



APLIKASI PENDEKATAN SPLINE TRUNCATED DALAM MODEL GWR PADA PENCEMARAN DAERAH ALIRAN SUNGAI MAHAKAM

Oleh

Nadia Serena¹⁾, Sifriyani²⁾, Darnah³⁾

^{1,2,3}Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Universitas Mulawarman, Samarinda

Email: ¹renandsrn@gmail.com, ²sifriyani@fmipa.unmcul.ac.id, ³darnah.98@gmail.com

Abstrak

Regresi nonparametrik merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan prediktor yang tidak diketahui bentuk fungsinya, hanya diasumsikan fungsi smooth (mulus) dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu. Spline Truncated merupakan suatu teknik yang dilakukan untuk mengestimasi parameter dalam regresi nonparametrik. Pada penelitian ini menggunakan regresi nonparametrik spline truncated dalam model geographically weighted regression (GWR), merupakan pengembangan dari regresi nonparametrik yang memperhitungkan faktor geografis atau spasial. Tujuan penelitian adalah aplikasi metode untuk memodelkan data pencemaran Daerah Aliran Sungai (DAS) Mahakam dan faktor-faktor yang mempengaruhi pencemaran DAS Mahakam berdasarkan model. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah 28 titik lokasi DAS Mahakam. Hasil penelitian diperoleh model terbaik spline truncated dalam GWR dengan R-Square sebesar 99,947 persen, model terbaik dengan nilai GCV Optimum terdapat pada dua titik knot dan fungsi polinomial orde dua. Faktor-faktor yang mempengaruhi pencemaran DAS Mahakam adalah suhu, daya hantar listrik, TSS, DO, konsentrasi NH₃N, dan konsentrasi H₂S.

Kata Kunci: Regresi Nonparametrik, Spline Truncated, GWR, DAS Mahakam, Pencemaran

PENDAHULUAN

Sungai Mahakam merupakan jantung perekonomian masyarakat di Samarinda khususnya, dan masyarakat Kalimantan Timur pada umumnya [1]. Sungai mahakam memiliki beberapa anak sungai yang tersebar diseluruh wilayah Kalimantan Timur dan disebut dengan Daerah Aliran Sungai (DAS) Mahakam. Banyaknya aktifitas masyarakat yang dilakukan berdampak pada pencemaran perairan di DAS Mahakam. Salah satu indikator pencemaran air adalah derajat keasaman (pH). Terdapat beberapa faktor yang diduga berpengaruh terhadap tingkat pH pada DAS Mahakam, sehingga penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap pencemaran air di DAS Mahakam.

Pada penelitian ini diambil sebanyak 28 titik lokasi yang tersebar di seluruh DAS

Mahakam. Adanya perbedaan karakteristik di setiap titik lokasi menyebabkan terjadinya keragaman spasial sehingga data pencemaran di 28 titik lokasi DAS Mahakam diketahui sebagai data spasial. Berdasarkan uraian latar belakang tersebut, maka dilakukan pemodelan regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR.

LANDASAN TEORI

1. Model Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* dalam GWR

Pendekatan *spline truncated* digunakan untuk menyelesaikan permasalahan analisis spasial yang bentuk kurva regresinya tidak diketahui. Pada model regresi asumsi yang digunakan adalah *error* berdistribusi normal dengan *mean* nol dan variansi $\sigma^2(u_i, v_i)$ pada setiap lokasi (u_i, v_i) . Koordinat lokasi (u_i, v_i) merupakan salah satu faktor penting dalam



menentukan pembobot yang digunakan untuk menaksir parameter dari model.

Berikut adalah model regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR.

$$f_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{l=1}^p \sum_{j=1}^m \beta_{lj}(u_i, v_i) x_{li}^j + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^r \delta_{l,m+k}(u_i, v_i) (x_{li} - K_{lk})_+^m$$

dimana fungsi *truncated*:

$$(x_{li} - K_{lk})_+^m = \begin{cases} (x_{li} - K_{lk})^m & \text{if } x_{li} > K_{lk} \\ 0 & \text{if } x_{li} \leq K_{lk} \end{cases}$$

Secara matematis bentuk hubungan antara variabel respon y_i dan variabel prediktor $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ri})$ pada lokasi ke- i untuk model *spline truncated* dalam GWR, dapat ditanyakan sebagai berikut [2].

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{l=1}^p \sum_{j=1}^m \beta_{lj}(u_i, v_i) x_{li}^j + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^r \delta_{l,m+k}(u_i, v_i) (x_{li} - K_{lk})_+^m + \varepsilon_i$$

2. Estimasi Model Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* dalam GWR

Maximum Likelihood Estimation (MLE) untuk $\beta(u_i, v_i)$ dan $\delta(u_i, v_i)$ diberikan oleh [2]:

$$\begin{aligned} (4) \quad \beta(u_i, v_i) &= \mathbf{A}(\mathbf{K})\mathbf{y} \\ \delta(u_i, v_i) &= \mathbf{B}(\mathbf{K})\mathbf{y} \end{aligned}$$

3. Uji Signifikansi Parameter Simultan

Bentuk hipotesis uji simultan sebagai berikut [3].

$$H_0: \beta_{11}(u_i, v_i) = \beta_{12}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{1j}(u_i, v_i) = \delta_{1,m+1}(u_i, v_i) = \delta_{1,m+2}(u_i, v_i) = \dots$$

$$H_1: \text{paling tidak ada satu } \beta_{lj}(u_i, v_i) \neq 0, l=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, m; \text{ atau } \delta_{l,m+k}(u_i, v_i) \neq 0$$

$$l=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, r;$$

$i=1, 2, \dots, n$ Statistik uji :

$$V^* = \frac{\left(\frac{\mathbf{y}^T \mathbf{M}(u_i, v_i) \mathbf{y}}{\text{tr}(\mathbf{I} - \mathbf{B}_\omega)^T (\mathbf{I} - \mathbf{B}_\omega)} \right)}{\left(\frac{\mathbf{y}^T \mathbf{D}(u_i, v_i) \mathbf{y}}{\text{tr}(\mathbf{I} - \xi)^T (\mathbf{I} - \xi)} \right)}$$

4. Uji Signifikansi Parameter Parsial

Berikut bentuk hipotesis uji parsial parameter model dalam regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR [2].

$$H_0: \beta_{lj}(u_i, v_i) = 0 \text{ dan } \delta_{l,m+k}(u_i, v_i) = 0 \text{ dengan } l=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, r; i=1, 2, \dots, n$$

$$H_1: \text{paling tidak ada satu } \beta_{lj}(u_i, v_i) \neq 0$$

$$\text{atau } \delta_{l,m+k}(u_i, v_i) \neq 0$$

dengan

$$k=1, 2, \dots, r; l=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, m;$$

Statistik uji untuk pengujian parsial pada model regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{\eta(u_i, v_i)}{SE(\eta(u_i, v_i))} \quad (6)$$

Dengan $\eta(u_i, v_i)$ adalah estimator dari $\eta(u_i, v_i)$ yang merupakan vektor ukuran $[1 + (p \times m) + (p \times r)] \times 1$ dimana $\eta(u_i, v_i)$ vektor yang memuat parameter $\beta(u_i, v_i)$ dan $\delta(u_i, v_i)$.

$$SE(\eta(u, v)) = \sqrt{g_{kk}} \quad (7)$$

Dengan g_{kk} adalah elemen diagonal ke $k+1$ dari matriks $(\mathbf{Q}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Q})^{-1} \sigma^2(u_i, v_i)$ dan \mathbf{Q} adalah matriks ukuran $n \times [1 + (p \times m) + (p \times r)]$ yang memuat variabel prediktor dan variabel prediktor yang mempunyai komponen *spline truncated*.

5. Pemilihan Titik Knot Optimal

Estimasi kurva regresi nonparametrik *spline* dapat dilakukan dengan mencari model optimal yang diperoleh dengan memilih titik knot optimal. Titik knot merupakan titik perpaduan bersama dimana ada perubahan perilaku fungsi pada interval yang berlainan. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memilih titik



knot optimal adalah *Generalized Cross*

Validation (GCV). Dengan nilai GCV tersebut akan dipilih nilai GCV terkecil [4]. Fungsi GCV dapat dituliskan seperti persamaan (8) berikut.

$$(8) \quad GCV = \frac{MSE(K_1, K_2, \dots, K_r)}{(n^{-1}tr[\mathbf{I} - \mathbf{A}(K_1, K_2, \dots, K_r)])^2} = \frac{n^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{(n^{-1}tr[\mathbf{I} - \mathbf{A}(K_1, K_2, \dots, K_r)])^2}$$

METODE PENELITIAN

1. Sumber dan Variabel Penelitian

Sumber data pada penelitian ini adalah data sekunder yang diambil dari Dinas Lingkungan Hidup Provinsi Kalimantan Timur. Variabel penelitian yang digunakan terbagi menjadi 2, yaitu variabel respon dan variabel prediktor. Variabel respon pada penelitian ini adalah tingkat derajat keasaman (pH), sedangkan variabel prediktor pada penelitian ini terdapat 6 variabel, yaitu suhu, daya hantar listrik, padatan tersuspensi (TSS), oksigen terlarut (DO), konsentrasi amonia (NH₃N), dan konsentrasi sulfida (H₂S).

2. Jenis Penelitian

Metode yang digunakan dalam dalam penelitian adalah regresi nonparametrik spline truncated dalam GWR. Metode dalam penelitian ini terdiri dari 4 tahapan analisis, yaitu estimasi model [2], uji parameter simultan [3], uji parameter parsial [4], uji kesesuaian model [2].

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Eksplorasi Data

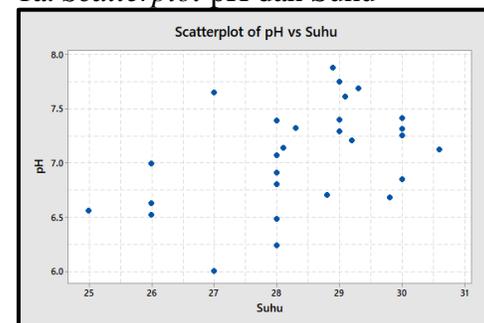
Pada penelitian ini diaplikasikan pada data tingkat pH dan beberapa variabel prediktor yang diduga berpengaruh. Rata-rata tingkat pH pada DAS Mahakam tahun 2018 adalah 7,0661. Tingkat pH paling rendah berada pada titik lokasi Outlet Danau Semayan dan tingkat pH paling tinggi berada pada lokasi Kantor Bupati. Rata-rata suhu pada DAS Mahakam tahun 2018 adalah 28,3607 °C. Suhu paling rendah berada pada titik lokasi Boh dan suhu paling tinggi

berada pada lokasi Belayan. Rata-rata DHL pada DAS Mahakam tahun 2018 adalah 119,4964 us/m. DHL paling rendah berada pada titik lokasi Outlet Danau Semayan dan DHL paling tinggi berada pada lokasi As. TGR. Rata-rata TSS pada DAS Mahakam tahun 2018 adalah 20,6786 mg/l. TSS paling rendah berada pada titik lokasi Pelabuhan Ketinting dan Boh dan TSS paling tinggi berada pada lokasi Kedang Kepala. Rata-rata DO pada DAS Mahakam tahun 2018 adalah 6,0393 mg/l. DO paling rendah berada pada titik lokasi As. KRM dan DO paling tinggi berada pada lokasi Sungai Mahakam Nyan. Rata-rata konsentrasi NH₃N pada DAS Mahakam tahun 2018 adalah 0,7507 mg/l. Konsentrasi NH₃N paling rendah berada pada titik lokasi Kantor Bupati, Kedang Kepala, dan Bontang dan konsentrasi NH₃N paling tinggi berada pada lokasi As. KRM. Rata-rata konsentrasi H₂S pada DAS Mahakam tahun 2018 adalah 0,5379 mg/l. Konsentrasi H₂S paling rendah berada pada titik lokasi Karangmumus dan konsentrasi H₂S paling tinggi berada pada lokasi Melak.

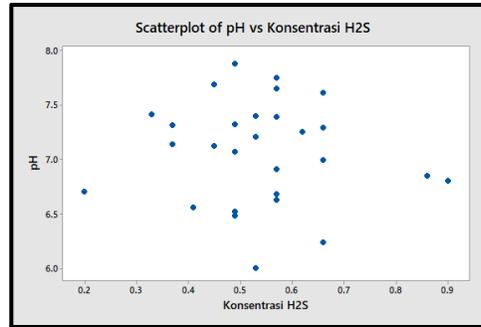
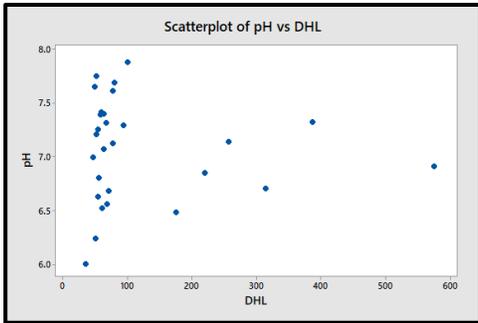
2. Pola Hubungan Antar Variabel

Pola hubungan yang terbentuk antara variabel respon tingkat pH dengan variabel prediktor yaitu suhu, daya hantar listrik, DO, TSS, konsentrasi NH₃N, dan konsentrasi H₂S dapat dilihat pada gambar berikut.

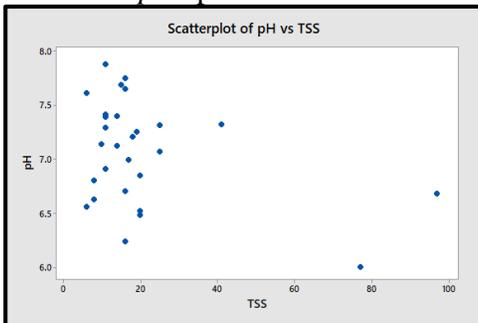
1a. Scatterplot pH dan Suhu



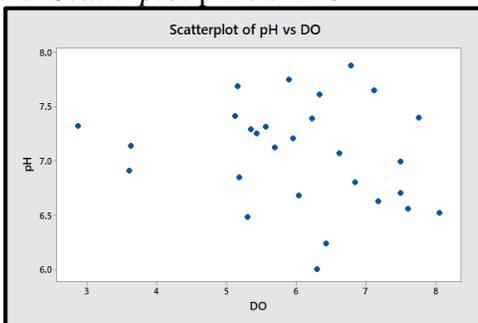
1b. Scatterplot pH dan DHL



1c. Scatterplot pH dan TSS



1d. Scatterplot pH dan DO



Gambar 1: Scatterplot antara tingkat pH dan variabel prediktor

Gambar 1: Scatterplot antara tingkat pH dan variabel prediktor (lanjutan)

Berdasarkan Gambar 1, dapat dilihat bahwa pola hubungan antara pH dengan keenam variabel prediktor menunjukkan bahwa plot data tidak mengikuti sebuah kurva parametrik. Pada scatterplot pH & NH₃N terdapat 1 data pencilan sehingga akan digunakan regresi nonparametrik untuk mengestimasi tingkat pH.

3. Efek Spasial dan Pembobot Geografis

Pengujian heterogenitas spasial menggunakan metode Breusch-Pagan. Berikut hasil perhitungan statistik uji Breusch-Pagan.

Tabel 1: Uji Heterogenitas Spasial

Breusch-Pagan	P-value
374,9302	0

Berdasarkan Tabel 1, didapatkan nilai p-value untuk uji heterogenitas spasial sebesar 0, sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat heterogenitas spasial.

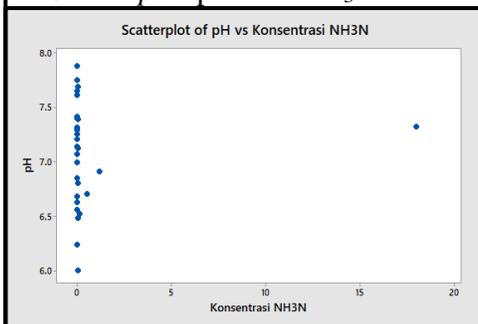
Fungsi pembobot yang digunakan untuk pemodelan regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR ini adalah fungsi kernel bisquare. Berikut Hasil perhitungan nilai *bandwith* dan CV.

Tabel 2: Nilai *bandwith*

Fungsi Pembobot	Nilai <i>Bandwith</i>
Fungsi Kernel Bisquare	0,1866037

Setelah di ketahui nilai *bandwith* dan nilai CV, selanjutnya disajikan model regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR.

1e. Scatterplot pH dan NH₃N



1f. Scatterplot pH dan H₂S



4. Model Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* dalam GWR

Langkah selanjutnya untuk model regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR adalah menentukan titik knot. Titik knot merupakan titik dimana pola data berubah. Pemilihan titik knot ini menggunakan metode GCV. Semakin kecil nilai GCV maka semakin optimum titik knot yang dipilih. Nilai GCV terkecil untuk model regresi nonparametrik *spline truncated* dengan dua titik knot adalah 0,2143. Titik knot optimal yang didapatkan untuk variabel suhu (x_1) adalah 29,816 dan 30,152; variabel daya hantar listrik (x_2) adalah 499,54 dan 531,88; variabel TSS (x_3) adalah 84,26 dan 89,72; variabel DO (x_4) adalah 7,3262 dan 7,6364; variabel konsentrasi NH_3N (x_5) adalah 15,4828 dan 16,5616; dan variabel konsentrasi H_2S (x_6) adalah 0,802 dan 0,844.

Berikut salah satu model regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR yang dituliskan sebagai contoh adalah titik lokasi ke-26 yaitu Belayan.

$$\begin{aligned} y_{26} = & 0,00008 + 0,00002x_{1,26} + 0,00004x_{1,26}^2 \\ & + 0,00002x_{2,26} + 0,00005x_{2,26}^2 + 0,00004x_{3,26} \\ & + 0,00005x_{3,26}^2 + 0,00063x_{4,26} + 0,00210x_{4,26}^2 \\ & + 0,00048x_{5,26} + 0,00003x_{5,26}^2 + 0,00002x_{6,26} \\ & + 0,00003x_{6,26}^2 - 0,00001(x_{1,26} - 29,816)^2 \\ & - 0,00006(x_{1,26} - 30,152)^2 - 0,00014(x_{2,26} \\ & - 499,54)^2 - 0,00030(x_{2,26} - 531,88)^2 \\ & + 0,00034(x_{3,26} - 84,26)^2 + 0,00011(x_{3,26} \\ & - 89,72)^2 + 0,00001(x_{4,26} - 7,3262)^2 \\ & + 0,00001(x_{4,26} - 7,6364)^2 + 0,00001(x_{5,26} \\ & - 15,4828)^2 - 0,00001(x_{5,26} - 16,5616)^2 \\ & + 0,00001(x_{6,26} - 0,802)^2 + 0,00001(x_{6,26} \\ & - 0,844)^2 \end{aligned}$$

5. Uji Parameter Simultan

Uji simultan parameter model dalam regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} H_0: \beta_{11}(u_i, v_i) = \beta_{12}(u_i, v_i) = \delta_{1,2}(u_i, v_i) \\ = (u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1: \text{Paling tidak ada satu } \beta_{pj}(u_i, v_i) \neq 0 \\ \text{atau } \delta_{p,m+h}(u_i, v_i) \neq 0 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan statistik uji ANOVA untuk regresi *spline truncated* dalam GWR adalah sebagai berikut.

Tabel 3: Uji Simultan

V^*	$p\text{-value}$
$3,0583 \times 10^{17}$	0

Berdasarkan Tabel 3, didapatkan nilai V^* sebesar $3,0583 \times 10^{17}$ lebih besar dari $F_{(0,05)(13;2)} = 19,418$, sehingga dapat disimpulkan bahwa secara serentak variabel prediktor berpengaruh terhadap variabel respon.

6. Uji Signifikansi Parsial

Berikut bentuk hipotesis uji parsial parameter model dalam regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR.

$$\begin{aligned} H_0: \beta_{pj}(u_i, v_i) = 0 \text{ dan } \delta_{p,m+h}(u_i, v_i) = 0 \\ \text{dengan } p = 1, 2, \dots, 7; \quad j = 1 \text{ dan } 2; \\ h = 1 \text{ dan } 2; \quad i = 1, 2, \dots, 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1: \text{Paling tidak ada satu } \beta_{pj}(u_i, v_i) \neq 0 \\ \text{atau } \delta_{p,m+h}(u_i, v_i) \neq 0 \\ \text{dengan } p = 1, 2, \dots, 7; \quad j = 1 \text{ dan } 2; \\ h = 1 \text{ dan } 2; \quad i = 1, 2, \dots, 28 \end{aligned}$$

Statistik uji untuk uji parsial pada model regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR akan mengikuti distribusi t dengan derajat bebas 27 dan taraf signifikansi pengujian ini adalah $\alpha = 0,05$. Kriteria penolakan adalah H_0 ditolak jika $|t| > t_{\left(\frac{0,05}{2}; 27\right)}$ atau $p\text{-value} < 0,05$. Dari hasil uji t

diperoleh variabel prediktor yang signifikan untuk setiap titik lokasi dan didapatkan hasil bahwa seluruh parameter untuk 28 titik lokasi DAS Mahakam memiliki nilai $p\text{-value}$ sebesar 0, yang artinya bahwa variabel suhu, DHL, TSS, DO, Konsentrasi NH_3N , dan konsentrasi H_2S berpengaruh secara signifikan terhadap variabel tingkat pH pada DAS Mahakam.

7. Interpretasi Model Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* dalam GWR

Setelah dilakukan uji signifikansi secara parsial dan didapatkan hasil bahwa seluruh parameter untuk 28 titik lokasi DAS Mahakam adalah signifikan secara parsial, maka selanjutnya dilakukan



interpretasi model regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR untuk lokasi Belayan.

1. Apabila variabel daya hantar listrik, DO, TSS,

konsentrasi NH_3N dan

konsentrasi H_2S dianggap konstan, maka model untuk tingkat pH terhadap suhu adalah sebagai berikut

$$y_{26} = 0,00008 + 0,00002 x_{1,26} + 0,00004 x_{1,26}^2 - 0,00001(x_{1,26} - 29,816)^2 - 0,00006(x_{1,26} - 30,152)^2$$

dengan

$$y_{26} = \begin{cases} 0,00008 + 0,00002x_{1,26} + 0,00004x_{1,26}^2 \\ -0,00881 + 0,00062x_{1,26} + 0,00003x_{1,26}^2 \\ -0,10948 + 0,00424x_{1,26} - 0,00003x_{1,26}^2 \end{cases}$$

dimana

$$x_{1,26} < 29,816$$

$$29,816 \leq x_{1,26} \leq 30,152$$

$$x_{1,26} \geq 30,152$$

Berdasarkan model diatas untuk titik lokasi Belayan, dapat disimpulkan bahwa untuk kenaikan suhu kurang dari $29,816^\circ\text{C}$, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00014. Jika kenaikan suhu berada diantara nilai $29,816^\circ\text{C}$ dan $30,152^\circ\text{C}$, maka tingkat pH akan mengalami penurunan sebesar 0,00816. Jika kenaikan suhu lebih dari $30,152^\circ\text{C}$, maka tingkat pH akan mengalami penurunan sebesar 0,10527.

2. Apabila variabel suhu, DO, TSS, konsentrasi NH_3N dan konsentrasi H_2S dianggap konstan, maka model untuk tingkat pH terhadap daya hantar listrik adalah sebagai berikut

$$y_{26} = 0,00008 + 0,00002 x_{2,26} + 0,00005 x_{2,26}^2 - 0,00014(x_{2,26} - 499,54)^2 - 0,00030(x_{2,26} - 531,88)^2$$

dengan

$$y_{26} = \begin{cases} 0,00008 + 0,00002x_{2,26} + 0,00005x_{2,26}^2 \\ -34,93555 + 0,13989x_{2,26} - 0,00009x_{2,26}^2 \\ -119,80445 + 0,45902x_{2,26} - 0,00044x_{2,26}^2 \end{cases}$$

dimana

$$x_{2,26} < 499,54$$

$$499,54 \leq x_{2,26} \leq 531,88$$

$$x_{2,26} \geq 531,88$$

Berdasarkan model diatas untuk titik lokasi Belayan, dapat disimpulkan bahwa untuk kenaikan daya hantar listrik kurang dari 499,54 us/m, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00015. Jika kenaikan suhu berada diantara nilai 499,54 us/m dan 531,88 us/m, maka tingkat pH akan mengalami penurunan sebesar 34,79375. Jika kenaikan suhu lebih dari 531,88 us/m, maka tingkat pH akan mengalami penurunan sebesar 119,34587.

3. Apabila variabel suhu, daya hantar listrik, TSS, konsentrasi NH_3N dan konsentrasi H_2S dianggap konstan, maka model untuk tingkat pH terhadap DO adalah sebagai berikut

$$y_{26} = 0,00008 + 0,00004 x_{3,26} + 0,00005 x_{3,26}^2 + 0,00034(x_{3,26} - 84,26)^2 + 0,00011(x_{3,26} - 89,72)^2$$

dengan

$$y_{26} = \begin{cases} 0,00008 + 0,00004x_{3,26} + 0,00005x_{3,26}^2 \\ 13,87335 - 0,05726x_{3,26} + 0,00039x_{3,26}^2 \\ 14,75882 - 0,07700x_{3,26} + 0,00050x_{3,26}^2 \end{cases}$$

dimana

$$x_{3,26} < 84,26$$

$$84,26 \leq x_{3,26} \leq 89,72$$

$$x_{3,26} \geq 89,72$$

Berdasarkan model diatas untuk titik lokasi Belayan, dapat disimpulkan bahwa untuk kenaikan DO kurang dari 84,26 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00017. Jika kenaikan DO berada diantara nilai 84,26 mg/l dan 89,72 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 13,81648. Jika kenaikan DO lebih dari 89,72 mg/l, maka



tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 14,68232.

4. Apabila variabel suhu, daya hantar listrik, DO, konsentrasi NH_3N dan konsentrasi H_2S dianggap konstan, maka model untuk tingkat pH terhadap TSS adalah sebagai berikut

$$y_{26} = 0,00008 + 0,00063x_{4,26} + 0,00210x_{4,26}^2 + 0,00001(x_{4,26} - 7,3262)^2 + 0,00001(x_{4,26} - 7,6364)^2$$

dengan

$$y_{26} = \begin{cases} 0,00008 + 0,00063x_{4,26} + 0,00210x_{4,26}^2 \\ 0,00062 + 0,00048x_{4,26} + 0,00211x_{4,26}^2 \\ 0,00120 + 0,00033x_{4,26} + 0,00212x_{4,26}^2 \end{cases}$$

dimana

$$x_{4,26} < 7,3262$$

$$7,3262 \leq x_{4,26} \leq 7,6364$$

$$x_{4,26} \geq 7,6364$$

Berdasarkan model diatas untuk titik lokasi Belayan, dapat disimpulkan bahwa untuk kenaikan TSS kurang dari 7,3262 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00281. Jika kenaikan TSS berada diantara nilai 7,3262 mg/l dan 7,6364 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00321. Jika kenaikan TSS lebih dari 7,6364 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00365.

5. Apabila variabel suhu, daya hantar listrik, DO, TSS, dan konsentrasi H_2S dianggap konstan, maka model untuk tingkat pH terhadap konsentrasi NH_3N adalah sebagai berikut

$$y_{26} = 0,00008 + 0,00048x_{5,26} + 0,00003x_{5,26}^2 + 0,00001(x_{5,26} - 15,4828)^2 - 0,00001(x_{5,26} - 16,5616)^2$$

dengan

$$y_{26} = \begin{cases} 0,00008 + 0,00048x_{5,26} + 0,00003x_{5,26}^2 \\ 0,00248 + 0,00017x_{5,26} + 0,00004x_{5,26}^2 \\ -0,00026 + 0,00050x_{5,26} + 0,00005x_{5,26}^2 \end{cases}$$

$$x_{5,26} < 15,4828$$

$$15,4828 \leq x_{5,26} \leq 16,5616$$

$$x_{5,26} \geq 16,5616$$

Berdasarkan model diatas untuk titik lokasi Belayan, dapat disimpulkan bahwa untuk kenaikan konsentrasi NH_3N kurang dari 15,4828 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00059. Jika kenaikan konsentrasi NH_3N berada diantara nilai 15,4828 mg/l dan 16,5616 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00269. Jika kenaikan konsentrasi NH_3N lebih dari 16,5616 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami penurunan sebesar 0,0029.

6. Apabila variabel suhu, daya hantar listrik, DO, TSS, dan konsentrasi NH_3N dianggap konstan, maka model untuk tingkat pH terhadap konsentrasi H_2S adalah sebagai berikut

$$y_{26} = 0,00008 + 0,00002x_{6,26} + 0,00003x_{6,26}^2 + 0,00001(x_{6,26} - 0,802)^2 + 0,00001(x_{6,26} - 0,844)^2$$

dengan

$$y_{26} = \begin{cases} 0,00008 + 0,00002x_{6,26} + 0,00003x_{6,26}^2 \\ 0,00009 + 0,000004x_{6,26} + 0,00004x_{6,26}^2 \\ 0,00010 + 0,00001x_{6,26} + 0,00005x_{6,26}^2 \end{cases}$$

dimana

$$x_{6,26} < 0,802$$

$$0,802 \leq x_{6,26} \leq 0,844$$

$$x_{6,26} \geq 0,844$$

Berdasarkan model diatas untuk titik lokasi Belayan, dapat disimpulkan bahwa untuk kenaikan konsentrasi H_2S kurang dari 0,802 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00013. Jika kenaikan konsentrasi H_2S berada diantara nilai 0,802 mg/l dan 0,844 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami kenaikan sebesar 0,00013. Jika kenaikan konsentrasi H_2S lebih dari 0,802 mg/l, maka tingkat pH akan mengalami penurunan sebesar 0,00016.



8. Uji Kesesuaian Model

Uji hipotesis kesesuaian model antara regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR dengan model regresi nonparametrik *spline truncated* (global). Berikut hipotesis untuk uji kesesuaian model.

$$H_0: \beta_{pj}(u_i, v_i) = \beta_{pj} \quad \text{dan} \quad \delta_{p,m+h}(u_i, v_i) = \delta_{p,m+h}$$

$$p = 1, 2, \dots, 7; j = 1 \text{ dan } 2; h = 1 \text{ dan } 2;$$

$$i = 1, 2, \dots, 28$$

$$H_1: \text{Paling tidak ada satu } \beta_{pj}(u_i, v_i) \neq \beta_{pj}$$

$$\text{atau } \delta_{p,m+h}(u_i, v_i) \neq \delta_{p,m+h}$$

$$p = 1, 2, \dots, 7; j = 1 \text{ dan } 2; h = 1 \text{ dan } 2;$$

$$i = 1, 2, \dots, 28$$

Berikut hasil perhitungan statistik uji untuk uji kesesuaian model.

Tabel 4: Uji Kesesuaian Model

V	p-value
$2,2072 \times 10^{17}$	0

Berdasarkan Tabel 4 didapatkan V sebesar $2,2072 \times 10^{17}$ lebih besar dari $F_{(0,05)(21,2)} = 19,448$, sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara regresi nonparametrik *spline truncated* dan *spline truncated* dalam GWR.

PENUTUP

Kesimpulan

1. Pemodelan *spline truncated* dalam GWR yang digunakan adalah model *spline truncated* dalam GWR dengan 2 titik knot dan orde 2. Nilai *R-Square* yang didapatkan adalah 99,947, yang artinya bahwa suhu, daya hantar listrik, DO, TSS, konsentrasi NH_3N , dan konsentrasi H_2S dapat menjelaskan tingkat pH sebesar 99,947% dengan nilai RMSE sebesar 0,00134.
2. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat pH untuk 28 titik di DAS Mahakam adalah suhu, daya hantar listrik, DO, TSS, konsentrasi NH_3N , dan konsentrasi H_2S .

Saran

Pada penelitian ini menggunakan regresi nonparametrik *spline truncated* dalam GWR dengan fungsi pembobot *kernel bisquare*, sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat melakukan perbandingan model *spline truncated* dan *spline truncated* dalam model GWR dengan beberapa fungsi pembobot.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Badan Pusat Statistik Kalimantan Timur, 2010, *Statistik Daerah Provinsi Kalimantan Timur 2010*, Badan Pusat Statistik Kalimantan Timur, Samarinda
- [2] Sifriyani., Kartiko, S.H., Budiantara I.N., dan Gunardi. 2018. Development of Nonparametric Geographically Weighted Regression Using Truncated Spline Approach. *Songklanakar J, SCi. Technol*, 40(4), 909-920.
- [3] Sifriyani. 2019. Simultaneous Hypothesis Testing of Multivariable Nonparametric Spline Regression in The GWR Model. *International Journal of Statistics and Probability*, 8(4). doi: 10.5539/ijsp.v8n4p32.
- [4] Eubank, R.L., 1998, *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker Inc, New York.