iktisar untuk pengujian suatu nilai rata-rata populasi yang di hipotesiskan. (Summary table for testing a hypothesized value of the mean population).

POPULASI	UKURAN SAMPEL	σ DIKETAHUI	σ TAK DIKETAHUI
Distribusi normal	Besar (n > 30)	$z = \frac{\bar{X} - \mu_o}{\sigma_{\bar{X}}}$	$z = \frac{\bar{X} - \mu_o}{s_{\bar{X}}}$ **
	Kecil (n < 30)	$z = \frac{\bar{X} - \mu_o}{\sigma_{\bar{X}}}$	$t = \frac{\bar{X} - \mu_o}{s_{\bar{X}}}$
Distribusi tak normal	Besar (n > 30)	$z = \frac{\bar{X} - \mu_o}{\sigma_{\bar{X}}}$ *	$z = \frac{\bar{X} - \mu_o}{s_{\bar{X}}}$ +
	Kecil (n < 30)	$k = \frac{\bar{X} - \mu_o}{\sigma_{\bar{X}}}$ di mana $1/k^2$ di tentukan berdasarkan pertidaksamaan chebyshev	$k = \frac{\bar{X} - \mu_o}{s_{\bar{X}}}$ ++ di mana $1/k^2$ di tentukan berdasarkan pertidaksamaan chebyshev

*Berhubungan dengan teori limit pusat

+Berhubungan dengan teori limit pusat dan z digunakan sebagai suatu pendekatan z

**z digunakan sebagai suatu pendekatan t

++Beberapa ahli statistik tidak mempercayai uji ini, karena adanya flutuasi di dalam nilai $s_{\bar{X}}$ untuk sampel-sampel berukuran kecil.

[1]Sumber : Kazmier (1976)

Catatan: Pertidaksamaan Chebyshev seperti disebutkan di atas dapat dirumuskan sebagai berikut (Mood dkk., 1974; Walpole, 1974; Kazmier, 1976) :

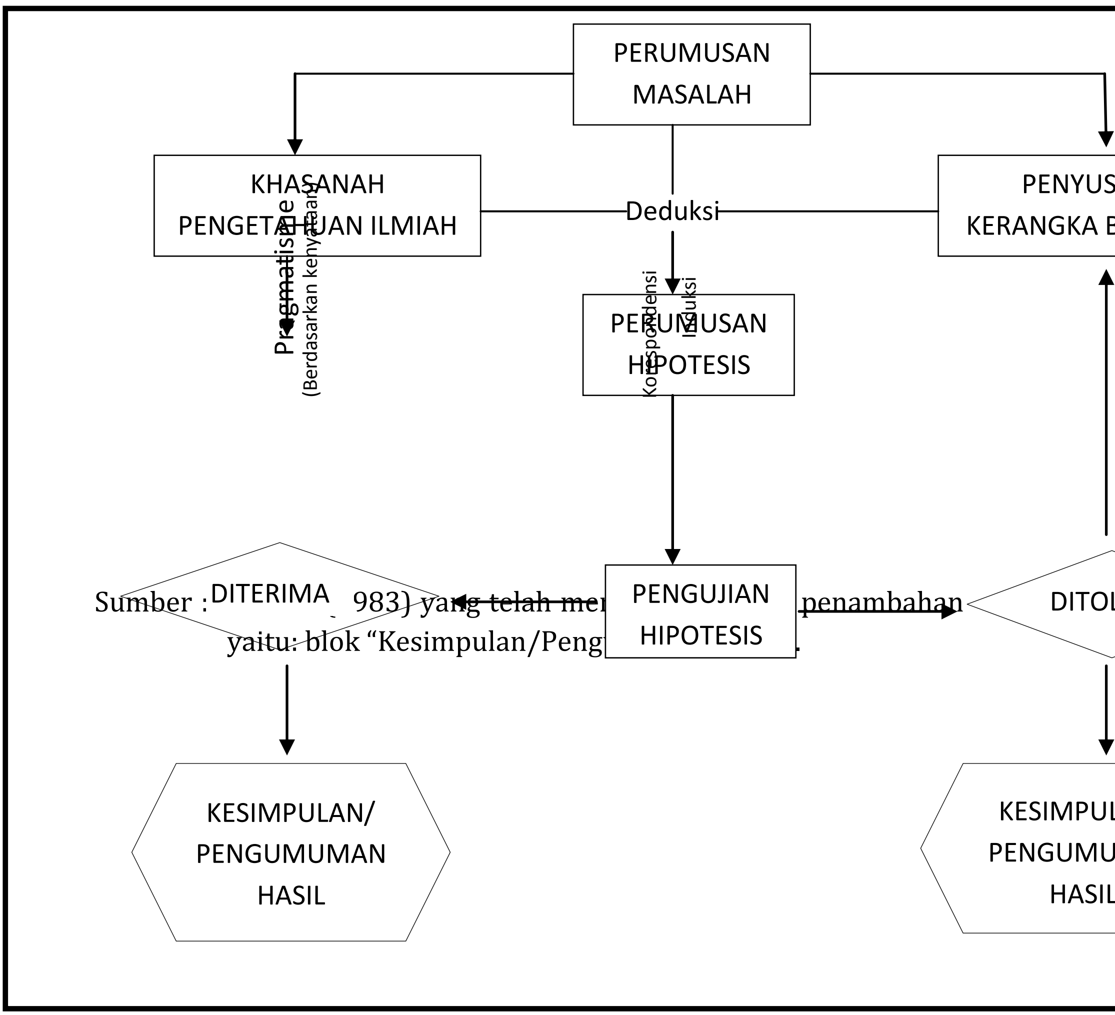
Probalitas (P) yang suatu nilai rata-rata sampel akan terletak di dalam k unit sesatan baku dari nilai rata-rata populasi adalah;

$P(|\bar{X} - \mu| < k\sigma_{\bar{X}}) \geq (1 - 1/k^2)\ ;\ k \geq 1$

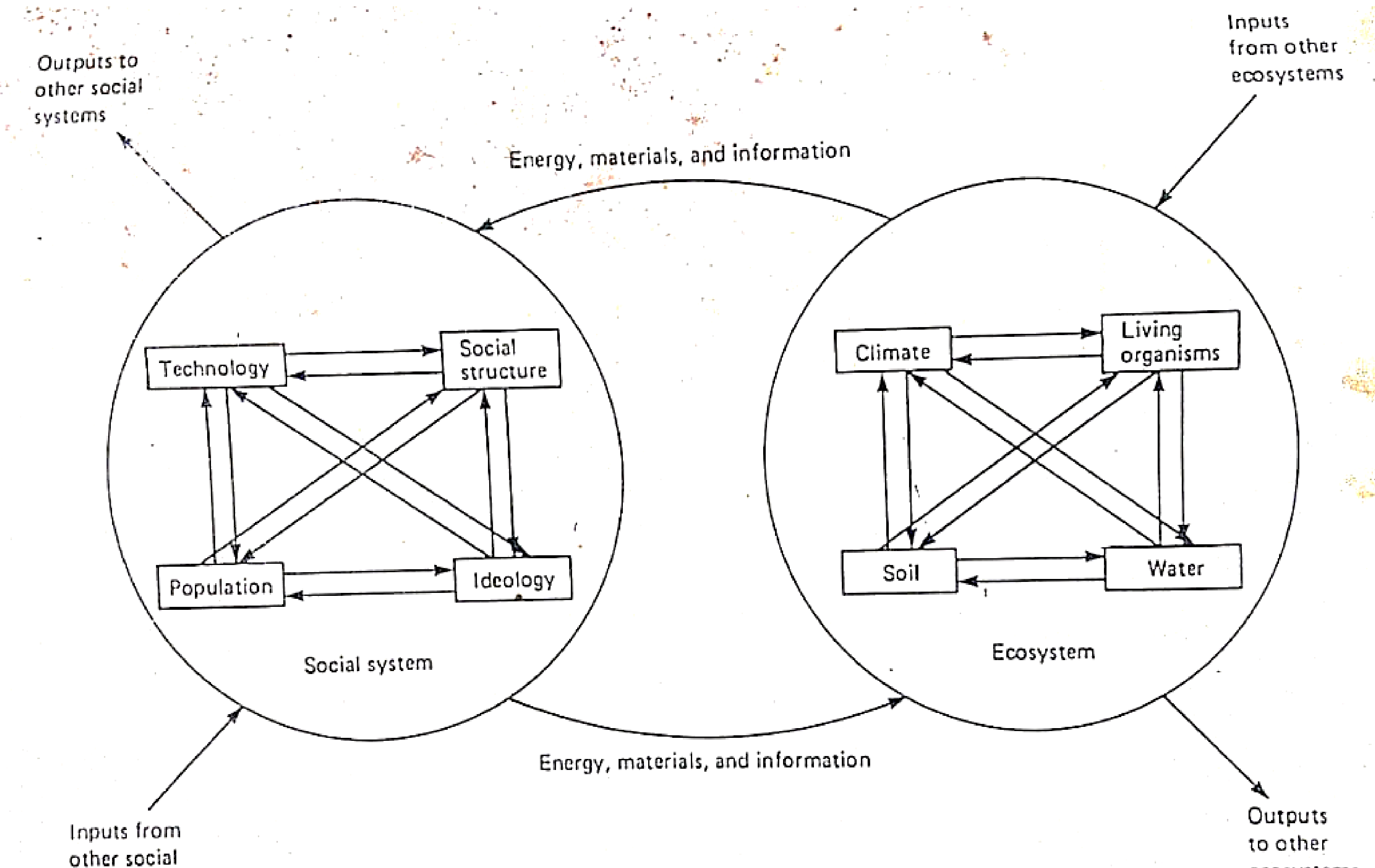
Atau

$P(|\bar{X} - \mu| \geq k\sigma_{\bar{X}}) < (1 - 1/k^2$

Lamp. 6 Diagram arus (flow chart) kerangka berfikir secara ilmiah di dalam pemecahan sesuatu masalah.



Sumber : 983) yang telah me penambahan yaitu: blok “Kesimpulan/Peng .


Outputs to
other social
systems
Inputs
from other
ecosystems
Energy, materials, and information
Technology
Social
structure
Population
Ideology
Social system
Climate
Living
organisms
Soil
Water
Ecosystem
Energy, materials, and information
Inputs from
other social
Outputs
to other